

# 接触印刷过程中纸张油墨结合效应的研究

郝兰芸, 钱军浩

(江南大学物, 无锡 214122)

**摘要:** 接触印刷分为 2 个不同的阶段: 压印过程和自由渗透过程。采用渗流理论优化了接触印刷加压过程中油墨的渗透深度, 避免了 Olsson 方程对毛细管半径的简化。自由渗透阶段, 考虑到了动态接触角随动态接触线速度变化的因素, 采用了动态润湿方程使得油墨的自由渗透深度计算更为准确, 最后采用分形理论完成了毛细管半径的计算, 进而完成了油墨渗透深度的研究。

**关键词:** 纸张油墨; 渗透深度; 毛细管半径; 分形理论

中图分类号: TS802; TS801.41 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2012)01-0092-03

## Research of Bonding Effect of Ink and Paper during Contact Printing

HAO Lan-yun, QIAN Jun-hao

(Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** There are 2 processes during contact printing, press printing process and free permeating process. The ink permeating depth during press printing process was optimized using seepage theory to avoid simplification of capillary radius with Olsson equation. Dynamic wetting equation was applied to get permeating depth during free permeating process considering dynamic contact angle changing with dynamic contact line velocity. The capillary radius was calculated by using fractal theory.

**Key words:** ink and paper; permeating depth; capillary radius; fractal theory

在印刷发展过程中, 人们最为关注的主要是印刷品的质量问题, 而印刷品质量除了与印刷速度、印刷压力、印刷车间温湿度等因素有关以外, 从实际的生产情况来看, 与纸张和油墨的结合性能有更为密切的联系。印刷过程实际上可以看作是纸张油墨的结合过程, 其中包含多方面的因素, 例如纸张对油墨的吸收、油墨的渗透等性能, 这些都会对最终的印刷品质量产生不同程度的影响, 而其中纸张油墨的结合过程中油墨的渗透又起着至关重要的作用, 一旦把握不好油墨渗透深度, 就极有可能造成不同程度的透印或粉化, 所以研究油墨的渗透深度对于印刷品质量控制有着极其重要的意义。从油墨的转移方式看可分为接触式印刷和非接触式印刷, 在接触印刷过程中纸张油墨的渗透包含 2 个过程: 压印渗透和自由渗透。压印渗透是在有印刷压力时, 油墨被挤压进纸张内部的过程; 自由渗透是纸张通过毛细管张力吸收油墨的过程。笔者利用渗流方程推导出压印过程中油墨的渗

透深度, 再利用接触角渗透模型推导出自由渗透的深度, 最后利用分形理论得到纸张毛细管半径, 进而可以最终计算纸张油墨结合的最终深度。

## 1 渗流理论的加压渗透深度模型研究

压印瞬间油墨的渗透与印刷时间和印刷压力都有关系, 在压印瞬间其压力并不是很大, 所以认为油墨流体是不可压缩的, 由于压印时油墨的渗透只在边缘部位是二维的, 则其存在压力梯度分布的渗透方向  $x$  上可看作是一维的, 在描述油墨在纸张中  $x$  方向渗流时, 可以采用流体渗流的一维形式的连续性方程<sup>[1-4]</sup>:

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\phi p)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

式中:  $\rho$  为压强;  $v_x$  为油墨沿  $x$  方向的平均速度;  $x$  为油墨在纸张中的渗透深度;  $t$  为渗透时间;  $\phi$  为纸张孔隙度, 化简得:

收稿日期: 2011-08-31

作者简介: 郝兰芸(1986—), 女, 山东人, 江南大学硕士生, 主攻印刷原理与工艺。

$$(\partial^2 p / \partial x^2) = 0 \quad (2)$$

设  $\xi$  为压印过程中油墨在  $x$  方向上的渗透深度, 其中印刷刚刚接触还没有渗透及压印结束没有压力这 2 个临界状态, 其临界条件为:  $x=0, p=p_e; x=\xi, p=p_0$ , 解得:

$$\partial p / \partial x = \frac{p_e - p_0}{\xi} \quad (3)$$

由达西定理<sup>[3]</sup>可得:

$$\frac{k}{\mu} \frac{p_e - p_0}{\xi} = \phi \frac{d\xi}{dt} \Rightarrow \frac{k}{\mu\phi} (p_e - p_0) dt = \xi d\xi \quad (4)$$

式中:  $k$  为油墨在纸张中的渗透率;  $\mu$  为油墨的粘度系数。两边积分:  $\frac{k}{\mu\phi} (p_e - p_0) = \frac{1}{2} \xi^2$ , 而油墨在纸张中的渗透率<sup>[5]</sup>  $k = \frac{\phi r^2}{8}$ ,  $r$  为纸张毛细管半径, 则在压印阶段油墨在纸张中的渗透深度<sup>[6-7]</sup> 为:

$$\xi = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{(p_e - p_0)}{\mu} t} \quad (5)$$

## 2 动态润湿理论的自由渗透深度模型研究

纸张是由复杂的纤维网络形成的, 这种多孔性结构使得油墨在毛细管力作用下进入纸张内部, 可将墨滴向纸张多孔性结构的渗透看作是垂直渗透, 即这种多孔性毛细结构只在垂直方向吸收墨滴, 而不考虑油墨向周围渗透的影响。关于油墨在毛细管作用力下的自由渗透深度实际上是一种动态渗透的过程, 与之前的观点认为渗透过程动态接触角  $\theta$  不偏离平衡接触角  $\theta_0$  有所差异, 动态渗透过程中的接触角随接触线而变化, Mracke M 研究出动态接触角与毛细管数的关系<sup>[8]</sup>:

$$\cos \theta = \cos \theta_0 - 2(1 + \cos \theta_0) \left( \frac{\mu v}{\sigma} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

当毛细管壁完全润湿时:

$$\cos \theta = 1 - 4 \left( \frac{\mu v}{\sigma} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

式中:  $\mu$  为液体粘度;  $\sigma$  为流体的表面张力;  $v$  为运动学粘度。设  $x'$  为油墨的自由渗透深度, 垂直圆形毛细管中普通接触线上的动力运动可表示为<sup>[9]</sup>:

$$x \frac{d^2 x'}{dt^2} + \left( \frac{dx'}{dt} \right)^2 = \frac{2}{r} \frac{\sigma}{\rho} \cos \theta - gx' - \frac{8}{r^2} vx' \frac{dx'}{dt} \quad (8)$$

整理得:

$$\frac{2}{r} \cos \theta = \rho g x' + \frac{8}{r^2} \mu x' \frac{dx'}{dt} + \rho \left[ x' \frac{d^2 x'}{dt^2} + \left( \frac{dx'}{dt} \right)^2 \right] \quad (9)$$

动态接触角随接触线速度变化, 根据分子润湿运动理论, 润湿线上动摩擦力( $F_w = \sigma(\cos \theta_0 - \cos \theta)$ )破坏了分子力的平衡, 基于动态接触角  $\theta$  随接触线速度变化<sup>[10]</sup>, 由杨氏方程, 从分子理论上推导动态润湿方程为<sup>[11]</sup>:

$$\frac{dx'}{dt} = 2K_0 \lambda \sin h \left[ \frac{\sigma \lambda^2 (\cos \theta_0 - \cos \theta)}{2K_B T} \right] \quad (10)$$

式中:  $K_B$  是 Boltzmann 常数, 通常在  $0.15 \times 10^{-12}$  左右;  $T$  为温度;  $\lambda$  为润湿线的平均长度;  $h$  为普朗克常数;  $K_0$  为平衡率。通常由  $\sin h = 1$ , 令  $\zeta = \frac{K_B T}{K_0 \lambda^3}$ , 故式(10)可简化为:

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{\sigma (\cos \theta_0 - \cos \theta)}{\zeta} \quad (11)$$

由式(9),(11)得出了动态润湿方程:

$$\frac{2\sigma}{r} \cos \theta_0 = \rho g x' + \frac{2}{r} \zeta \frac{dx'}{dt} + \frac{8\mu x'}{r^2} \frac{dx'}{dt} + \rho \left[ x' \frac{d^2 x'}{dt^2} + \left( \frac{dx'}{dt} \right)^2 \right] \quad (12)$$

式中:  $\rho$  为密度;  $t$  为时间;  $g$  为重力加速度,  $\zeta$  为润湿线单位长度上的摩擦力系数, 不同的渗透系统  $\zeta$  值是不同的。由于油墨在毛细管中的惯性力很小, 且其垂直毛细管及管中油墨的高度也很小, 则其重力必然很小, 在这种情况下可近似看作为 0, 于是由式(6)经简化可得自由渗透深度的表达式:

$$x' = \frac{\sqrt{r^2 \zeta^2 + 8r\sigma \cos \theta_0 \mu t} - r\zeta}{4\mu} \quad (13)$$

则最终油墨在纸张中总的渗透深度为:

$$z = \xi + x' = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{(p_e - p_0)}{\mu} t} + \frac{\sqrt{r^2 \zeta^2 + 8r\sigma \cos \theta_0 \mu t} - r\zeta}{4\mu} \quad (14)$$

## 3 分形求纸张毛细管的半径

纸张和油墨结合的最终渗透深度便可由式(14)进行预算, 式中纸张半径笔者欲采用分形理论求得, 其他参量可由印刷条件及纸张油墨特性得到。研究表明, 纸张这一多孔性介质, 具有自相似性, 因此具有分形特性<sup>[12-13]</sup>, 而每根毛细管是由许多大小不一的

孔隙组成的,其直径大小延纸张纤维纵向随机分布,形成一条迂回的通道,见图1,圆圈代表孔隙的大小,孔隙的弯曲程度用分形维数 $D$ 表示<sup>[14]</sup>。



图1 毛细管分形模型

Fig. 1 Capillary fractal model

对于多孔性介质,若设 $N(r)$ 为半径大于 $r$ 的孔隙的数目,那么:

$$N(r) = \int_r^{r_{\max}} Q P(x) dx = c r^{-D}, \quad \frac{d N(r)}{d r} = -c D r^{-(1+D)}$$

式中: $Q$ 为油墨流体的流量; $P(x)$ 为半径为 $x$ 的孔隙分布密度函数; $c$ 为常数;纸张孔隙半径范围为 $r_{\min} \sim r_{\max}$ 。采用分形理论,纸张的毛细管半径表达式为:

$$r = \frac{\int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \left| \frac{d N(r)}{d r} \right| r dr}{N(r)} = \frac{c D}{D-1} r_{\max}^{1-D} \left[ 1 - \left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{1-D} \right] \\ = \frac{D}{D-1} r_{\min} \left[ 1 - \left( \frac{r_{\min}}{r_{\max}} \right)^{1-D} \right] \quad (15)$$

式中:

$$D = d - \frac{\ln \phi}{\ln \frac{r_{\min}}{r_{\max}}} \quad (16)$$

式中:当 $d=2$ 时, $1 < D < 2$ (二维空间);当 $d=3$ 时, $2 < D < 3$ (三维空间)。

采用分形方法可测出纸张的毛细管半径,然后带入式(14)即可求得接触印刷过程中纸张油墨结合时的渗透深度。

#### 4 结语

分别对接触印刷的加压过程和自由渗透的过程进行渗透深度的计算,既避免了Olsson方程对毛细管半径的过度简化;又在自由渗透过程中考虑到动态接触角变化因素,使得2个阶段的渗透深度计算都得以优化。最后采用分形理论来计算纸张毛细管半径,对纸张这种多孔性介质分形几何理论的研究为今后采用分形理论进一步研究纸张渗透特性提供了参考

依据,此外仅仅从理论上对纸张油墨的结合深度进行了研究,今后还需在实验论证研究方面更加的努力。

#### 参考文献:

- [1] LEE S L, YANG J H. Modeling of Darcy-Forchheimer Drag for Fluid Flow Across a Bank of Circular Cylinders [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1997, 21(13): 3149—3155.
- [2] FETECAU C. Analytical Solutions for Non-Newtonian Fluid Flows in Pipe-like Domains [J]. Int J Non-linear Mech, 2004, 39(2): 225—231.
- [3] WANG X, THAUVIN F, MOHANTY K K. Non-Darcy Flow through Anisotropic Porous Media [J]. Chem Eng Sci, 1999, 54(12): 1859—1869.
- [4] ABDOBAL S, FOURAR M, RADILLA G, et al. Effects of High-velocity on Air-water Two-phase Flow through Porous Media [C]. ICMF—2001. 4 th International Conference On Multi phase Flow, New Orleans, Louisiana, USA.
- [5] 刘福平,齐晓堃,王安玲.纸张毛细管半径测量的新方法 [J].中国造纸学报,2006,21(4):81—84.  
LIU Fu-ping, QI Xiao-kun, WANG An-ling. A New Measuring Method of Capillary Radius of Paper [J]. Transactions of China Pulp and Paper, 2006, 21(4): 81—84.
- [6] 刘福平,齐晓堃,王安玲.印刷过程中油墨渗透深度的计算与实验研 [J].包装工程,2006,27(1):71—75.  
LIU Fu-ping, QI Xiao-kun, WANG An-ling. Calculation and Experimental Study of Permeating Depth of Printing ink in Porous Papers in Printing [J]. Packaging Engineering, 2006, 27(1): 71—75.
- [7] 刘福平,齐晓堃,王安玲.幂律油墨在纸张中渗透深度的计算与实验 [J].工程学报,2007,7(2):216—222.  
LIU Fu-ping, QI Xiao-kun, WANG An-ling. Numerical Calculation and Experimentation of Permeating Depth of Power-law Printing Ink in Porous Paper Printing [J]. The Chinese Journal of Process Engineering, 2007, 7(2): 216—222.
- [8] 郭同翠,刘明新,熊伟,等.动态接触角研究 [J].石油勘探与开发,2004(S1):36—39.  
GUO Tong-cui, LIU Ming-xin, XIONG Wei, et al. Studies of Dynamic Contact Angle [J]. Petroleum Exploration and Development, 2004(S1):36—39.

(下转第 121 页)

济的发展和社会的需求,近几年对防伪技术的要求大大增加,已经达到了百亿元的市场规模,其绝对数值已经相当大了<sup>[6]</sup>。现今的防伪技术仍停留在纸基材料防伪上,这些防伪技术大都不具备唯一性和独占性,致使一种防伪技术或者产品出现后就会很快被复制。随着 RFID 技术的发展,基于 RFID 技术的溯源性防伪技术必将成为新型防伪技术与材料的重要研究领域。建立公共信息服务平台,防伪溯源体系相互兼容、安全性好、操作性强并以 RFID 技术为核心,必将成为用户便捷查询的产品防伪平台<sup>[7]</sup>。基于 RFID 技术的产品防伪策略将会产生巨大的社会影响力和经济效益。

## 参考文献:

- [1] 郎为民. 射频识别技术原理与应用[M]. 北京机械工业出版社,2006.  
LANG Wei-min. RFID Technology and Application[M]. Beijing: China Machine Press, 2006.
- [2] HARRISON A, van HOEK Remko I. Logistics Management and Strategy[M]. Beijing: China Machine Press, 2006.
- [3] 李一农,彭磊,袁海,等. 一种基于 RFID 的出境木质包装数字防伪系统[J]. 植物检疫,2007(5):276—278.  
LI Yi-nong, PENG Lei, YUAN Hai, et al. A RFID-based Digital Authentication System Against Counterfeit Export Wooden Package[J]. Plant Quarantine, 2007 (5): 276—278.
- [4] 焦亚冰. 基于 RFID/EPC 技术的物联网 MIS 构建[J]. 包装工程,2010,31(23):116—119.  
JIAO Ya-bing. Building MIS of Internet of Things Based on RFID/EPC Technologies[J]. Packaging Engineering, 2010,31(23):116—119.
- [5] 李如年. 基于 RFID 技术的物联网研究[J]. 中国电子科学研究院学报,2009(6):595—597.  
LI Ru-nian. Study on the Internet of Things Based on RFID Technique[J]. Journal of CAEIT, 2009 (6): 595—597.
- [6] 于惠钧,张学毅,王璇. HF 频段 RFID 系统性能的优化[J]. 兰州交通大学学报,2008(6):114—116.  
YU Hui-jun, ZHANG Xue-yi, WANG Xuan. Optimization of HF RFID System Performance[J]. Journal of Lanzhou Jiaotong University, 2008(6):114—116.
- [7] 胡向东,安东阳. 基于 RFID 的汽车生产物流跟踪管理系统分析与设计[J]. 计算机应用研究,2008(12):3829—3831.  
HU Xiang-dong, AN Dong-yang. Analysis and Design of RFID-based Logistics Tracking Management System in Automobile Manufacture [J]. Application Research of Computers, 2008(12):3829—3831.
- [8] 王俊宇,刘丹,魏鹏,等. 基于射频识别的防伪系统研究与开发[J]. 计算机工程,2008(8):264—266.  
WANG Jun-yu, LIU Dan, WEI Peng, et al. Research and Development of Anti-counterfeit System Based on RFID [J]. Computer Engineering, 2008(8):264—266.

(上接第 94 页)

- [9] BLAKE T D, De CONINCK J. The Influence of Solid Liquid Interactions on Dynamic Wetting [J]. Advances in Colloid and Interface Science, 2002(96):21—36.
- [10] 王晓东,彭晓峰,王补宣. 动态湿润与动态接触角的实验[J]. 航空动力学报,2005(2):215—218.  
WANG Xiao-dong, PENG Xiao-feng, WANG Bu-xuan. An Experimental Investigation on Dynamic Wetting and Dynamic Contact Angle[J]. Journal of Aerospace Power, 2005,20(2):215—218.
- [11] MARTIC G, De CONINCK J, BLAKE T D. Influence of the Dynamic Contact Angle on the Characterization of Porous Media[J]. Journal of Colloid and Interface Science, 2003(1):213—216.
- [12] ZMESKAL O, NEZADAL M, KOMENDOVA B, et al. Fractal Analysis of Printed Structure Images[C]. Conference of Wood, Pulp and Paper. FCHPT STU Bratislava, 2003:57—59.
- [13] 刘晓丽,梁冰,薛强. 多孔介质渗透率的分形描述[J]. 水科学进展,2003,14(6):769—773.  
LIU Xiao-li, LIANG Bing, XUE Qiang. Fractal Description of Porous Media Permeability[J]. Advances in Water Science, 2003,14(6):769—773.
- [14] SHEPARD S J. Using a Fractal Model to Compute the Hydraulic Conductivity Function[J]. Soil Sci Soc Am J, 1993,57:300—306.