

基于 Matlab/Simulink 的缓冲包装系统动态响应及影响因素分析

李晓刚

(北京林业大学, 北京 100083)

摘要: 把缓冲包装系统简化为了两自由度线性系统, 将系统运动微分方程变换为了无量纲形式, 然后写成矩阵形式的状态方程, 借助 Matlab/Simulink 动态仿真工具构建了包装系统的仿真模型, 分析了包装系统受迫振动和跌落冲击响应, 并讨论了与质量比、阻尼比、频率比、跌落高度等因素的关系。可避免不必要的破坏性试验, 为优化运输包装设计提供理论依据。

关键词: 缓冲包装; 振动; 跌落; 传递率; 仿真; Matlab/Simulink

中图分类号: TB485.1; TB487 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2011)01-0065-05

Analysis of Dynamic Response and Influencing Factors of Cushioning Package Based on Matlab/Simulink

LI Xiao-gang

(Beijing Forestry University, Beijing 100083, China)

Abstract: The cushioning package was predigested as a double degree-of-freedom system. The movement differential equations were transformed into dimensionless equations and then state equations in form of matrix. By using Matlab/Simulink, the simulation models were established. The forced vibration and drop response of cushioning package were analyzed. And the relationships between the response and mass ratio, damping ratio, frequency ratio, dropping height were discussed. The simulation can avoid unnecessary destructive tests and provide theoretical basis for optimizing cushioning package.

Key words: cushioning package; vibration; drop; transmissibility; simulation; Matlab/Simulink

实际的缓冲包装系统结构复杂, 内装产品是由若干个零部件构成, 个别零部件相对于产品主体而言, 更为关键、灵敏和脆弱, 经受外界振动和冲击激励作用时更容易损坏, 把这些零部件称为易损零件; 易损零件一旦损坏, 则整个产品就损坏了。为了确保包装系统在运输过程中受到外界激励作用时不发生破损, 分析产品及其易损零件的响应就显得十分重要了。为了关注和讨论产品上易损零件的动力学行为, 通常将缓冲包装系统简化为两自由度系统, 构建其经受振动和冲击激励作用时的动力学模型, 利用 Matlab/Simulink 仿真技术, 建立包装系统的仿真模型, 分析研究产品主体及易损零件受迫振动和跌落冲击的加速度响应, 并讨论两者的加速度响应与质量比、阻尼比、频率比以及跌落高度等影响因素的关系。

1 缓冲包装系统的动力学模型

1.1 振动过程的动力学模型

缓冲包装系统简化后的两自由度模型见图 1。内装产品主体质量为 m_1 , 产品与包装箱通过等效刚度为 k_1 的线性弹簧和等效阻尼为 c_1 的阻尼器连接构成产品衬垫系统; 易损零件质量为 m_2 , 通过等效刚度 k_2 的线性弹簧以及等效阻尼为 c_2 的阻尼器支撑在产品主体上构成易损零件系统。已知 $u(t) = u_m \sin pt$ 为包装件输入的位移激励, 其中 u_m 为位移激励幅值, p 为位移激励频率。这里假设包装件的质量远远大于外包装箱质量, 而且易损零件质量小于包装件质量。

利用牛顿第二定律, 建立上述两自由度系统的运

收稿日期: 2010-10-10

作者简介: 李晓刚(1977—), 男, 江西瑞昌人, 北京林业大学讲师, 主要从事包装机械、运输包装的教学和研究。

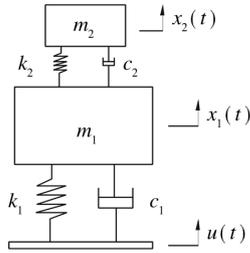


图1 振动过程的动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of vibration

动微分方程为:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \dot{x}_1 + (k_1 + k_2) x_1 = \\ u_m \sqrt{k_1^2 + c_1^2} p^2 \sin(pt + \theta) + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_2 x_2 = c_2 \dot{x}_1 + k_2 x_1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{令: } X = \frac{x}{L}, U = \frac{u}{L}, L = \frac{m_1 g}{k_1}, \tau = t\omega_1, \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}},$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}, \xi_1 = \frac{c_1}{2\sqrt{m_1 k_1}}, \xi_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{m_2 k_2}}, \alpha = \frac{m_2}{m_1}, \lambda_1 =$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2}, \lambda_2 = \frac{p}{\omega_2}, \text{将式(1)进行无量纲化,得:}$$

$$\begin{cases} \lambda_1^2 \ddot{X}_1 + (2\xi_1 \lambda_1^2 + 2\xi_2 \lambda_1 \alpha) \dot{X}_1 + (\lambda_1^2 + \alpha) X_1 = \\ \sqrt{\lambda_1^4 + 4\xi_1^2 \lambda_1^2 \lambda_2^2} U + 2\xi_2 \lambda_1 \alpha \dot{X}_2 + \alpha X_2 \\ \lambda_2^2 \ddot{X}_2 + 2\xi_2 \lambda_2 \dot{X}_2 + X_2 = 2\xi_2 \lambda_1 \dot{X}_1 + X_1 \end{cases} \quad (2)$$

其中 X, \dot{X}, \ddot{X}, U 均是 τ 的函数。

将式(2)改写成矩阵形式,并整理得:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}U \quad (3)$$

其中 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 为无量纲形式的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,即:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & 0 \\ 0 & \lambda_2^2 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2\xi_1 \lambda_1^2 + 2\xi_2 \lambda_1 \alpha & -2\xi_2 \lambda_1 \alpha \\ -2\xi_2 \lambda_1 & 2\xi_2 \lambda_1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \lambda_1^2 + \alpha & -\alpha \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1^4 + 4\xi_1^2 \lambda_1^2 \lambda_2^2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{令: } \mathbf{Y}(\tau) = \begin{bmatrix} X(\tau) \\ \dot{X}(\tau) \end{bmatrix}, \text{以 } X(\tau) \text{ 和 } \dot{X}(\tau) \text{ 构成状态}$$

空间,则式(3)可转化为状态方程:

$$\dot{\mathbf{Y}}(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{Y}(\tau) + \mathbf{B}U(\tau) \quad (4)$$

$$\text{其中: } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{bmatrix}。$$

1.2 跌落过程的动力学模型

包装件在跌落过程中的动力学模型见图2。 H

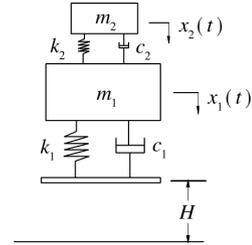


图2 跌落过程的动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of drop

为跌落高度, $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 为产品主体和易损零件产生的位移。

包装件的跌落冲击过程可分为2个阶段,第1阶段是包装件自高度 H 处自由下落,落地时的速度为 $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = \sqrt{2gH}$ 。外包装箱落地时受到跌落面的约束而处于静止,该跌落冲击持续时间极短,内装产品来不及产生响应。第2阶段是外包装箱静止以后,产品主体和易损零件由于惯性会继续运动,因此其运动微分方程在式(2)的基础上,令 $U=0$ 即可得到。

2 仿真分析

两个自由度以上的系统的振动与冲击响应的解析法比较复杂,故借助 Matlab/Simulink 动态系统仿真工具,根据系统状态方程,利用各种模块构建整个系统的仿真模型,运行仿真,便可得到系统输出的动态响应。

2.1 振动响应仿真

根据状态方程(4),可建立两自由度系统的振动仿真模型,见图3。图3中的 Sine Wave 模块可设置

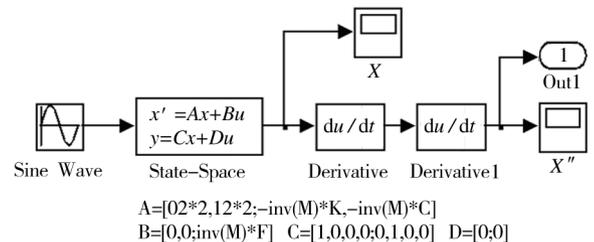


图3 振动仿真模型

Fig. 3 Vibration simulation model

简谐位移激励的幅值和频率。编写 M 文件并运行,

计算状态空间模块中 A, B, C, D 4 个矩阵。仿真解算器设置为变步长的 ode23, 运行仿真, 可输出产品主体和易损零件的加速度响应曲线, 见图 4。

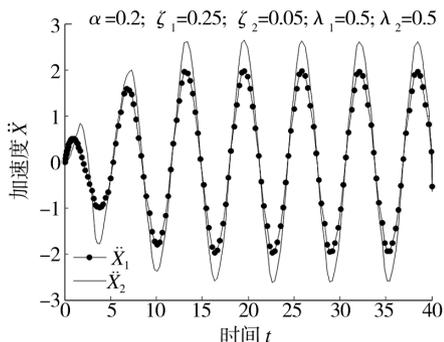


图 4 无量纲受迫振动加速度响应

Fig. 4 Dimensionless acceleration response of forced vibration

$$H_1 = \frac{X_{1m}}{U_m} = \frac{\ddot{X}_{1m}}{\ddot{U}_m} = \sqrt{\frac{(\lambda_1^4 + 4\zeta_1^2 \lambda_1^2 \lambda_2^2) [(1 - \lambda_2^2)^2 + 4\zeta_2^2 \lambda_2^2]}{[(1 - \lambda_2^2)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) - \lambda_2^2(\alpha + 4\zeta_1 \zeta_2 \lambda_1)]^2 + [2\zeta_1 \lambda_1 \lambda_2 (1 - \lambda_2^2) + 2\zeta_2 \lambda_2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \alpha \lambda_2^2)]^2}}$$

$$H_2 = \frac{X_{2m}}{U_m} = \frac{\ddot{X}_{2m}}{\ddot{U}_m} = \sqrt{\frac{(1 + 4\zeta_2^2 \lambda_2^2)(\lambda_1^4 + 4\zeta_1^2 \lambda_1^2 \lambda_2^2)}{[(1 - \lambda_2^2)(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) - \lambda_2^2(\alpha + 4\zeta_1 \zeta_2 \lambda_1)]^2 + [2\zeta_1 \lambda_1 \lambda_2 (1 - \lambda_2^2) + 2\zeta_2 \lambda_2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \alpha \lambda_2^2)]^2}}$$

取质量比 α 分别为 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 取阻尼比 ζ_1 和 ζ_2 分别为 0.05, 0.10, 0.25, 0.50, 0.75 和 0.01, 0.025, 0.05, 0.1, 0.2, 取频率比 λ_1 分别为 0.1, 0.5, 1, 2, 得到以不同影响因素为参变量的两自由度系统的传递率曲线, 见图 5。

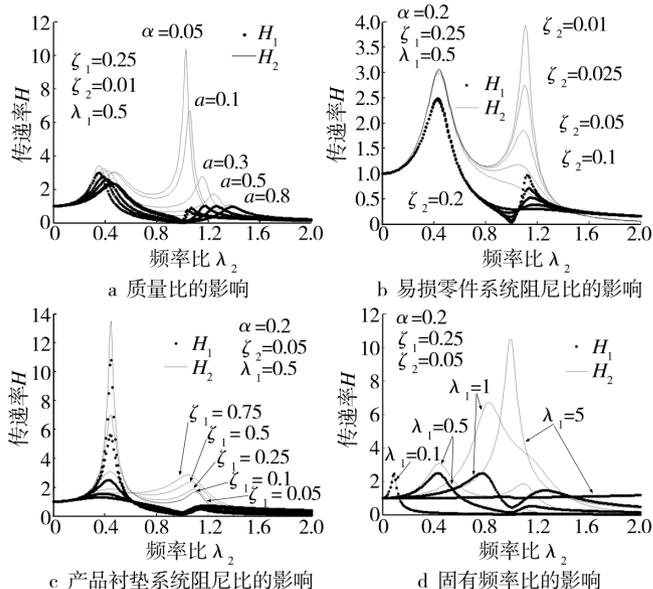


图 5 不同影响因素影响下的产品主体和易损零件传递率

Fig. 5 The transmissibilities of product and fragile part at different influencing factors

式(1)的通解是自由振动与受迫振动的叠加^[2], 从图 4 可以看出, 自由振动由于阻尼而迅速衰减, 故经历短时间后, 系统的振动就只含有稳态的受迫振动, 由于位移激励为简谐形式, 因此受迫振动也为简谐形式, 其频率等于位移激励的频率。因此后续重点分析研究稳态振动。

从式(2)可以看出, 产品主体和易损零件的位移和加速度响应与质量比、阻尼比、频率比等因素有关, 为了进一步探讨质量比、阻尼比、频率比等因素对产品主体和易损零件稳态振动的影响, 利用复指数函数法求出产品主体和易损零件的稳态振动振幅^[2], 得到产品主体和易损零件无量纲形式的传递率 H_1 和 H_2 :

率曲线均有 2 个峰值, 即产品主体和易损零件均产生 2 次共振, 这是因为运输包装件简化后的两自由度系统具有 2 个固有频率, 当外界激励频率与系统的 2 个固有频率相等时, 产品主体和易损零件则产生共振。图 5a 反映了易损零件与产品主体的质量比对传递率的影响, 增大易损零件质量可以明显降低易损零件第 2 次共振, 而对第 1 次共振和产品主体的振动没有明显的影响。图 5b 表明增大易损零件系统阻尼可以明显降低易损零件和产品主体的第 2 次共振, 而对第 1 次共振没有影响。而增大产品衬垫系统阻尼可以明显降低产品主体和易损零件的第 1 次共振, 但使易损零件的第 2 次共振有了一定程度的增大, 而对产品主体的第 2 次共振没有影响, 见图 5c。因此调节产品衬垫系统阻尼, 总能找到一个阻尼比值 ζ_{1opt} , 使得易损零件的两次共振传递率相等且达到最小, 则 ζ_{1opt} 称为最佳阻尼比, 对应的最小传递率为 H_{2opt} , 见图 6。图 5d 反映了产品衬垫系统与易损零件系统的固有频率比对传递率的影响。从图中可以看出, 产品衬垫系统的固有频率愈小, 产品主体和易损零件的 2 次共振就愈小。当产品衬垫系统的固有频率等于或大于易损零件系统的固有频率时, 易损零件的 2 次共振合并为 1 次共振, 而且共振变得更加强烈。

2.2 跌落冲击响应仿真

令 $U(\tau)=0$, 式(4)可变为跌落过程的状态方程。

图 5 显示产品主体和易损零件的受迫振动传递

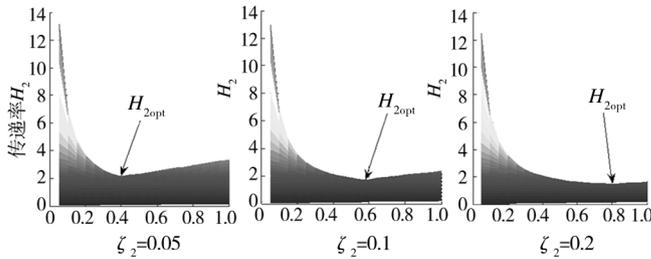


图 6 最佳阻尼比 ζ_{1opt} 与阻尼比 ζ_2 的关系

Fig. 6 The relationship between best damp ratio ζ_{1opt} and damp ratio ζ_2

在状态空间模块中令 $B=0$, 设置初始条件为 $\dot{x}_1(0) = \dot{x}_2(0) = \sqrt{2gH}$, 得到跌落仿真模型, 见图 7。运行仿

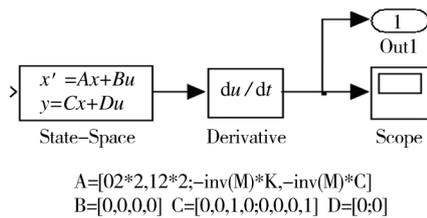


图 7 跌落仿真模型

Fig. 7 Drop simulation model

真, 便可输出产品主体和易损零件的加速度响应曲线, 见图 8。

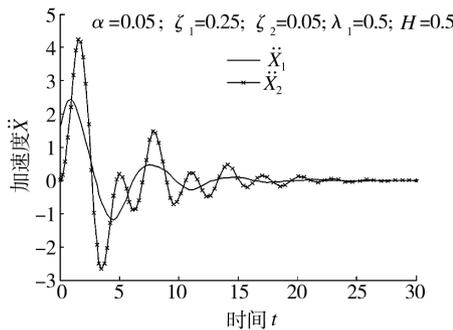


图 8 无量纲跌落加速度响应

Fig. 8 Dimensionless acceleration response of drop

图 8 表明产品主体和易损零件在跌落过程中, 由于惯性以及阻尼的作用均做衰减振动, 而且易损零件的响应更为强烈, 因此后续重点分析研究易损零件的加速度响应。以质量比、产品衬垫系统阻尼比、产品衬垫系统与易损零件系统的固有频率比以及跌落高度为参变量, 运行跌落仿真模型, 得到不同影响因素下易损零件的无量纲加速度响应曲线, 见图 9。

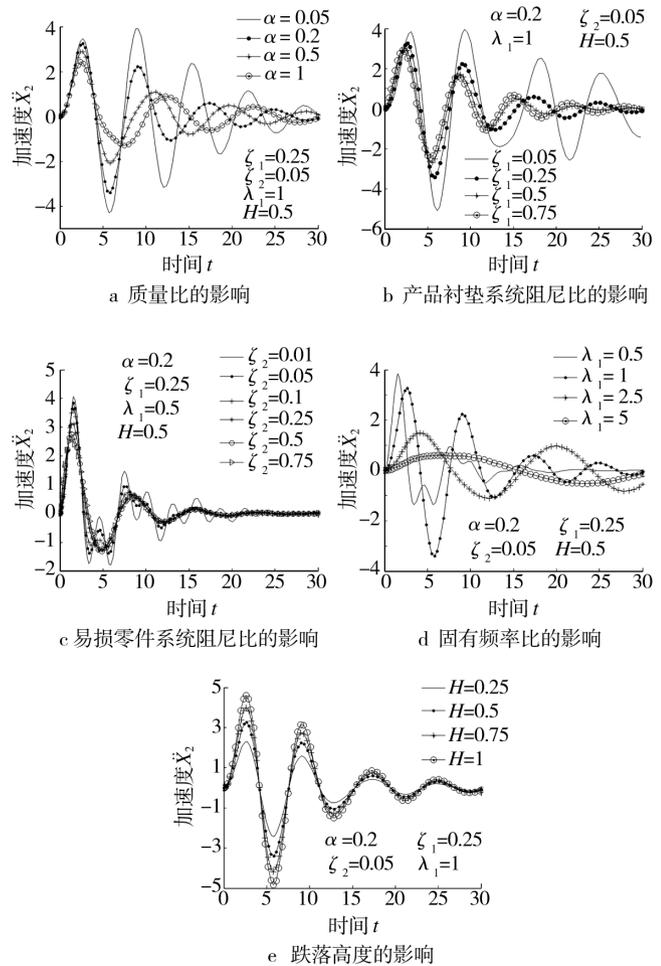


图 9 不同影响因素影响下的易损零件加速度响应

Fig. 9 Acceleration response of fragile part at different influencing factors

图 9a 表明易损零件质量愈大, 衰减幅度愈大, 振动很快衰减消失。图 9b 和 c 反映了产品衬垫系统和易损零件系统的阻尼比对易损零件加速度响应的影响, 增大 2 个系统的阻尼可以有效降低易损零件衰减振动振幅, 但阻尼比超过 0.5 以后, 易损零件衰减振动并没有明显变化。图 9d 表明包装件承受冲击激励作用的过程中, 当产品衬垫系统与易损零件系统的固有频率接近或相等时, 易损零件的加速度响应接近或达到最大值。图 9e 反映了跌落高度对易损零件加速度响应的影响, 跌落高度愈大, 易损零件的加速度响应也愈大。产品衬垫系统阻尼比对产品主体加速度响应的影见图 10, 随着阻尼比的增大, 跌落瞬间产品主体的最大加速度越来越大, 后续振动最大加速度却越来越小, 且衰减很快。

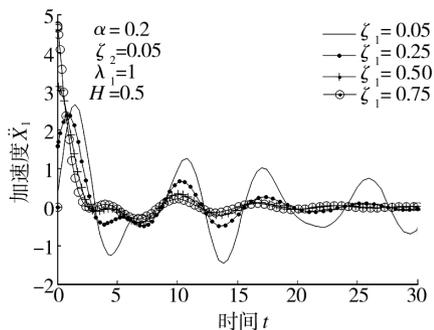


图 10 产品衬垫系统阻尼比对产品主体的影响

Fig. 10 Effect of damp ratio of pad system on product

3 结论

根据 Matlab/Simulink 仿真图形可以得出以下结论:

1) 易损零件对产品主体的质量比对易损零件稳态振动和冲击跌落的影响显著。易损零件质量越轻, 响应越大, 越容易损坏, 但对产品主体的响应几乎没有影响。

2) 产品衬垫系统对易损零件系统的固有频率比对产品主体和易损零件稳态振动和跌落冲击的影响显著。当外界激励频率接近或等于系统的 2 个固有频率时, 产品主体和易损零件的传递率 2 次达到最大, 即产生 2 次共振。增大产品衬垫系统与易损零件系统的固有频率比会增大易损零件跌落冲击的加速度, 而且使易损零件的 2 次共振合为 1 次, 而且振动更为强烈, 因此, 应尽量减小产品衬垫系统的固有频率, 而选择较软和较厚的缓冲材料是降低产品衬垫系统固有频率的有效措施。需注意的是, 两自由度系统的 2 个固有频率 ω_{1n} 和 ω_{2n} 并不等于产品衬垫系统的固有频率 ω_1 和易损零件系统的固有频率 ω_2 。从图 5a 可以看出, 只有当质量比非常小时, $\omega_{1n} = \omega_1$, $\omega_{2n} = \omega_2$ 。

3) 增大产品衬垫系统的阻尼比或易损零件系统的阻尼比, 均可有效降低产品衬垫系统的第 1 次共振或易损零件系统的第 2 次共振, 而对另一次共振几乎没有影响。图 6 表明可以求得一个最佳的产品衬垫系统阻尼比, 使得易损零件的 2 次共振传递率达到相等且最小, 提高了易损零件在 2 次共振时均不破损的可能性, 同时反映出易损零件系统阻尼比越大, 最佳阻尼比也越大。图 9b, c 和 10 比较发现, 产品衬垫系

统以及易损零件系统的阻尼比并不是越大越好, 当 $\zeta_1 = 0.2 \sim 0.5$ 时, 阻尼具有一定的缓冲作用。

4) 跌落高度对易损零件跌落冲击加速度响应也有显著影响。跌落高度表征跌落冲击环境的严酷程度, 跌落高度越高, 跌落冲击环境越恶劣, 易损零件就越容易发生破损。设计产品缓冲包装时, 必须确定包装件的跌落高度, 而且必须是产品跌落时发生破损概率最大的那个高度, 根据这个跌落高度设计出来的缓冲包装才是合理的。

5) Matlab/Simulink 动态系统仿真工具功能强大, 可对具有 2 个自由度以上的复杂系统进行快速高效地仿真分析, 得到动态响应数据和曲线, 避免了繁琐的数值计算和大量破坏性试验; 而且参数修改方便, 可得到不同参数下简谐位移激励或跌落冲击的仿真结果。通过对流通环境严酷程度的调查研究, 获取仿真系统必需的输入条件, 然后根据包装件仿真系统的动态响应规律可对缓冲包装的安全性进行评估, 实时修改设计参数, 有效地提高运输包装设计的精确性和经济性。

参考文献:

- [1] 彭国勋. 物流运输包装设计[M]. 北京: 印刷工业出版社, 2006.
- [2] 汤伯森, 向红. 包装动力学[M]. 长沙: 湖南大学出版社, 2001.
- [3] 黄道敏. 缓冲包装产品的动态特性及仿真方法[J]. 包装工程, 1999, 20(4): 46-51.
- [4] 郭彦峰. 缓冲包装系统计算机仿真的应用研究[J]. 包装工程, 2002, 23(4): 123-126.
- [5] 杨小俊. 计算机仿真在包装动力学教学中的应用初探[J]. 包装工程, 2003, 24(4): 201-202.
- [6] 李光. 运输包装仿真系统的应用研究[J]. 包装工程, 2005, 26(3): 102-104.
- [7] 金海军. 缓冲包装设计及其动态仿真模拟[J]. 包装食品与机械, 2006, 24(6): 6-9.
- [8] 李小丽. Matlab/Simulink 在缓冲包装中的应用[J]. 中国包装, 2003(6): 92-94.
- [9] 姜久红, 王志伟. 二自由度线性系统跌落响应影响因素分析[J]. 包装工程, 2006, 27(5): 101-103.
- [10] 姜久红, 王志伟. 考虑易损件的包装系统在半正弦波激励下的冲击响应[J]. 包装工程, 2007, 28(7): 4-5.
- [11] 张志涌. MATLAB 教程[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2001.