

基于 MATLAB 的蜂窝纸板缓冲包装系统参数辨识

张丽, 王保升

(南京工程学院, 南京 211167)

摘要: 通过正弦振动试验, 研究了蜂窝纸板缓冲包装系统的振动特性, 获得了蜂窝纸板的振动传递率曲线。采用 MATLAB 软件, 利用最小二乘法对振动传递函数中的 f_n 和 c 进行辨识, 得到了理论传递率函数, 并与试验数值进行了对比分析, 证明了运用 MATLAB 和最小二乘法识别蜂窝纸板系统参数是可行的, 具有较高的精度。利用识别出的固有频率和阻尼系数, 对不同尺寸的蜂窝纸板进行了预测, 预测结果与试验结果比较接近。

关键词: 蜂窝纸板; 振动传递率; 参数辨识; MATLAB; 最小二乘法

中图分类号: O328; TB485.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2011)23-0137-04

Parameter Identification of Honeycomb Paperboard Cushion Packaging System Based on MATLAB

ZHANG Li, WANG Bao-sheng

(Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China)

Abstract: The vibration property of honeycomb paperboard was investigated by sine vibration tests, and the vibration transmissibility curves of honeycomb paperboard were obtained. Using MATLAB program, the natural frequency and damping coefficient of transmissibility function were identified based on least-square method. By comparing the fitting curves and actual curves, the model was verified to be correct and feasibility. Prediction of different area honeycomb paperboard was made and the results were closer with the practice.

Key words: honeycomb paperboard; vibration transmissibility; parameter identification; MATLAB; least-square method

蜂窝纸板是由 2 层面纸和位于二者之间的蜂窝状纸芯组成的纸质蜂窝夹层板。蜂窝纸板的结构和材质使之具有重量轻、强度高、承重大、环保可回收等优点, 在产品的隔振缓冲包装领域有着广阔的应用前景, 可替代泡沫塑料。郭彦峰^[1]、张改梅^[2]等研究了蜂窝纸板的力学特性和静态缓冲特性; 王冬梅^[3]、卢立新^[4]建立了蜂窝纸板临界应力模型, 可预测不同蜂窝纸板的临界应力; 郭彦峰^[5-6]研究了蜂窝纸板的动态缓冲特性, 通过跌落冲击试验和振动试验, 绘制了不同厚度、不同跌落高度下的最大加速度-静应力曲线; 郑全安^[7]研究了蜂窝纸板在各频率下的弹性系数和阻尼系数; 朱大鹏^[8-9]研究了冲击载荷下蜂窝纸板的动态特性, 构造了蜂窝纸板质量系统的自由响应试验系统, 进行了系统的参数识别。许多实际产品破损案例的调查与分析表明, 随着商品运输设备和装卸技

术的发展, 冲击往往不是产品破损的主要原因, 破损往往是由振动引起的^[10]。笔者建立了蜂窝纸板缓冲系统振动时参数识别的方法, 采用最小二乘法通过 MATLAB 编程对蜂窝纸板缓冲系统进行参数识别, 对比试验结果表明, 识别参数具有较高的精度。根据识别出的参数, 可预测不同尺寸的蜂窝纸板的振动特性, 为蜂窝纸板在缓冲包装中的合理应用提供设计依据。

1 试验

1.1 材料及设备

试验材料采用 0.12 m×0.12 m, 0.15 m×0.15 m 的 2 种规格蜂窝纸板, 纸板厚度均为 20 mm, 蜂窝边长为 6 mm。试验温度为 23 ℃, 环境湿度为 62%。

收稿日期: 2011-06-08

作者简介: 张丽(1970—), 女, 山西汾阳人, 南京工程学院讲师, 主要研究方向为运输包装、机械设计等。

试验设备有 DC-600-5 振动试验台、RS-2000 控制仪、SA-5 开关式功率放大器、FJ-1000 鼓风机、DH5920 动态信号分析系统、加速度传感器、信号适调器、质量块等。试验按照 GB 8169—87^[11] 进行。

1.2 原理

试验测试系统的组成见图 1, 振动控制仪为振动

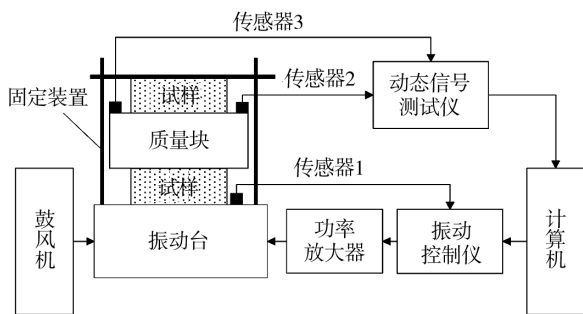


图 1 测试系统示意图

Fig. 1 Schematic of the test system

试验台提供所需要的信号, 经过功率放大器对电流和电压进行放大, 驱动振动台体产生振动。加速度传感器分别安装在质量块上和振动台体上, 分别测量振动台体的振动加速度(输入 a_s) 和质量块的加速度(响应 a_p)。为保证数据准确, 在质量块上安装 2 个加速度传感器, 采集数据取平均值。利用动态信号分析仪记录下振动数据, 则传递率 $T_r = a_p/a_s$ 。在扫频状态下, 通过测得多个频率下的放大倍数, 即可得到缓冲材料的传递率曲线。

测试的蜂窝纸板缓冲系统可以简化为单自由度系统, 试件的固定从下到上依次是振动台、蜂窝纸板、质量块、蜂窝纸板、固定装置。

在运输过程中, 当外力的振动频率与运输包装件的固有频率相一致时, 就会引起共振现象。正弦变频振动试验的目的是确定运输包装件的固有频率, 找出引起产品损坏的共振点, 并考察在正弦变频振动或共振情况下运输包装件的强度及对内装物的保护能力, 为防震包装的结构设计提供基本参数。

包装件的共振频率或固有频率是用振动试验机测定包装件在扫描过程中产生最大加速度时的振动频率来确定, 即振动传递率最大处所对应的频率就是包装件的共振频率 f_n 。

振动传递率公式^[6]如下:

$$T_r = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\lambda)^2}{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \quad (1)$$

式中: λ 为频率比; ξ 为阻尼比。当 $f/f_n = 1$ 即 $\lambda = 1$ 时, 振动台的振动频率与包装件的固有频率相等, 包装件产生共振, 振动放大系数达到最大值。包装件的共振频率往往不止一个, 振动传递率最大值处为主共振点, 其次的峰值处为第二共振点, 依次类推。

试验测试中, 质量块的质量为 2.9 kg, 保持电动振动台的加速度为 $(5 \pm 0.1) \text{ m/s}^2$, 扫频速率为每分钟 0.5 个倍频程, 频率范围为 3~200 Hz, 则可得 $0.15 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}$ 的蜂窝纸板试样所受静应力为 1.263 kPa, $0.12 \text{ m} \times 0.12 \text{ m}$ 的蜂窝纸板试样所受静应力为 1.973 kPa。通过 2 种不同面积的蜂窝纸板进行振动试验, 得到 2 种面积蜂窝纸板的振动传递率曲线, 即图 3—4 中的实测曲线。

2 基于 Matlab 的参数辨识

2.1 基于最小二乘法的辨识算法

最小二乘法(又称最小平方方法)是一种数学优化技术, 其通过使误差的平方和最小化来寻找数据的最佳函数匹配。利用最小二乘法可以简便地求得未知的数据, 并使得这些求得的数据与实际数据之间误差的平方和为最小值。最小二乘法是一种经典的数据处理方法, 在系统辨识领域中, 最小二乘法是一种得到广泛应用的估计方法, 可用于动态系统、静态系统、线性系统、非线性系统。在随机的环境下, 利用最小二乘法时, 并不要求观测数据提供其概率统计方面的信息, 而其估计结果却有相当好的统计特性。用传递函数描述最小二乘原理, 可以表示为:

$$Z_{\min} = \sum_{i=1}^n (T_{r1} - T_r)^2 \quad (2)$$

式中: $Z_{\min}$ 为目标函数最小值; T_{r1} 为实测传递率; T_r 为拟合传递率。研究的是辨识传递率曲线中的固有频率 f_n 和阻尼系数 c 。传递率曲线对缓冲包装系统的性能有很大的影响, 而其中主要参数就是 f_n 和 c 。根据式(1)可求得振动传递率曲线, 运用最小二乘法对固有频率和阻尼系数进行辨识得出与实际振动传递率曲线相近的函数, 并使两者的差平方和最小, 从而根据函数拟合出振动传递率曲线。由于传递率曲线是一种比较复杂的数学模型, 需要将其转化为比较容易的数学模型, 转化过程如下:

$$T_r = \sqrt{\frac{1 + \left(2\xi \frac{f}{f_n}\right)^2}{\left(1 - \frac{f^2}{f_n^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{f}{f_n}\right)^2}} \quad (3)$$

$$T_r^2 = \frac{1 + \frac{4\xi^2}{f_n^2} f^2}{1 + \frac{1}{f_n^4} f^4 - \frac{2}{f_n^2} f^2 + \frac{4\xi^2}{f_n^2} f^2} \quad (4)$$

$$\text{令 } x = f^2, y = T_r^2, a_1 = \frac{4\xi^2}{f_n^2}, a_2 = \frac{1}{f_n^4}, a_3 = 2 \frac{1}{f_n^2} \quad (5)$$

$$\text{则 } y = \frac{1 + a_1 x}{1 + a_2 x^2 - a_3 x + a_1 x} \quad (6)$$

用最小二乘法可建立误差的目标函数 Z :

$$Z = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1 + a_1 x_i}{1 + a_2 x_i^2 - a_3 x_i + a_1 x_i} - \bar{y}_i \right)^2 \quad (7)$$

式中: $\bar{y}_i$ 为传递率实测数据。最小二乘法的原理就是求出使得 Z 最小的 a_1, a_2, a_3 。如果把 Z 看作是自变量为 a_1, a_2, a_3 的函数, 由多元函数取最小值的条件可知, 上述问题可以通过求方程组:

$$\frac{\partial Z}{\partial a_1} = 0, \frac{\partial Z}{\partial a_2} = 0, \frac{\partial Z}{\partial a_3} = 0 \quad (8)$$

得到系数 a_1, a_2, a_3 , 然后根据式(5)求得 f_n 和 ξ , 再根据 $\xi = c/2m\omega_n$ 求得 c , 这样就可以得到理论传递率曲线函数, 即用线性系统的传递率作为非线性系统传递率的目标函数, 最终得到阻尼比。

2.2 辨识算法的 MATLAB 编程

以 $0.15 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}$ 的蜂窝纸板为例, 通过试验测得的数据计算得到数学模型中的 x, y , 代入程序求解 a_1, a_2, a_3 。其中 a_1, a_2, a_3 的初值是根据试验结果来确定。

在 MATLAB 指令窗口中输入以下程序:

```
Clear
x=[25.45 51.94 62.85 101.81 116.87 150.12
274.78 351.14 467.49 600.47 711.11 .....15907.80
16273.48 16643.32 17205.88 17395.47 18554.86
19148.58 19954.74 20570.28]
y=[1.15 1.11 1.24 1.29 1.07 1.03 1.24 1.29
1.38 1.33 1.20 .....0.95 0.87 1.11 1.38 1.52 1.43
1.52 1.47 1.57]
a0=[0.000011252, 0.00000001524,
0.00024691]
[a]=lsqcurvefit(@myfun,a0,x',y')
xx=5:10:200 00
YY=[1+a(1). * xx]./[1+a(2). * (xx.^2)-
a(3). * xx+a(1). * xx]
plot(x,y,'k-o',xx,YY,'r');grid on
```

则可求得 $a_1=0.000\ 011\ 3, a_2=0.000\ 000\ 015,$

$a_3=0.000\ 246\ 9$

即得回归模型为:

$$y = \frac{1\ 000 + 0.011\ 3x}{1\ 000 + 0.000\ 015x^2 - 0.246\ 9x + 0.011\ 3x} \quad (9)$$

确定模态参数: 根据式(5), 可得固有频率 $f_n = 87.59 \text{ Hz}$ 、阻尼比 $\xi = 0.160\ 89$ 。拟合出的曲线见图 2。

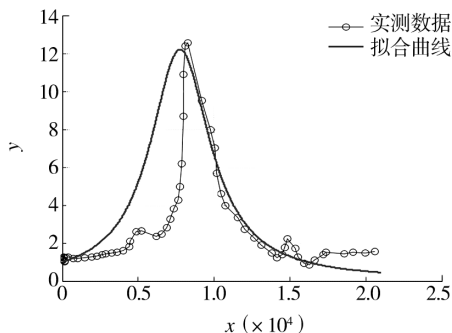


图 2 基于最小二乘法拟合出的数学模型曲线

Fig. 2 Mathematical Model curve based on least-square method

由 $\xi = c/(2m\omega_n) = c/(4\pi m f_n)$, $m = 2.9 \text{ kg}$, 可得阻尼系数 $c = 513.24$ 。

3 辨识结果分析及预测

3.1 辨识结果与试验结果比较

拟合后的传递率曲线与实测 $0.15 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}$ 蜂窝纸板传递率曲线见图 3。从图 3 可以看出, 传递率

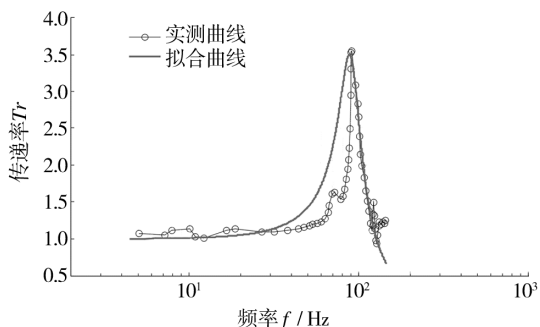


图 3 面积为 $0.15 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}$ 的瓦楞纸板的拟合传递率曲线与实测曲线的对比

Fig. 3 Comparing of fitted curve and actual curve of area $0.15 \text{ m} \times 0.15 \text{ m}$

曲线比较逼近实测曲线, 得到的拟合传递率曲线是比

较符合要求的,并且得到的阻尼比具有一定的可靠性。拟合的 $\xi=0.160\ 89$, $c=513.24$, $f_n=87.59$ 。

从图 3 曲线上看,有些频率点的传递率实测数据与拟合数据相差偏大,可从以下几点分析:(1)通过传递率函数来确定拟合方程,如果采用其它拟合方程(如高次多项式)可以得到更好的拟合效果,但与实际不符合;(2)试验过程存在误差,如固定装置对试样的紧固程度、加速度传感器的安装位置影响等;(3)对传递率曲线进行拟合还应考虑后面的预测问题。一般情况下,拟合精度越高,基于辨识结果的预测越差。

3.2 基于辨识结果的传递率预测

基于辨识结果的传递率预测,即根据 $0.15\text{ m}\times 0.15\text{ m}$ 蜂窝纸板的辨识结果预测 $0.12\text{ m}\times 0.12\text{ m}$ 的蜂窝纸板的固有频率。根据上面的辨识结果,可令 $0.15\text{ m}\times 0.15\text{ m}$ 蜂窝纸板的固有频率 $f_n=90\text{ Hz}$, 阻尼系数 $c=510$ 。同一种纸板弹性模量 E 和纸板厚度 T 相等,则:

$$f_n = \frac{\sqrt{k/m}}{2\pi}, k = \frac{EA}{T} \quad (10)$$

式中: k 表示刚度; A 表示面积。可求得 $0.12\text{ m}\times 0.12\text{ m}$ 蜂窝纸板的固有频率 $f_n=72.0\text{ Hz}$,与实测结果接近,说明辨识结果是可靠的。

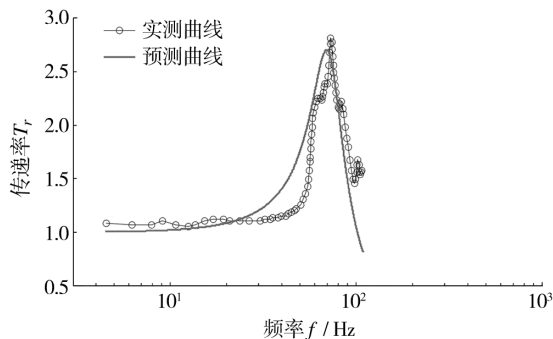


图 4 面积为 $0.12\text{ m}\times 0.12\text{ m}$ 的瓦楞纸板的预测传递率曲线与实测曲线的对比

Fig. 4 Comparing of prediction curve and actual curve of area $0.12\text{ m}\times 0.12\text{ m}$

4 结论

通过振动试验,得到振动传递率曲线,对其中的固有频率和阻尼进行辨识,得到拟合振动传递率曲线,并对不同应力条件下蜂窝纸板的固有频率进行了预测,得出以下结论:

1) 包装系统主要由缓冲材料和产品两部分组

成,由于产品结构的复杂性及缓冲材料特性的复杂性,使包装系统具有多个参数。

2) 由于振动传递率曲线是一种非线性函数,并且不可以换成线性函数,所以必须使用非线性回归。

3) MATLAB 是一种解决运算量大的软件,在最小二乘法的原理上,运用 MATLAB 拟合曲线具有一定的准确性,得到的系统阻尼精度较高,利用辨识出的结果对不同应力下蜂窝纸板进行预测是可行的,预测结果与实验数据接近,比较可靠,为准确了解包装系统的特性,了解包装系统的响应特性,改进包装等打下良好的基础。

参考文献:

- [1] 郭彦峰,张景绘. 蜂窝纸板及其缓冲衬垫缓冲特性研究[J]. 包装工程,2002,23(5):110-112.
- [2] 张改梅,胡玉玲. 不同规格蜂窝纸板缓冲性能的研究[J]. 包装工程,2008,29(10):77-79.
- [3] 王冬梅. 纸蜂窝压缩临界应力经验评估[J]. 包装工程,2007,28(8):14-15.
- [4] LU Li-xin, SUN Y P, WANG Zhi-wei. Critical Buckling Load of Paper Honeycomb under Out-of-plane Pressure[J]. Packaging Technology and Science, 2005, 18: 141-150.
- [5] 郭彦峰,张景绘. 蜂窝纸板动态缓冲特性曲线测试分析[J]. 包装工程,2002,23(6):6-8.
- [6] 郭彦峰,张景绘. 蜂窝纸板动态缓冲特性及振动传递特性的试验研究[J]. 西安交通大学学报,2003,37(5):539-541.
- [7] 郑全成,朱大鹏,赵博. 基于图模法的蜂窝纸板参数识别[J]. 包装工程,2008,29(9):4-5.
- [8] 朱大鹏,周世生. 包装系统的动态响应与模态参数识别方法[J]. 包装工程,2010,30(6):34-36.
- [9] 朱大鹏,周世生,张志昆. 蜂窝纸板动态特性建模与参数识别[J]. 振动与冲击,2010,29(4):213-217.
- [10] 周明硯,张峻岭. 缓冲包装设计理论的发展及方向[J]. 包装工程,2005,26(2):70-71.
- [11] GB/T 8169-2008, 包装用缓冲材料振动传递特性试验方法[S].