

泡沫材料厚度对其刚度及阻尼系数的影响

冯涛, 苏彬, 刘斌, 黎亚军, 李知微, 王晶

(北京工商大学, 北京 100048)

摘要: 根据隔振分析模型, 建立了相应的实验测量系统, 测量并分析了泡沫材料的刚度及阻尼系数。采用激振台对泡沫材料施加激励, 由 2 个加速度计拾振, 获得了由泡沫材料组成的缓冲包装系统的振动传递比曲线, 应用非线性拟合方法计算得到了阻尼比, 并求得了刚度和阻尼系数。实验结果表明: 泡沫材料刚度随其厚度增加而递减, 阻尼系数则在一定范围内随厚度增加而降低; 泡沫材料厚度的增加会降低缓冲包装系统隔振的下限频率, 在一定范围内越厚, 隔振效果会越好, 但当厚度超过了特定值, 隔振效果反而有所下降。

关键词: 泡沫材料; 刚度; 阻尼系数; 振动传递比

中图分类号: TB485.1; TB487 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2012)09-0037-04

Experimental Research of Influences of Foam Material Thickness on Its Stiffness and Damping Coefficient

FENG Tao, SU Bin, LIU Bin, LI Ya-jun, LI Zhi-wei, WANG Jing

(Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China)

Abstract: The experimental system was established according to vibration isolation model; the stiffness and damping coefficient was measured and analyzed. The excitation was exerted by vibration excitation platform; the acceleration was measured by two accelerators and the vibration transfer ratio curve of the cushion packaging system including the foam material was measured; the damping ratio was obtained by applying nonlinear fitting method and then the stiffness and damping coefficient was calculated. The experimental results showed that the stiffness of the foam material descends with its thickness increase; damping coefficient also descends with its thickness increase in the specific scope; with the increase of thickness, the lower limit frequency of cushion packaging system decreases; the more the thickness of the foam material, the better the vibration isolation effectiveness in specific range; however, the vibration isolation effectiveness decreases when the thickness beyond specific value.

Key words: foam material; stiffness; damping coefficient; vibration transfer ratio

泡沫材料在产品缓冲包装领域有着广泛的应用^[1], 在由泡沫材料组成的系统中, 泡沫材料厚度对产品缓冲包装效果有明显的影响。质量、刚度和阻尼系数是决定缓冲包装系统隔振特性的 3 个关键参数, 由于质量参数主要取决于被包装物, 而刚度和阻尼参数主要取决于泡沫材料, 因此, 泡沫材料厚度与缓冲包装隔振特性之间关系的研究就转化为泡沫材料厚度与其刚度及阻尼系数间对应关系的研究。

王江^[2]在研究隔振系统中泡沫材料的多孔弹性模型时, 应用振动台进行了实验测量; 周文管等人^[3]应用发泡塑料力学性能, 研究了材料密度对其主要力学性能的影响; 奚德昌等人^[4]回顾了几种泡沫材料的本构模型, 考虑了材料的密度、加载速度、发泡种类等诸多因素的影响; 卢富德^[5]等人应用振动台对发泡聚乙烯的隔振性能进行了研究, 通过正弦加速度激励研究其隔振特性, 考虑了材料的非线性和滞后性。泡沫材料的本构模型较为复杂, 若直接根据该模型进行缓

收稿日期: 2012-02-13

基金项目: 国家自然科学基金(10974217); 北京市教委科技发展面上项目(科技教委 2010-08 新); 北京市属高等学校人才强教计划资助项目(PHR201107110)

作者简介: 冯涛(1969—), 男, 上海人, 博士, 北京工商大学副教授, 主要研究方向为噪声与振动控制。

冲包装设计,设计计算也会较为复杂。如果将泡沫材料等效为一个弹簧和一个阻尼器组成的线性模型,缓冲包装系统的设计分析过程将简化很多。单自由度线性振子系统的刚度一般是通过测量其力-加速度响应曲线得到,这种方法需要测量激励力和加速度响应,测量原理简单,但由于测量过程中既要使用力传感器,又要使用加速度传感器,测量难度较大。

笔者根据泡沫材料的特性,采用激振台作为系统激励源,应用2个加速度传感器测量从振动台面到振子的加速度传递函数,得到缓冲包装系统的振动传递比曲线,用非线性拟合方法实现泡沫材料刚度和阻尼系数的测量。针对不同厚度的泡沫材料,采用该测量方法研究了材料厚度与材料刚度和阻尼系数的对应关系。

1 测量原理

泡沫材料的刚度为 k , 阻尼系数为 c , 其与质量块 m 组成了单自由度振动系统, 见图 1, 系统对应的微分方程^[6] 见(1)式。

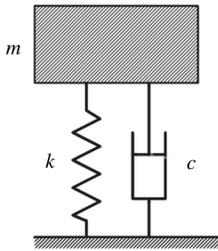


图 1 泡沫材料与质量块组成的单自由度系统
Fig. 1 Schematic of the SDOF system composed of foam and mass

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = ky + c\dot{y} \quad (1)$$

式中: y 为激振台的激振位移; \dot{y} 为激振台的速度, x , \dot{x} 和 \ddot{x} 分别为振子质量块 m 的位移、速度和加速度响应; ω 为激励角频率。假定 y 是一简谐运动, 用复数可表达为:

$$y = Y e^{j\omega t} \quad (2)$$

被激振物体的位移可表达为:

$$x = X e^{j(\omega t - \theta)} = X e^{-j\theta} e^{j\omega t} \quad (3)$$

式中: θ 为激振台与振子质量块间的加速度相位差。将 x 及 y 的表达式代入微分方程(1), 得:

$$(-m\omega^2 + j\omega c + k) X e^{-j\theta} = (k + j\omega c) Y \quad (4)$$

于是可得:

$$\frac{X}{Y} e^{-j\theta} = \frac{k + j\omega c}{(k - m\omega^2) + j\omega c} \quad (5)$$

由(2)式和(3)式得:

$$\dot{x} = j\omega X e^{-j\theta} e^{j\omega t} \quad (6)$$

$$\ddot{x} = -\omega^2 X e^{-j\theta} e^{j\omega t} \quad (7)$$

$$\dot{y} = j\omega Y e^{j\omega t} \quad (8)$$

$$\ddot{y} = -\omega^2 Y e^{j\omega t} \quad (9)$$

所以质量块 m 的加速度响应与激振台的加速度比值为:

$$\frac{\ddot{x}}{\ddot{y}} = \frac{-\omega^2 X e^{-j\theta} e^{j\omega t}}{-\omega^2 Y e^{j\omega t}} = \frac{X}{Y} e^{-j\theta} \quad (10)$$

所以:

$$\frac{X}{Y} e^{-j\theta} = \sqrt{\frac{k^2 + (c\omega)^2}{(k - m\omega^2)^2 + (\omega c)^2}} e^{-j\theta} = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta\omega/\omega_n)^2}{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + 2(\zeta\omega/\omega_n)^2}} e^{-j\theta} \quad (11)$$

$$\tan \theta = \frac{2\zeta(\omega/\omega_n)^3}{1 - (\omega/\omega_n)^2 + (2\zeta\omega/\omega_n)^2} \quad (12)$$

式中: $\zeta = c/(2\sqrt{mk})$, 称为阻尼比, 其中 c 为系统的阻尼系数; $\omega_n = \sqrt{k/m}$, 称为系统的固有频率。当阻尼系数不大时, 传递比曲线峰值对应的频率与固有频率基本一致, 得到系统固有频率后, 根据振子质量即可求得系统刚度。

宫建平^[7]应用曲线拟合方法, 通过时域速度曲线求解阻尼系数; 唐家德^[8]在基于 MATLAB 的非线性拟合方面进行了研究。非线性曲线拟合是通过改变曲线的控制参数, 寻找到一条与测量数据最接近的光滑曲线, 进而求得控制参数。由式(11)可知, 通过实验测量, 可直接测得 X/Y 与 ω/ω_n 的关系曲线, 选取包含峰值的部分曲线段进行非线性曲线拟合, 求解得到 ζ 。其工作流程见图 2。

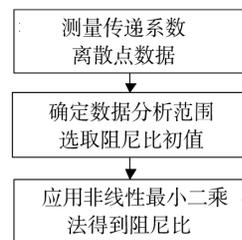


图 2 非线性曲线拟合流程

Fig. 2 Flow chart of nonlinear curve fitting

2 实验系统

实验装置见图 3。缓冲包装系统的下方为电磁

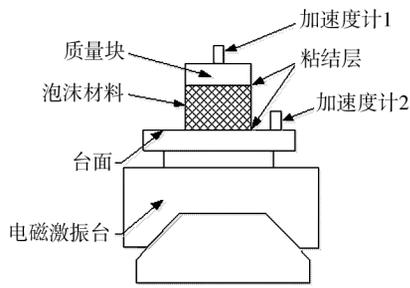


图3 泡沫材料刚度及阻尼系数测量装置原理
Fig. 3 Schematic of measuring device for stiffness and damping coefficient of foam

激振台,电磁激振台可发出频带在 5~200 Hz 之间的随机激励信号。激振台振动面上为泡沫振子系统,由厚度不同的泡沫材料和相同的质量元件所组成。根据泡沫材料的力学特性,该被测系统可以等效成为图 1 所示的有阻尼的单自由度弹簧振子系统。在质量元件与激振台台面上分别放置加速度计,以测量其各自的加速度。当泡沫质量元件被测系统的质量与激振台台面质量(包括与激振台台面固结在一起的附件的质量)相比很小时,可以将这种激振视为支撑运动式激振。该系统的优势在于大大减小了激振源对于系统的干扰。实验中通过测量加速度计 1 和 2 间的传递函数,得到式(11)左边的比值,绘制出传递系数曲线,曲线峰值对应的频率即为固有频率^[9],再通过非线性拟合方法求出阻尼比。

泡沫材料为聚乙烯泡沫,泡沫的一面与质量原件(即砝码)紧贴,另一面与激振台面紧贴,泡沫材料与质量元件及振动台面之间均采用双面胶粘结,材料的安装方式见图 3。泡沫试样和质量元件的参数见表 1,

表 1 泡沫及质量元件参数

Tab. 1 Parameters of foams and mass

材料	质量/kg	直径/mm	厚度/mm
泡沫试样 1	0.005	100	24
泡沫试样 2	0.010	100	48
泡沫试样 3	0.015	100	72
泡沫试样 4	0.020	100	96
质量元件	1.000	100	20

泡沫材料的密度为 26.3 kg/m³。考虑泡沫材料本身的质量时,系统的等效质量为质量元件的质量再附加 1/3 的泡沫材料质量^[10],由表 1 可知,质量元件为 1 kg,厚度最大泡沫材料的质量为 0.02 kg,为质量元件

的 1/50,所以可忽略不计。计算时,被测系统的质量即为质量元件的质量。

3 测量结果及分析

4 种不同厚度泡沫材料的传递系数曲线见图 4,

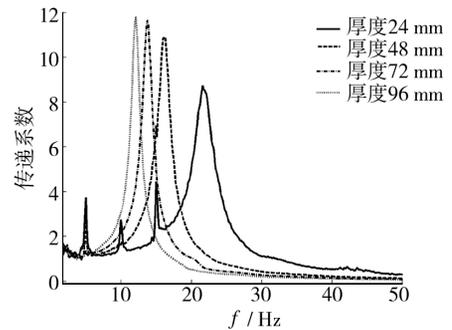


图 4 不同厚度泡沫材料的加速度传递曲线
Fig. 4 Acceleration transfer curve of the foam with four different thicknesses

这 4 条曲线都呈现出明显的峰值,这些峰值就是共振峰,对应的频率就是被测系统固有频率。图 4 中还显示,质量元件保持不变,随材料厚度的增加,振动传递曲线共振峰向低频移动,同时共振峰高度增大,宽度减小。设系统的共振频率为 f_r ,固有频率为 f_n ,阻尼比为 ζ ,有 $f_r = f_n \sqrt{1 - \zeta^2}$,如果阻尼比较大,系统共振频率会小于其固有频率;如果振子系统阻尼比较小,系统的共振频率与其固有频率近似相等。从图 4 得出共振频率后,即可应用公式 $k = 4\pi^2 f_n^2 m$ 求出 4 种厚度泡沫材料的刚度,计算结果见表 2。

表 2 不同厚度泡沫材料的刚度、阻尼系数计算结果

Tab. 2 Calculation results of stiffness and damping coefficient of the foams with different thickness

泡沫材料	泡沫材料厚度/mm	固有频率/Hz	刚度/(N·m ⁻¹)	阻尼比	阻尼系数/(N·s·m ⁻¹)	方差
试样 1	24	21.63	18 470.24	0.058 7	15.955	0.063 3
试样 2	48	16.25	10 424.77	0.048 5	9.909	0.026 9
试样 3	72	13.75	7 463.89	0.042 2	7.200	0.006 4
试样 4	96	12.13	5 808.73	0.043 9	6.686	0.006 7

为应用式(11)求解系统的阻尼比,将图 4 中横轴的频率参数转化为归一化无量纲频率,得到图 5 所示的曲线。从图 5 中看出,4 种厚度的泡沫材料传递系数曲线在区间[0, 0.8]和[1.5, 2]内基本保持一致,而在[0.8, 1.5]区间中出现了较为明显的差异,由式(11)可知,差异主要是由于阻尼比 ζ 的不同所致。因

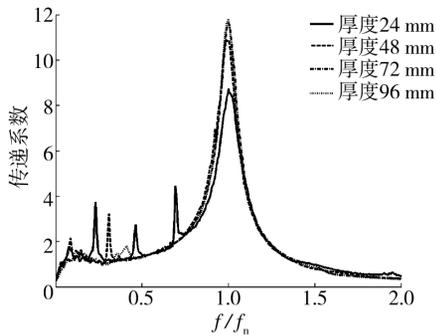


图5 不同厚度的泡沫材料的振动传递系数曲线

Fig. 5 Vibration transfer ratio curve of the foam with four different thicknesses

此,应用非线性拟合求解阻尼比 ζ 时,主要应判定区间 $[0.8, 1.5]$ 中的值是否得到较好的拟合。

以厚度为 96 mm 的泡沫材料为例,求解其阻尼比 ζ 。采用非线性拟合方法,通过实验数据,对式(11)中的阻尼比 ζ 进行非线性拟合计算,先为阻尼比 ζ 设定初值,通过式(11)计算得到振动传递曲线,将计算值与实验测量值进行比较,计算其方差,当方差大于设定值时,重新设定 ζ 值进行循环迭代计算,直至方差满足计算要求,最后求得阻尼比为 0.043 9。将拟合的阻尼比代入式(11),得到拟合的振动传递曲线。图 6 显示了拟合曲线与实测振动传递曲线间的差异,

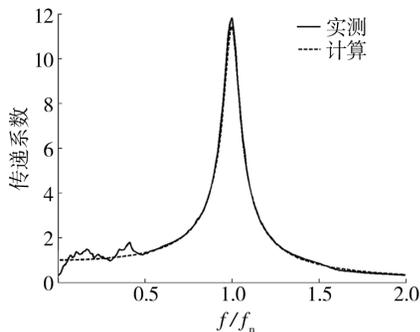


图6 厚度为 96 mm 的泡沫材料实测振动传递比曲线与拟合曲线对比

Fig. 6 Contrast of vibration transfer ratio curve and fitting curve of the foam with 96 mm thickness

可以看出,两者基本一致,其方差为 0.006 7。已知系统的阻尼比及刚度,就可根据公式 $c = 2\zeta\sqrt{mk}$ 求出阻尼系数。4 种厚度泡沫材料的阻尼比、阻尼系数及方差计算结果见表 2。

从表 2 可知,随着泡沫材料的厚度增加,其刚度随之降低,由于泡沫材料的厚度呈倍数增加,如将泡沫材料试样 2—4 分别看成由不同个数的试样 1 组成

的串联弹簧组,以试样 1 的刚度为基础,按弹簧串联规律得到试样 2—4 的刚度分别为 9 235.1, 6 156.7, 4 617.6 N/m, 所得结果均小于表 2 中的实测数据,最大相对误差达到 20%。因此,泡沫材料刚度随其厚度的变化尽管与弹簧串联后刚度下降这一趋势相同,但直接采用弹簧串联模型还无法保证分析的准确性。泡沫材料厚度的增加,会降低缓冲包装系统隔振的下限频率,从而增大系统的隔振频带宽度。另外,阻尼系数随试样厚度增加而降低,阻尼比也随泡沫材料厚度的增大而降低,但当厚度为 96 mm 时,阻尼比的值反而有所增大。因此,如果包装对象不变时,在一定厚度范围内,泡沫材料越厚,隔振效果会越好,厚度超过了特定值,隔振效果反而有所下降。

4 结论

对泡沫材料刚度和阻尼系数的振动台激励测量方法进行了研究,建立了测量分析模型和实验测量系统,应用非线性拟合实现了阻尼比的辨识,研究了泡沫材料试样的刚度和阻尼系数与其厚度的对应关系。结果表明:泡沫材料刚度随其厚度增大而递减,阻尼系数随试样厚度增加而降低;泡沫材料厚度的增加会降低缓冲包装系统隔振的下限频率,在一定范围内,泡沫材料越厚,隔振效果会越好,但当厚度超过了特定值,隔振效果反而有所下降。

参考文献:

- [1] 耿东为,许文才,曹国荣. 环保型缓冲包装材料的现状及发展前景[J]. 包装工程, 2007, 28(4): 11-13.
GENG Dong-wei, XU Wen-cai, CAO Guo-rong. Present Situation and Developing Prospect of Environmental Protection Buffer Packaging Materials[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(4): 11-13.
- [2] 王江. 聚氨酯泡沫垫层隔振系统的数值模型[J]. 包装工程, 2009, 30(6): 14-16.
WANG Jiang. Numerical Model of Vibration Isolation System with Polyurethane Foam Cushion[J]. Packaging Engineering, 2009, 30(6): 14-16.
- [3] 周文管,王喜顺. 泡沫塑料主要力学性能及其力学模型[J]. 塑料科技, 2003(6): 17-19.
ZHOU Wen-guan, WANG Xi-shun. Main Mechanical Properties of Foamed Plastics and Its Mechanical Model [J]. Plastics Science and Technology, 2003(6): 17-19.

(下转第 53 页)

3) 文中通过试验获得了纸/塑/铝复合材料的拉伸、盒体抗压力学特性及其 $\sigma-\epsilon$ 曲线,对进一步研究建立纸/塑/铝复合材料包装力学模型奠定了理论基础。

参考文献:

- [1] 周祥兴. Tetra Pak 无菌包装膜的生产及应用[J]. 塑料包装, 2007, 17(4): 19-20.
ZHOU Xiang-xing. Tetra Pak Aseptic Packaging Film Production and Application[J]. Plastic Packaging, 2007, 17(4): 19-20.
- [2] 王莉. 利乐包的印制及回收工艺探讨[J]. 包装工程, 2006, 27(3): 79-80.
WANG Li. Discussion on Production and Recovery of Tetra Pak[J]. Packaging Engineering, 2006, 27(3): 79-80.
- [3] 李宁, 熊晓莉. 铝塑纸复合包装的分离研究[J]. 包装工程, 2008, 29(12): 56-57.
LI Ning, XIONG Xiao-li. Study on the Separation of Aluminum-plastic-paper Composite for Packaging[J]. Packaging Engineering, 2008, 29(12): 56-57.
- [4] 孟宪文. 利乐无菌包装产品加热方法的研究[J]. 包装工程, 2007, 28(2): 52-54.
MENG Xian-wen. Research on the Heating Method of the Tetra Pak Aseptic Products[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(2): 52-54.
- [5] 赵振平. 纸塑铝无菌复合包装材料的现状及发展趋势[J]. 塑料包装, 2008, 18(4): 37-38
ZHAO Zhen-ping. Plastic Aluminum Aseptic Composite Packaging Materials Present Situation and Development Trend[J]. Plastic Packaging, 2008, 18(4): 37-38.
- [6] 张翼飞, 闫大海, 黄泽春, 等. 纸基复合包装中铝塑分离的湿法工艺条件研究[J]. 环境科学研究, 2008, 21(6): 100-101.
ZHANG Yi-fei, YAN Da-hai, HUANG Ze-chun, et al. Research on the Wet Process Conditions of the Separation of Aluminum and Plastic in Post-consumer Aseptic Packages [J]. Research of Environmental Sciences, 2008, 21(6): 100-101.
- [7] 郭彦峰, 许文才. 包装测试技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2006.
GUO Yan-feng, XU Wen-cai. Packaging Testing Technology[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2006.
- [8] 王震鸣. 复合材料力学和复合材料结构力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1991.
WANG Zhen-ming. Mechanics of Composite Materials and Mechanics of Composite Structures [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 1991.
- [9] 杨光松. 损伤力学与复合材料损伤[M]. 北京: 国防工业出版社, 1995.
YANG Guang-song. Damage Mechanics and Damage of Composite Materials[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1995.
- [10] 王冬梅, 廖强华. 蜂窝纸板静态压缩力学性能建模研究[J]. 包装工程, 2006, 27(4): 129-132.
WANG Dong-mei, LIAO Qiang-hua. Research on the Mechanical Performance Modeling of Honeycomb Paperboard under Quasi-static Compression [J]. Packaging Engineering, 2006, 27(4): 129-132.
- [4] 奚德昌, 高德. 缓冲包装材料的本构建模研究进展[J]. 包装工程, 2011, 32(1): 1-4.
XI De-chang, GAO De. The Review on Constitutive Modeling of Cushion Packaging Materials[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(1): 1-4.
- [5] 卢富德, 张绍云, 杜启祥. 发泡聚乙烯隔振性能研究[J]. 包装工程, 2011, 32(11): 1-4.
LU Fu-de, ZHANG Shao-yun, DU Qi-xiang. Study of Vibration Isolation Performance of EPE[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(11): 1-4.
- [6] 李德宝, 陆秋海. 工程振动试验分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
LI De-bao, LU Hai-qiu. Analysis of Experiments in Engineering Vibration [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.
- [7] 宫建平. 阻尼系数的测定[J]. 晋中学院学报, 2011, 28(3): 1-3.
GONG Jian-ping. Measurement of Damping Coefficient [J]. Journal of Jinzhong University, 2011, 28(3): 1-3.
- [8] 唐家德. 基于 MATLAB 的非线性曲线拟合[J]. 计算机与现代化, 2008(6): 15-19.
TANG Jia-de. Nonlinear Curve Fitting Based on MATLAB [J]. Computer and Modernization, 2008(6): 15-19.
- [9] 冯涛, 王晶, 刘斌, 等. 泡沫材料动刚度及阻尼系数的声阻抗管测量方法研究[J]. 包装工程, 2011, 32(7): 1-4.
FENG Tao, WANG Jing, LIU Bin. Study of Sound Impedance Tube Method to Measure Dynamic Stiffness and Damping Coefficient of Foam Material [J]. Packaging Engineering, 2011, 32(7): 1-4.
- [10] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 第 2 版. 南京: 南京大学出版社, 2001.
DU Gong-huan, ZHU Zhe-min, GONG Xiu-fen. Fundamental of Acoustics[M]. Version 2. Nanjing: Nanjing University Press, 2001.

(上接第 40 页)