

正八边形立管截面翻领成型器设计方法

徐红帅，周一届
(江南大学，无锡 214122)

摘要：研究了正八边形翻领成型器的领口交接折线和边界折线的形成，从理论上建立了以直线代替曲线，使翻领曲面转化为平面的以直代曲的设计方法，并推导了正八边形翻领成型器的数学模型，给正八边形翻领成型器的 CAD/CAM 制造及手工制作提供了理论依据。

关键词：翻领成型器；正八边形；以直代曲；交接折线；边界折线；可展曲面

中图分类号：TB486+.02 文献标识码：A 文章编号：1001-3563(2012)11-0073-04

Design of Regular Octagon Lapel Shaper

XU Hong-shuai, ZHOU Yi-jie
(Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: Connecting fold line and boundary fold line of regular octagon lapel shaper was studied. The design method of regular octagon lapel shaper was put forward through establishing theoretical model of replacing curves with lines and converting curved surface of lapel to plan. The mathematical model of regular octagon lapel shaper was deduced. The purpose was to provide reference for manufacturing of regular octagon lapel shaper with CAD/CAM or manual manner.

Key words: lapel shaper; regular octagon; replace curves with lines; connecting fold line; boundary fold line; developable surface

翻领成型器是制袋充填封口机的重要器件,用于实现制袋时的袋成型。几十年来,国内外很多学者和研究机构对其进行过广泛研究^[1],但是大多数研究都是针对立管截面为圆形或超椭圆形的情况^[2-4]。近年来,江南大学周一届教授对立管截面为非圆形的翻领成型器进行了大量研究^[5-8],但涉及截面仍包含曲线段。

按已有翻领成型器设计原理得到的成型器,由于有曲线和曲面的存在,在单件加工制作中,交接曲线和翻领曲面的误差及变形都不易控制,包装膜在使用过程中会出现跑偏、卡塞及撕裂等一系列的问题。笔者针对正八边形立管截面翻领成型器的交接曲线及边界曲线,设想用直线代替曲线,交接折线代替交接曲线,研究设计一种正八边形翻领成型器,这必将给翻领成型器的单件加工制作带来极大方便。制作过程中,依据数学模型可以准确定位出交接折线及边界折线的各个拐点,连接成线并依次弯折,这样得到的翻领成型器仍然是可展曲面,对其多个平面组成的肩

曲面的加工误差和变形较小。因此工作时,包装膜与成型器工作面间的摩擦力较均匀地分布,可以顺利平稳地将包装膜翻折成柱状。

1 建立正八边形翻领成型器的领口交接折线

如图 1 和 2 所示,由于空间交接折线的 x, y 坐

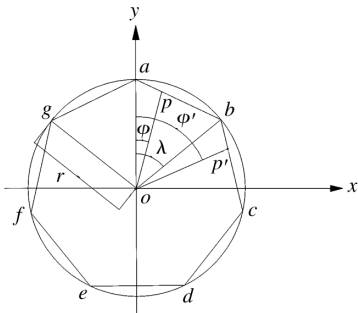


图 1 正八边形翻领成型器立管截面几何关系
Fig. 1 Geometry relation of the section of regular octagon lapel shaper

收稿日期：2012-04-04
作者简介：徐红帅(1986—)，男，河南商丘人，江南大学硕士生，主攻包装机械。

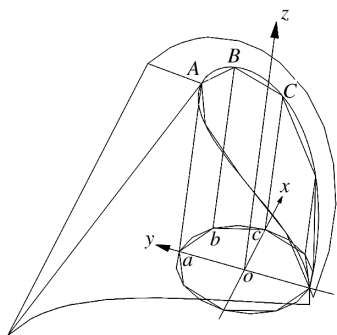


图2 正八边形翻领成型器交接折线与圆形翻领成型器交接曲线的几何关系

Fig. 2 Geometry relation of connecting fold line and boundary fold line of regular octagon lapel shaper

标与其在 x, y 平面上的投影折线的 x, y 坐标相同, 所以可通过投影折线求出空间交接折线的 x, y 坐标。

1.1 建立空间交接折线的投影曲线方程

空间交接折线的投影曲线是一个正八边形, 八边形的任意一条边都可以绕原点旋转一定的角度而得到相邻的另一条边。因此, 可以先选择一条边并建立其解析方程。如图1所示, 用 ab 表示 a, b 两点间线段, 用 $\widehat{ab}$ 表示外接圆在 a, b 间的圆弧, a 点在 y 轴上。多边形外接圆半径为 r , ab 所对应的圆心角 $\lambda = 2\pi/8$, ab 上任一点与原点 o 的连接线 op 与 oa 的夹角为 φ , op' 与 oa 的夹角为 φ' 。建立边 ab 的方程:

$$\begin{cases} x_1 = r \sin \varphi \cos (\pi/8) / \cos (\varphi - \pi/8) \\ y_1 = r - r \sin \varphi \sin (\pi/8) / \cos (\varphi - \pi/8) \end{cases} \quad (1)$$

ab 绕原点顺时针旋转 λ 角即得到 bc , bc 与 y 轴的夹角为 φ' 。则有:

$$\varphi = \varphi' - \frac{N\pi}{4} \quad (2)$$

定义 $[\]$ 为取整运算, 令 $N = \left[\frac{4\varphi'}{\pi} \right]$, 令 $i = N + 1$,

显然可以建立该正八边形任意边的方程:

$$\begin{cases} x_i = \frac{x_1 \sin \varphi'}{\sin \left[\varphi' - \frac{(i-1)\pi}{4} \right]} \\ y_i = \frac{y_1 \cos \varphi'}{\cos \left[\varphi' - \frac{(i-1)\pi}{4} \right]} \end{cases} \quad (3)$$

这里下标 i 表示边的序数(顺时针方向), 设定 ab 边为第一条边($i=1$)。

令 ab 的长度为 r' , 则有:

$$r' = \frac{r \cos \frac{\pi}{8}}{\cos \left[\varphi' - (2N+1) \frac{\pi}{8} \right]} \quad (4)$$

于是正八边形的方程可表示为:

$$\begin{cases} x = \frac{r \cos \frac{\pi}{8} \cos \varphi'}{\cos \left[\varphi' - (2N+1) \frac{\pi}{8} \right]} \\ y = \frac{r \cos \frac{\pi}{8} \sin \varphi'}{\cos \left[\varphi' - (2N+1) \frac{\pi}{8} \right]} \end{cases} \quad (5)$$

1.2 建立空间交接折线方程

如图1和2所示, 平面上的点 a, b, c 在空间交接折线上对应的点分别为 A, B, C 。相似地, 用 AB 表示空间 A 和 B 两点间的线段; 用 $\widehat{AB}$ 表示空间 A, B 两点间的曲线段。可以假设 A 点的高度(即 Z 轴方向坐标)为 h_1 , B 点的高度为 h_2 , C 点的高度为 h_3 , 其余各点可以此类推, 则图2中正八边形立管截面翻领成型器的空间交接折线位于 AB 段上任意一点的高度可用下式表示:

$$z(\varphi) = k h_2 + (1-k) h_1 \quad (6)$$

$$\text{其中, } k = \frac{\sin(\varphi - 2N\pi/8)}{2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \left[\varphi - \frac{2N+1}{8} \pi \right]} \circ$$

可假设正八边形任意一条边两个端点的高分别为 h_i 和 h_{i+1} , 则此边上任意点的高度与角度 φ' 相关:

$$Z(\varphi') = \frac{\sin(\varphi' - 2N\pi/8)}{2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \left[\varphi' - \frac{2N+1}{8} \pi \right]} h_{(i+1)} + \left[1 - \frac{\sin(\varphi' - 2N\pi/8)}{2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \left(\varphi' - \frac{2N+1}{8} \pi \right)} \right] h_i \quad (7)$$

正八边形各顶点对应于空间交接折线上的点的空间高度, 等于外接圆形翻领成型器空间交接折线在该点的空间高度。如图2所示, 圆形翻领成型器的空间交接折线的高度表达式^[3]为:

$$\begin{cases} z(\varphi) = h - r [\tan \beta (-\sin \varphi) + (e \cos \alpha - r)(1 - \cos \varphi) + \frac{r}{2} \varphi^3] / [e(1 + \sin \alpha)] \\ e = \left[\left(\frac{\pi^2}{2} - 2 \right) r^2 \right] / [h(1 + \sin \alpha) - \pi r \tan \beta - 2r \cos \alpha] \end{cases} \quad (8)$$

对上式进行转化可得:

$$\begin{cases} h_i = h - \left[r \tan \beta \sin \left(i \frac{\pi}{4} \right) + e i \frac{\pi}{2} + r(1 - \cos \alpha) \cdot \right. \\ \quad \left. (e \cos \alpha - r) + 2 \left(\frac{i\pi}{4} \right)^2 \right] / (e + e \sin \alpha) \\ e = \frac{\left(\frac{\pi^2}{2} - 2 \right) r^2}{h(1 + \sin \alpha) - \pi r \tan \beta - 2 r \cos \alpha} \end{cases} \quad (9)$$

其中, $\varphi = \varphi' - \frac{(i-1)\pi}{4}$, h 即为 h_1 。由方程(6),

(7)和(9)可得交接折线上任意点的轨迹方程:

$$\begin{cases} x = \frac{r \cos \frac{\pi}{8} \cos \varphi'}{\cos \left[\varphi' - (2N+1) \frac{\pi}{8} \right]} \\ y = \frac{r \cos \frac{\pi}{8} \sin \varphi'}{\cos \left[\varphi' - (2N+1) \frac{\pi}{8} \right]} \\ Z(\varphi') = \frac{\sin(\varphi' - N\pi/4)}{2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \left[\varphi' - \frac{2N+1}{8} \pi \right]} h_{i+1} + \\ \quad \left[1 - \frac{\sin(\varphi' - N\pi/4)}{2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \left(\varphi' - \frac{2N+1}{8} \pi \right)} \right] h_i \end{cases} \quad (10)$$

2 建立正八边形翻领成型器的边界折线

如图 3 所示,设正八边形任一顶点所对应于边界

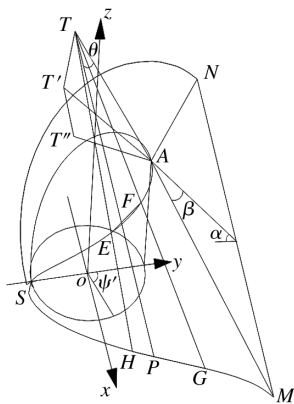


图 3 翻领成型器的几何关系
Fig. 3 Geometry relation of lapel shaper

折线上的拐点为 $G(\omega_i, \nu_i, \zeta_i)$, 设 H 为与 G 相邻的拐点。根据周一届提出的边界曲线方程^[3]可得到点 G 的数学表达:

$$\begin{cases} \omega_i = -e \tan \beta + \left[r \sin \left(i \frac{\pi}{4} \right) + e \tan \beta \right] u \\ \nu_i = r - e \cos \alpha + \left[r \cos \left(i \frac{\pi}{4} \right) - r + e \cos \alpha \right] u \\ \zeta_i = e \sin \alpha + h + \left[z \left(i \frac{\pi}{4} \right) - e \sin \alpha - h \right] u \\ u = [(a+e) \tan \beta] / \left\{ \sin(\beta + \theta) \left[\left(r \cos \frac{i\pi}{4} - r + e \cos \alpha \right)^2 + \right. \right. \\ \quad \left. \left. \left(r \sin \frac{i\pi}{4} + e \tan \beta \right)^2 + \left(z \frac{i\pi}{4} - e \sin \alpha - h \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \end{cases} \quad (11)$$

在图 3 中有 $\triangle TGH$, P 为 GH 上任一点, $\overrightarrow{GP} + \overrightarrow{PH} = \overrightarrow{GH}$, 可设 $t = \frac{GP}{GH}$, $0 \leq t \leq 1$, 则 P 点可表示为:

$$\begin{cases} x = t\omega_{i+1} + (1-t)\omega_i \\ y = t\nu_{i+1} + (1-t)\nu_i \\ z = t\zeta_{i+1} + (1-t)\zeta_i \end{cases} \quad (12)$$

TP 与 TA 的夹角为 $\theta(\varphi')$ ^[3]:

$$\begin{cases} \theta(\varphi') = \cos^{-1} \frac{\left[f^2 + \left(\frac{e}{\cos \beta} \right)^2 - [h - z(\varphi')]^2 - (r\varphi')^2 \right]}{2f \frac{e}{\cos \beta}} \\ f^2 = (e \tan \beta + r\varphi')^2 + [z(\varphi') + e - h]^2 \end{cases} \quad (13)$$

由几何关系可知:

$$t = \frac{f(\varphi') \sin \left[\theta(\varphi') - \theta \frac{i\pi}{4} \right]}{f \left(\varphi' + \frac{\pi}{4} \right) \sin \left[\theta \frac{(i+1)\pi}{4} - \theta(\varphi') \right]} \quad (14)$$

3 建立三维模型

正八边形翻领成型器工作面仍然是可展曲面。根据文中建立的交接折线和边界折线的数学模型,可以在电脑中建立正八边形翻领成型器的三维模型,见图 4。根据数学模型建立给定参数^[3]的正八边形翻

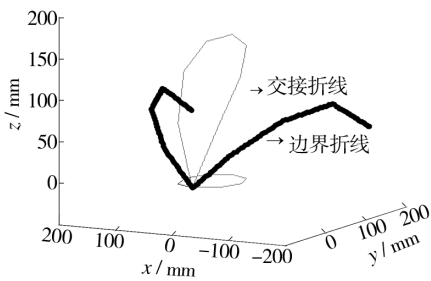


图 4 正八边形翻领成型器三维曲线
Fig. 4 3-D curves of regular octagon lapel shaper

领成型器,其展开图见图 5a,展开图一体弯折后得到纸制模型,见图 5b。

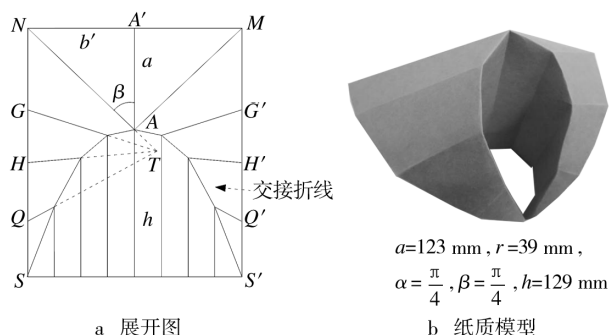


图 5 正八边形翻领成型器展开图和纸质模型

Fig. 5 Developed and paper models of regular octagon lapel shaper

4 结论

正八边形翻领成型器的交接折线和边界折线都可以利用文中所述方法得到准确的数学表达,实现以直代曲。利用数学模型准确建立交接折线和边界折线,可以在计算机上建立三维模型,利用现代加工技术加工制造;而运用低成本的人工折弯加工技术,也可以制造出相对较高精度的成型器。

参考文献:

[1] MOT E. The Shoulder Problem of Forming Filling and Closing Machines for Pouches[J]. Appl Sci Res, 1972 (27):1-13.

[2] BOERSMA J, MOLENAAR J. Geometry of the Shoulder of a Packaging Machine[J]. SIAM Rev, 1995, 37(3): 406-422.

[3] 许林成. 包装机械原理与设计[M]. 上海: 上海科技出版社, 1988.

XU Lin-cheng. The Principle and Designing of Packaging Machines[M]. Shanghai: Sci&Tec Press, 1988.

[4] 周一届, 储志俊, 蔡和平. 翻领成型器曲面研究[J]. 包装工程, 2004, 25(1): 18-26.

ZHOU Yi-jie, CHU Zhi-jun, CAI He-ping. Study of the Surface of the Lapel Shaper[J]. Package Engineering, 2004, 25(1): 18-26.

[5] ZHOU Yi-jie, WANG Zhi-wei. Study on Rhomb Shoulders in Packaging Machines[J]. Packaging Technology and Science, 2004, 28(5): 287-294.

[6] ZHOU Yi-jie, QIAN Xiao-ming. Non Centrosymmetric Section in Packaging Machines[J]. Packaging Technology and Science, 2006(17): 97-104.

[7] 周一届, 蔡和平, 储志俊. 矩形管翻领成型器曲面研究[J]. 江南大学学报, 2004, 3(2): 168-172.

ZHOU Yi-jie, CAI He-ping, CHU Zhi-jun. Study on Surface of the Rectangular Shoulder of Packaging Machines[J]. Journal of Southern Yangtze University, 2004, 3(2): 168-172.

[8] 章辉, 周一届. 矩形管双焦点不对称翻领成型器曲面研究[J]. 包装工程, 2007, 28(2): 19-22.

ZHANG Hui, ZHOU Yi-jie. Study on the Curved Surface of the Rectangular Double Focus Dissymmetric Shoulder of Packaging Machines[J]. Package Engineering, 2007, 28(2): 19-22.

(上接第 72 页)

[3] 陈杰, 梁爱锋, 吴淑芳. 裹包机中的曲柄一摇杆机构优化设计[J]. 包装工程, 2012, 33(3): 75-76.

CHEN Jie, LIANG Ai-feng, WU Shu-fang. Optimization Design of Crank-rocker Mechanism of Packaging Machine[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(3): 75-76.

[4] 贺兵, 邵军, 刘典, 等. 基于 MATLAB 固定凸轮与连杆组合机构的优化设计[J]. 包装工程, 2009, 30(9): 96-98.

HE Bing, SHAO Jun, LIU Dian, et al. Optimum Design of Fixed Cam and Connecting Bar Mechanism Based on MATLAB[J]. Packaging Engineering, 2009, 30(9): 96-98.

[5] 刘鹏辉, 杜启祥, 储火. 裹包机牛头刨床机构动力学分析

[J]. 包装工程, 2012, 33(7): 99-100.

LIU Peng-hui, DU Qi-xiang, CHU Huo. Mechanical Analysis of Wrapping Machine[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(7): 99-100.

[6] 高德, 卢富德. 考虑转动的双曲正切与正切组合模型缓冲系统冲击响应研究[J]. 振动工程学报, 2012, 25(1): 6-11.

GAO De, LU Fu-de. The Shock Response of Hyperbolic Tangent and Tangent Comprehensive Model on Cushion System Considering Rotary Motion[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(1): 6-11.