

## 技术专论

## 三次非线性包装系统关键部件破损曲面研究

姜权<sup>1</sup>, 王军<sup>1,2</sup>, 卢立新<sup>1,2</sup>, 王志伟<sup>3</sup>

(1. 江南大学, 无锡 214122; 2. 中国包装总公司食品包装技术与安全重点实验室, 无锡 214122; 3. 暨南大学包装工程研究所, 珠海 519070)

**摘要:** 通过建立并分析二自由度的包装系统数学模型, 提出了三次非线性包装系统关键部件在运输过程中破损边界曲面的评价方法。通过数学分析方法对三次非线性包装系统动力学方程进行求解, 得到了破损边界曲线和破损边界曲面。运用数值分析分别讨论了破损边界受频率比、脉冲激励幅值和阻尼的影响规律。为运输包装的材料选择和结构设计提供了依据。

**关键词:** 关键部件; 非线性; 二自由度; 矩形脉冲; 破损边界

**中图分类号:** TB485.1; TB487 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2012)17-0053-04

### Damage Boundary Surface of Critical Components of Cubic Nonlinear Packaging System

JIANG Quan<sup>1</sup>, WANG Jun<sup>1,2</sup>, LU Li-xin<sup>1,2</sup>, WANG Zhi-wei<sup>3</sup>

(1. Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Key Laboratory of Food Packaging Techniques and Safety of China National Packaging Corporation, Wuxi, 214122, China; 3. Packaging Engineering Institute, Jinan University, Zhuhai 519070, China)

**Abstract:** Two-degree-of-freedom mathematical model of packaging system was established and analyzed. A damage evaluation method of a cubic nonlinear packaging system with critical component was put forward. Dynamical equations of the cubic nonlinear packaging system were solved by mathematical analysis. Based on the analysis, the damage boundary curve and damage boundary surface of critical component was obtained. The effect of frequency ratio, damping ratio, and pulse amplitude on the damage boundary of critical component was discussed. The purpose was to provide reference for material selection and structural design of transport package.

**Key words:** critical component; nonlinear; two-degree-of-freedom; rectangular pulse; damage boundary surface

1968年 Newton<sup>[1]</sup>首次提出了产品损坏边界曲线, 用于进一步描述产品的脆值。这一线性模型下的理论概念是包装动力学中的重要概念。然而, Newton 的理论是建立在单自自由度假设下的, 在实际应用中产品的脆值往往取决于关键部件, 且线性模型在多数缓冲材料中应用较局限<sup>[2-4]</sup>。于是作者提出将二自由度模型应用于非线性包装系统, 以矩形脉冲为例, 分析得到三维冲击谱和破损边界曲面。

笔者研究具有三次非线性性质的运输包装模型关键部件破损曲线, 得出频率比、幅值、阻尼等分别对其冲击破损的影响规律和评价方法。

### 1 三次非线性力学模型与运动微分方程及无量纲化

二自由度的包装系统动力学模型见图 1。 $m_1$  表示关键部件的质量,  $x_1$  表示关键部件的位移量<sup>[1]</sup>,  $u$

收稿日期: 2012-05-29

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51205167)

作者简介: 姜权(1991—), 男, 浙江人, 江南大学本科生, 主攻运输包装研究。

通讯作者: 王军(1982—), 男, 安徽人, 博士, 江南大学副教授, 主要研究方向为包装动力学、食品/农产品储运包装技术与安全。

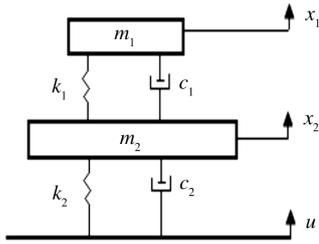


图1 二自由度非线性的包装件力学模型  
Fig. 1 Two degree of freedom nonlinear packaging system model

表示基础位移,  $k_1$  表示关键部件与主体件的等效弹性系数,  $c_1$  表示两者间连接的等效阻尼。当流通环境不明或流通环境恶劣时往往用矩形波做试验<sup>[5-6]</sup>。矩形波脉冲数学表达式为:

$$\ddot{U} = \beta u_{0m}'' \Delta H(t, t_0) \quad (1)$$

三次非线性包装材料力与变形间的关系为:

$$f(x) = k_2 x + r_2 x^3$$

根据牛顿第二定律分别对  $m_1, m_2$  建立微分方程:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = k_1(x_2 - x_1) + c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 = k_2(u - x_2) + r_2(u - x_2)^3 + c_2(\dot{u} - \dot{x}_2) - k_1(x_2 - x_1) - c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{cases} \quad (2)$$

初始条件为:  $x_{1,2}(0) = 0, \dot{x}_{1,2}(0) = 0$ 。其中引入:  $\delta_1 = (x_1 - x_2)/L, \delta_2 = (u - x_2)/L, t = t/T$ , 并令:  $T = \sqrt{m_2/k_2}, L = \sqrt{k_2/r_2}, \omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}, \lambda_1 = \omega_1/\omega_2, \lambda_2 = m_1/m_2, \zeta_1 = c_1/2\sqrt{m_1 k_1}, \zeta_2 = c_2/2\sqrt{m_2 k_2}$ 。根据无量纲化原则化简原方程:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_1 = \delta_2 + \delta_2^3 + 2\zeta_2 \dot{\delta}_2 - (\lambda_2 + 1)\lambda_1^2 \delta_1 - 2(\lambda_2 + 1)\lambda_1 \zeta_1 \dot{\delta}_1 \\ \dot{\delta}_2 = \ddot{U} + \lambda_2 \lambda_1^2 \delta_1 + 2\lambda_1 \lambda_2 \zeta_1 \dot{\delta}_1 - \delta_2 - \delta_2^3 - 2\zeta_2 \dot{\delta}_2 \end{cases} \quad (3)$$

由分析易知初始状态:  $\delta_{1,2}(0) = 0, \dot{\delta}_{1,2}(0) = 0$ 。此时  $\ddot{U} = \beta u_{0m}'' \Delta H(\tau, \tau_0)$ 。

其中, 将  $\beta = T^2/L$  定义为系统特征参数。

## 2 关键部件冲击响应特性分析

对无量纲化简后的方程(3)用龙格-库塔法进行求解, 可得在矩形脉冲下, 关键部件冲击响应<sup>[7]</sup>特征的评判依据。

### 2.1 破损边界曲线分析

矩形脉冲激励下, 分析三次非线性<sup>[8-9]</sup>包装系统关键部件破损边界曲线在不同的频率比中形成的图形, 其中  $\beta u_{0m}'' = 0.5, \lambda_2 = 0.1$ 。横坐标为无量纲临界速度  $v_1 = \beta u_{0m}'' \tau_0 / \alpha_1$ , 纵坐标为无量纲临界加速度  $\Gamma_1 = \beta u_{0m}'' / \alpha_1$ 。分析可得结论与日常认知相符: 破损边界曲线受频率比影响较大, 不同的频率比对应不同的破损边界曲线, 其中当频率比等于 1 时, 破损区域明显增大。

### 2.2 破损边界曲面分析

以上结论明确了频率比的重要性, 因此将频率比引入坐标图中建立三维冲击谱<sup>[10]</sup>, 更直观更全面地反应关键部件的破损曲线特征,  $x, y, z$  三轴分别表示频率比、无量纲临界速度和无量纲临界加速度, 得到不同脉冲幅值下 3 组不同的产品关键部件破损边界曲面<sup>[11]</sup>, 见图 2。

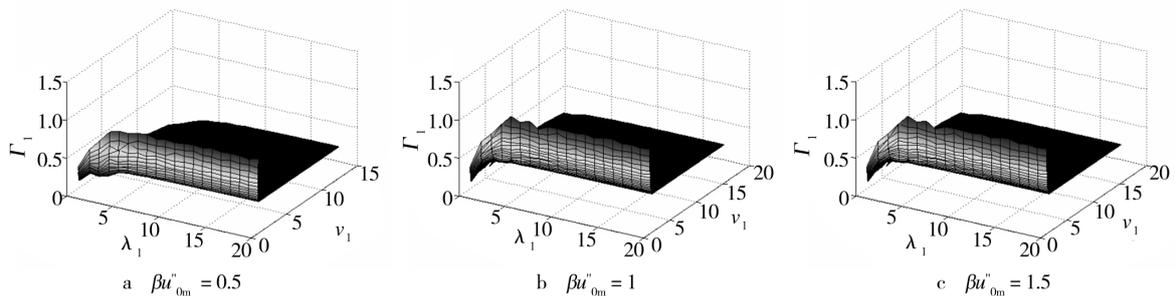


图2 破损边界曲面

Fig. 2 Damage boundary surface

### 2.3 影响破损曲面的因素分析

由式(2)和(3)分析可知, 关键部件和主体产品连接部间的等效阻尼和缓冲垫等效阻尼同样影响关键部件的冲击响应。

#### 2.3.1 连接部件等效阻尼

当  $\beta u_{0m}'' = 0.5, \lambda_2 = 0, \zeta_2 = 0$  时, 不同连接部间的等效阻尼  $\zeta_1$  的关键部件破损曲面见图 3。

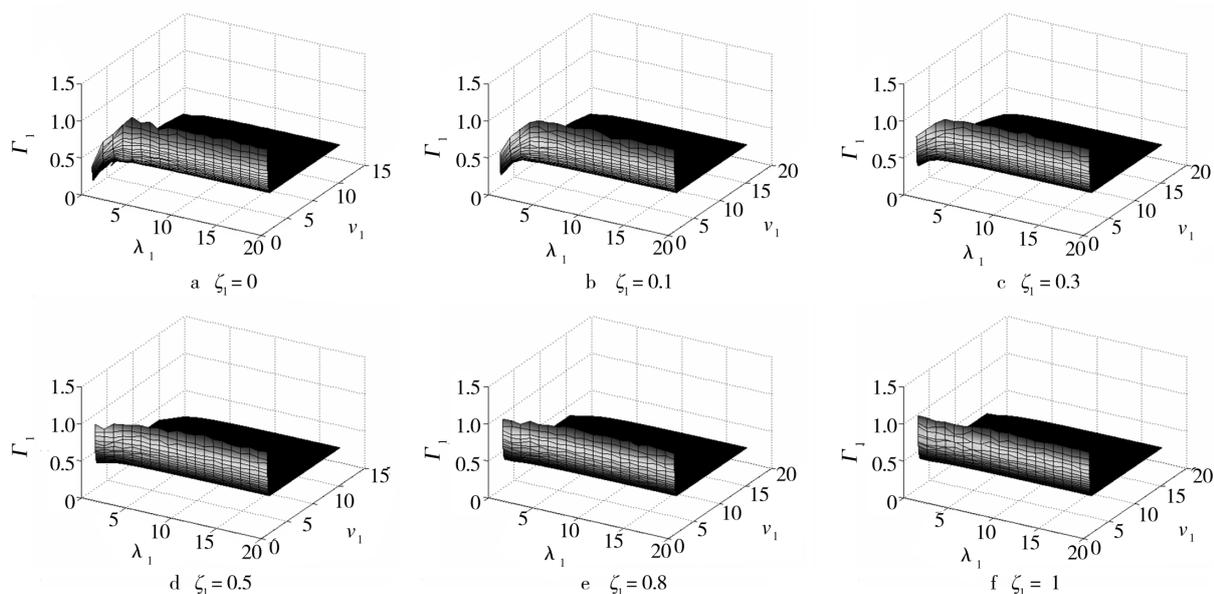


图3 不同连接部阻尼下关键部件破损曲面

Fig. 3 damage boundary surface of critical components at different damping ratio of joint part

### 2.3.2 材料阻尼

部件破损曲面见图4。

$\beta u_{om}'' = 0.5, \lambda_2 = 0.1, \zeta_1 = 0$  时,不同  $\zeta_2$  下的关键

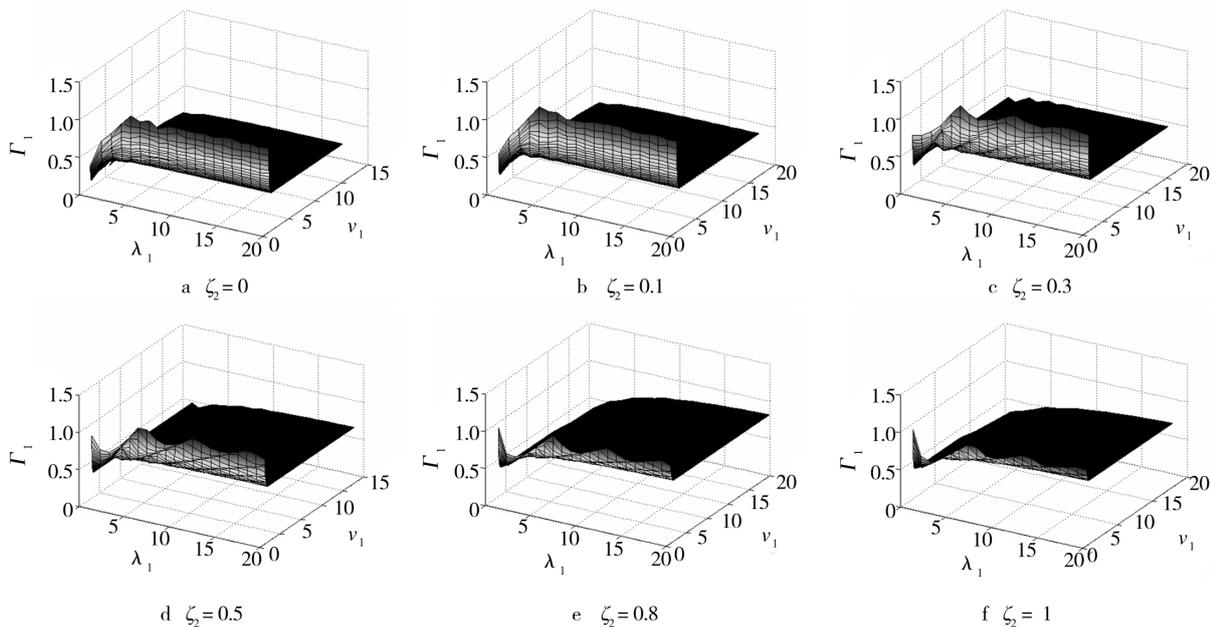


图4 不同材料阻尼下关键部件破损曲面

Fig. 4 damage boundary surface of critical components at different damping ratio of cushioning pad

## 3 结果与讨论

1) 分析不同频率比下,关键部件的破损边界曲线。结果表明,建立在相同幅值下的试验,对不同频

率比,破损边界区域差异较大,且存在敏感频率比=1。经试验表明,脉冲幅值增大会使得敏感频率增多,此类敏感频率应尽量在设计中避免。

2) 由图2分析可知,无量纲脉冲幅值的增加会减小关键件临界速度值和临界加速度值,从而使安全

区域减小。无量纲幅值  $\beta u_{om}''$  与系统参数  $\beta$  呈线性相关,故减小  $\beta$  可减小损坏区。

3) 由图 3,4 可得到在低频区域,临界加速度值随阻尼增大而增大,致使安全区域有效拓宽。

4) 而在高频区域中,增大阻尼并不能有效减小损坏区,具体来说,损坏区受连接件等效阻尼影响甚微,材料阻尼增大会使得关键件速度临界值减小,加速度临界值增大。

引入关键部件破损曲面,分析得出破损曲线依赖于频率比,并讨论了其适用范围和依赖程度。由于曲面图形中含有频率比,破损特性描述得更为清晰,故可作为特性的评价方法。同时对各个参数对破损边界曲面的影响规律进行了分析,完善了包装动力学脆值边界理论体系,为产品运输包装设计提供了依据。

#### 参考文献:

- [1] NEWTON R E. Fragility Assessment Theory and Practice[R]. Monterey Research Laboratory, Inc. Monterey, California, 1968.
- [2] 孙勇. 缓冲包装设计中的简化问题之二[J]. 包装工程, 2002, 23(6): 4-5.  
SUN Yong. The Problems in the Simplification of Cushioning Package Design—Part 2[J]. Packaging Engineering, 2002, 23(6): 4-5.
- [3] 孙勇. 缓冲包装设计中的简化问题[J]. 包装工程, 2002, 23(3): 1-3.  
SUN Yong. The Problems in the Simplification of Cushioning Package Design[J]. Packaging Engineering, 2002, 23(3): 1-3.
- [4] 王军, 卢立新, 陈安军, 等. 线性包装系统关键部件冲击响应影响因素分析[J]. 中国印刷与包装研究, 2009, 6(1): 55-58.  
WANG Jun, LU Li-xin, CHEN An-jun. Analysis of Factors Influencing the Shock Response of Linear Packaging System with Critical Component[J]. China Printing and Packaging Study, 2009, 6(1): 55-58.
- [5] 洪翔, 卢立新, 王军. 矩形脉冲激励下双曲正切包装系统非线性动力学特性研究[J]. 包装工程, 2011, 32(17): 1-3.  
HONG Xiang, LU Li-xin, WANG Jun. Nonlinear Dynamic Characteristics Research of Hyperbolic Tangent Packaging System under the Action of Rectangular Acceleration Pulse[J]. Package Engineering, 2011, 32(17): 1-3.
- [6] 王军, 卢立新, 王志伟, 等. 矩形脉冲激励下正切型包装系统关键部件破损曲面研究[J]. 包装学报, 2010, 2(1): 14-17.  
WANG Jun, LU Li-xin, WANG Zhi-wei, et al. Boundary Surface of Tangent Nonlinear Packaging System with Critical Component[J]. Packaging Journal, 2010, 2(1): 14-17.
- [7] 王军, 王志伟. 半正弦脉冲激励下考虑易损件的正切型包装系统冲击特性研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(1): 167-168.  
WANG Jun, WANG Zhi-wei. 3-Dimensional Shock Response Spectra Characterizing Shock Response of a Tangent Packaging System With Critical Components [J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(1): 167-168.
- [8] 王雷, 王志伟, 王军. 三次非线性包装系统关键部件三维冲击谱研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(7): 92-93.  
WANG Lei, WANG Zhi-wei, WANG Jun. Three-dimensional Shock Spectra of a Cubic Nonlinear Packaging System with Critical Component[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(7): 92-93.
- [9] 黄秀玲. 三次非线性包装系统关键部件冲击响应影响因素分析[J]. 振动与冲击, 2010, 29(1): 179-181  
HUANG Xiu-ling. Analysis of Factors Influencing the Shock Response of Linear Packaging System with Critical Component [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(1): 179-181.
- [10] 王军, 卢立新, 王志伟. 双曲正切包装系统关键部件三维冲击谱研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(10): 99-101.  
WANG Jun, LU Li-xin, WANG Zhi-wei. Three-dimensional Shock Spectrum of a Hyperbolic Tangent Nonlinear Packaging System with Critical Component. [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(10): 99-101.
- [11] 姜久红. 双曲正切包装系统关键部件破损评价理论研究[J]. 武汉理工大学学报, 2011, 33(6): 126-129.  
JIANG Jiu-hong. Damage Evaluation of Hyperbolic Tangent Nonlinear Packaging System with Critical Component [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2011, 33(6): 126-129.