

带插值最小二乘法在打印机色域边界描述中的应用研究

杨露¹, 刘真^{1,2}

(1. 南京林业大学 江苏省制浆造纸科学与技术重点实验室, 南京 210037; 2. 上海理工大学, 上海 200093)

摘要: 目前色域映射多在二维色相平面上进行, 色域描述相应地转换为色调剖面上的边界线描述。通过分析打印机色调剖面边界形状, 结合考虑色域映射的精度和效率问题, 提出了运用带插值条件的最小二乘模型分段拟合打印机色域边界。实验结果表明: 该技术的运用可以确保打印机色域边界的连续性, 同时拟合效果也与分段线性插值方法很接近, 从而保证了色域映射的精度, 其最大的优势是提高了色域映射的效率, 使色域映射的实施更加简单。

关键词: 最小二乘法; 插值条件; 色域边界描述; 色域映射

中图分类号: TS801.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2013)11-0080-05

Application Research of Least Squares with Interpolation in Printer's Gamut Boundary Description

YANG Lu¹, LIU Zhen^{1,2}

(1. Jiangsu Provincial Key Lab of Pulp and Paper Science and Technology, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China; 2. University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

Abstract: Now gamut mapping is usually implemented on two dimensional color planes, accordingly the gamut description is converted to the boundary description on hue profile. A method with least squares interpolation condition to fit the gamut boundary line piecewise was put forward through analysis of boundary shape and considering the accuracy and efficiency of gamut mapping. The result showed that the method can ensure the continuity of the gamut boundary; the fitting effect is close to that of piecewise linear interpolation method, which ensure the accuracy of gamut mapping; the greatest advantage of this method is the improvement of gamut mapping efficiency, which simplify gamut mapping.

Key words: least squares; interpolation condition; gamut boundary description; gamut mapping

色彩管理技术是保证色彩信息在跨媒介传输时准确再现的一种技术, 其核心就是基于色彩正确可视化的不同颜色空间的匹配, 在色域管理过程中通常称之为“色域映射”^[1]。色域映射实施的前提是色域边界的提取和描述。目前, 为了遵循色调不变原则, 色域映射算法通常在二维色相平面上进行^[2]。相应地, 色域描述转换为色域剖面上的边界线描述, 它将直接影响色彩匹配的效率和精度。

根据色域剖面边界的采样点, 可以通过插值或拟合的方式得到一条边界曲线。目前, 在打印机色域边界描述上最简单的方法就是三角形近似描述, 但这种描述可能会产生虚假色域或者丢失原本的色域, 一定程度上影响映射的精度; 另一种较常用的方法是分段

线性插值, 即将剖面采样点依次连接形成色域边界, 这种方法下描述的色域边界相对准确, 但色域边界通常是不光滑的, 同时色域映射的效率不高。若色域边界上有 n 个采样点, 则相应得到 $n-1$ 条线段, 映射时可能需要同 $n-1$ 条线段的表达式进行求交运算, 再根据交点位置及交点个数确定最后的映射结果, 计算复杂度较高。也有学者提出利用 B 样条插值描述打印机色域边界, B 样条曲线相对光滑, 可以较好地描述打印机边界, 但 B 样条插值之后得到的是一系列的点, 无法得到一个较为简单的函数表达式, 在映射时需要一一查找, 复杂度也较高^[3]。

考虑到上述问题, 文中在分析打印机色域剖面边界形状的基础上, 提出运用带插值条件的最小二乘法

收稿日期: 2013-04-06

基金项目: 国家自然科学基金(41271446); 苏州市科技局科技支撑项目(SG201102)

作者简介: 杨露(1989-), 女, 南京人, 南京林业大学硕士生, 主攻色彩管理。

分段拟合色域边界,保证了色域边界的连续性,同时拟合结果与分段线性插值方法描述的效果较接近,色域映射的精度可以保证,其最大优势是提高了色域映射的效率,使色域映射的实施变得较为简单。

1 打印机色域剖面边界分析

利用 J. Morovic 和 M. R. LUO 提出的区域分割法 (SMGBD) 获取打印机色域边界点的矩阵^[4]。该方法的示意图见图 1,将 α 和 θ 分别划分为 12 等份,即将

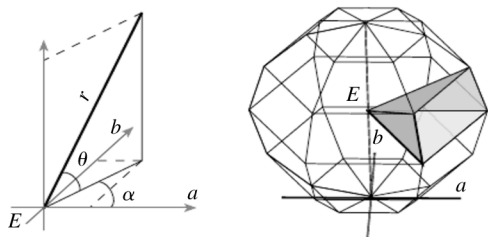


图 1 CIELAB 空间中 SMGBD 方法示意图

Fig. 1 Overview of Segment Maxima GBD in CIELAB

Lab 色空间划分为 12×12 个分区,选取每个分区中 r 值最大的点作为边界点,得到打印机的色域边界矩阵。

用色调角 ($0 \sim 360^\circ$) 与打印机的色域外壳相交通过插值的方式可以得到相应色域剖面边界采样点。基于 Matlab 对 Hp Designjet Z3200 photo 喷墨打印机的色域外壳沿色调角以过 L 轴的平面进行剖分,生成一系列剖面切片边界的采样点。典型色调角的色域剖面边界采样点见图 2。

从图 2 来看,根据色域边界的形状,可以采用分段拟合的方式,但分段拟合往往会带来不连续的缺陷,即在分界点会出现断裂^[5]。可以考虑将分界点,也就是每个色域边界上最大彩度点 (记为 c_max),作为每段的插值点,利用带插值条件的最小二乘模型对每段曲线拟合,从而保证色域边界的连续性。

2 基于带插值条件的最小二乘模型拟合边界

2.1 带插值条件的最小二乘模型^[6]

当从一组数据 $(x_i, y_i), (i=1, 2, \dots, n)$ 中找出 x 和 y 之间隐含的函数关系,一般采用数据拟合的方式得到近似函数 $y=f(x)$,而最小二乘法是解决曲线拟合最常用的方法^[7-8],就是使得 $\delta = \sum_{i=1}^n [f(x_i) - y_i]^2$

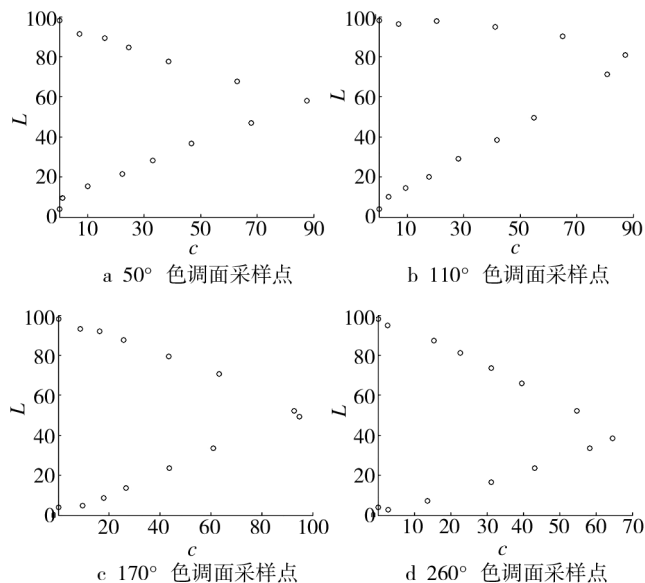


图 2 Hp 打印机色相面边界采样点

Fig. 2 Boundary sampling points of hue plane of Hp printer 达到最小。

当用最小二乘法去拟合曲线时,同时要求拟合曲线必须过 s 个点 $(x_{k_i}, y_{k_i}), i=1, 2, \dots, s$,那么此时的最小二乘法就是带插值条件的最小二乘法。

设插值条件为 $(x_{k_i}, y_{k_i}), i=1, 2, \dots, s$,记 $l_k(x) =$

$$\prod_{i=1, i \neq k}^s \frac{x - x_{k_i}}{x_{k_k} - x_{k_i}}, k=1, 2, \dots, s。$$

若用二次曲线进行拟合:

$$y = (ax + b) \prod_{i=1}^s (x - x_{k_i}) + \sum_{i=1}^s l_i(x) y_{k_i} \quad (1)$$

令:

$$\delta = \sum_{j=1}^n [y_j - (ax_j + b) \prod_{i=1}^s (x_j - x_{k_i}) - \sum_{i=1}^s l_i(x_j) y_{k_i}]^2$$

将 δ 看成自变量 a 和 b 的一个二元函数,问题转换为求 $\delta = \delta(a, b)$ 在哪些点可以取得最小值。解方程组如下:

$$\begin{cases} \delta_a(a, b) = 0 \\ \delta_b(a, b) = 0 \end{cases}$$

即:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n [y_j - (ax_j + b) \prod_{i=1}^s (x_j - x_{k_i}) - \sum_{i=1}^s l_i(x_j) y_{k_i}] \cdot \\ x_i \prod_{i=1}^s (x_j - x_{k_i}) = 0 \\ \sum_{j=1}^n [y_j - (ax_j + b) \prod_{i=1}^s (x_j - x_{k_i}) - \sum_{i=1}^s l_i(x_j) y_{k_i}] \cdot \\ \prod_{i=1}^s (x_j - x_{k_i}) = 0 \end{cases}$$

展开,即:

$$\begin{cases} a \sum_{j=1}^n [x_j \prod_{i=1}^s (x_j - x_{K_i})]^2 + b \sum_{j=1}^n x_j [\prod_{i=1}^s (x_j - x_{K_i})]^2 = \sum_{j=1}^n \{ [y_i - \sum_{i=1}^s l_i(x_j)y_{K_i}] x_j [\prod_{i=1}^s (x_j - x_{K_i})] \} \\ a \sum_{j=1}^n x_j [\prod_{i=1}^s (x_j - x_{K_i})]^2 + b \sum_{j=1}^n [\prod_{i=1}^s (x_j - x_{K_i})]^2 = \sum_{j=1}^n \{ [y_i - \sum_{i=1}^s l_i(x_j)y_{K_i}] [\prod_{i=1}^s (x_j - x_{K_i})] \} \end{cases} \quad (2)$$

从而解出 a 和 b , 带入式(1), 即可得到带插值条件下的最小二乘拟合曲线。

2.2 色域剖面边界拟合

根据图 2, 最大彩度点记为 c_max , 将其作为分界点, 也是每段的插值点, 该点的 L 值记为 l_index , 对于上面一段数据($l \geq l_index$)和下面一段数据($l \leq l_index$)分别利用上面介绍的方法进行色域边界拟合。

以 50° 色域剖面数据为例, 见表 1, 其中彩度最大值对应的点(87.6158, 57.9132)为插值条件, 记为 c_0 。

对于 $l \geq l_index$ 先进行拟合, 构造计算中所需的数据, 见表 2。

表 1 50°色域剖面边界采样点数据
Tab.1 Data of boundary sampling points of 50° hue plane

$l \geq l_index$			$l \leq l_index$		
编号	彩度(c)	亮度(l)	编号	彩度(c)	亮度(l)
1	0	98.2044	1	0	4.0218
2	7.1253	91.3651	2	1.1286	9.4730
3	16.0260	89.6469	3	10.1505	15.3280
4	24.6491	84.5318	4	22.3555	21.5348
5	38.6088	77.7179	5	33.1481	28.3101
6	62.9478	67.7454	6	46.8090	36.7186
7	87.6158	57.9132	7	68.0171	47.0287
(分界点)			8	87.6158	57.9132
			(分界点)		

表 2 计算中所需的数据
Tab.2 Required data in the calculation

$c_i - c_0$	$(c_i - c_0)^2$	$(c_i - c_0)^2 c_i$	$(c_i - c_0)^2 c_i^2$	$l_i - l_0$	$(c_i - c_0)(l_i - l_0)$	$(c_i - c_0)(l_i - l_0)c_i$
...	...	...	...	...	...	...
$\sum (c_i - c_0)^2$		$\sum (c_i - c_0)^2 c_i$	$\sum (c_i - c_0)^2 c_i^2$	$\sum (c_i - c_0)(l_i - l_0)$		$\sum (c_i - c_0)(l_i - l_0)c_i$
26 255		357 060	1 004 507	-11 369		-149 410

由式(2), 有:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n [c_i - c_0]c_i]^2 + b \sum_{i=1}^n (c_i - c_0)^2 c_i = \sum_{i=1}^n [(c_i - c_0)(l_i - l_0)c_i] \\ a \sum_{i=1}^n (c_i - c_0)^2 c_i + b \sum_{i=1}^n (c_i - c_0)^2 = \sum_{i=1}^n [(c_i - c_0)(l_i - l_0)] \end{cases} \quad (3)$$

将表 2 中的数据代入到式(3)中, 可得解得: 式方程表示。

$$\begin{cases} a = -0.0010 \\ b = -0.4466 \end{cases}$$

根据式(1)拟合曲线:

$$y_1 = -(0.001x_1 + 0.4466)(x_1 - 87.6158) + 57.9132 \quad (4)$$

对于 $l \leq l_index$ 的数据用同样的方法进行拟合, 得到拟合曲线:

$$y_2 = -(0.0012x_2 - 0.5824)(x_2 - 87.6158) + 57.9132 \quad (5)$$

对于每一个色域剖面上的边界曲线, 用相同的方法进行拟合, 每个色域剖面的边界都可以用 2 个多项

3 结果分析

3.1 边界拟合效果分析

在 Matlab2012Ra 中分别利用带插值条件的最小二乘法对图 2 显示的 4 个色调面的边界进行拟合, 结果见图 3。

从图 3 可以看出, 使用带插值条件最小二乘拟合技术描述色域边界, 使边界的连续性得到了保证, 在分界点处不会出现断开的情况。同时与分段线性插值方法描述的结果(各点依次连接)较接近, 色域边界

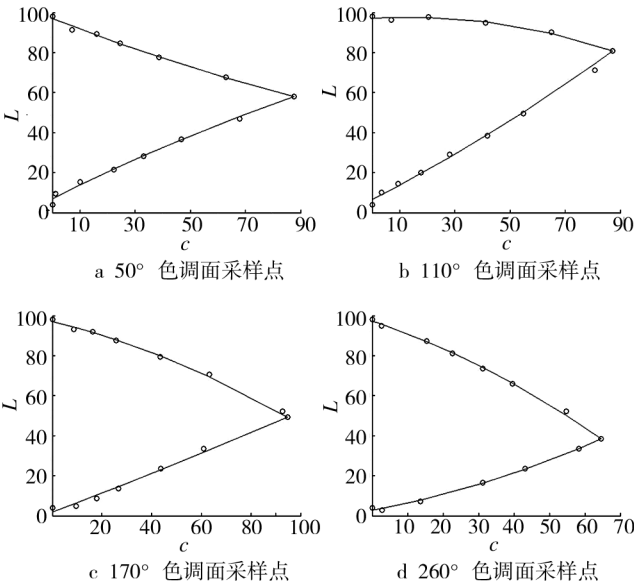


图3 色域边界描述效果
Fig. 3 Effects of gamut boundary description

也变的更平滑。但是在 L 值最大和最小的地方,可能会出现一定的误差,但通常图像在最暗和最亮处的色彩点比例较少,所以影响不会很大。更精确的描述可以考虑采用高阶多项式进行拟合。

3.2 色域映射效率和精度分析

CUSP 裁剪算法是一种比较典型色域映射算法,它将色域外的颜色朝明度轴上锚点方向进行映射,该锚点的明度等于该色调角上彩度最大点的明度值^[9]。这种方法可以保证映射后图像色彩的连续性及细节的精确再现。以 CUSP 算法为例进行色域映射的精度和效率分析。

用分段线性插值方法得到的 13 个一次多项式,用 CUSP 算法映射时需要将色点与锚点形成的直线 line 和 13 条线段分别求交点,只有当交点存在且交点在线段之上,才能确定色点映射的位置,其流程见图 4a。运用本文方法描述色域边界,得到的是 2 个二次多项式,如式(4)和(5)所示,算法实施流程见图 4b,在输入色点的 l 与 l_index 进行大小判断后,色点与锚点形成的直线 line 只需同其中某一个多项式求交点,从而确定色点映射的位置,色域映射的实施较为简单,效率大大提高。

针对色域映射精度的分析,选择 pantone solid coated 中的 1124 个色块进行色域映射测试,分别利用分段线性插值和本文的方法描述色域边界后,利用

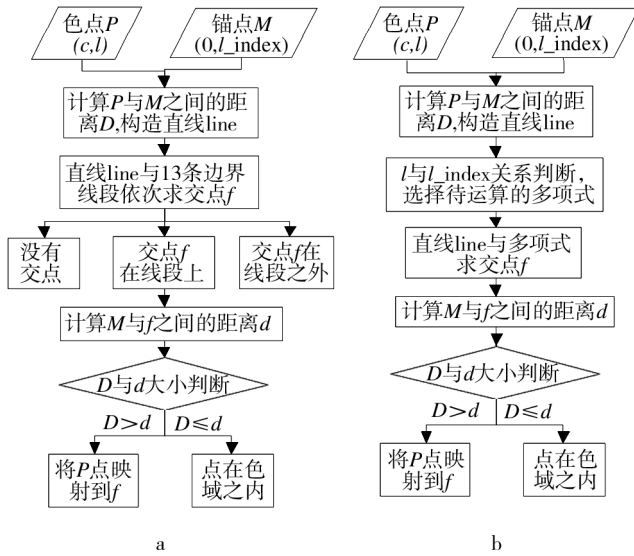


图4 基于两种描述方法的 CUSP 算法流程
Fig. 4 Flow chart of CUSP algorithm based on two methods

cusp 算法实施色域映射。得到的结果见表 3。

表3 基于两种边界描述方式的映射结果

Tab.3 Mapping results based on two gamut boundary description methods

色域描述方式	色域外点数	ΔL	ΔC	ΔE
分段线性插值	283	1.10	3.74	3.93
本文方法	295	1.35	3.90	4.15

表 3 中的 $\Delta L, \Delta C$ 和 ΔE 都是平均值,从表 3 可以看出,基于该方法描述色域边界后,判断出色域外点的个数与分段线性插值方法很接近,色域映射的结果在各项指标上也与分段线性插值方法描述的结果很接近,证明了该描述方法的有效性。

4 结语

通过分析打印机色调剖面边界形状,将带插值条件的最小二乘拟合技术运用到打印机色域边界描述上,经研究表明该技术的运用可以确保打印机色域边界的连续性,同时基于该种描述方法的映射结果,在各项指标上都与分段线性插值方法描述的结果很接近,从而保证了色域映射的精度。另外,在色域映射的效率上有很大提升,色域映射的实施变的更加简单。将该方法运用到了打印机等色域边界较为规则的输出设备上,对于如何将该方法运用到图像等色域边界描述上还有待于进一步的研究。

参考文献:

- [1] 刘真,张建青,王晓红. 数字印前原理与技术[M]. 北京:中国轻工业出版社,2010.
LIU Zhen, ZHANG Jian-qing, WANG Xiao-hong. Digital Prepress Principles and Technologies [M]. Beijing: China Light Industry Press, 2010.
- [2] SUZUKI S, SHINMIZU M, SEMBA S. High Accuracy Color Reproduction (Color Management Systems) [J]. FUJITSU Science Technology Journal, 1999, 35(2): 240-247.
- [3] 息丽丽,王义峰,刘瑞华,等. 基于B样条色域描述的颜色匹配[J]. 计算机工程, 2008, 33(1): 210-211.
XI Li-li, WANG Yi-feng, LIU Rui-hua, et al. Color Mapping Based on Gamut Description of B-spline Curve Fitting [J]. Computer Engineering, 2008, 33(1): 210-211.
- [4] MORONIC Jan, LUO M Ronnier. Calculating Medium and Image Gamut Boundaries for Gamut Mapping [J]. Color Research and Application, 2000, 25(6): 394-401.
- [5] 张东林. 分段最小二乘曲线拟合 [J]. 沈阳大学学报, 1994(2): 80-83.
ZHANG Dong-lin. Piecewise Fitting of a Least Square Curve [J]. Journal of Shenyang University, 1994(2): 80-83.
- [6] 颜宁生. 带插值条件的最小二乘法 [J]. 北京服装学院学报, 2007, 27(2): 42-48.
YAN Ning-sheng. Least Squares with Interpolation Condition [J]. Journal of Beijing Institute of Clothing Technology, 2007, 27(2): 42-48.
- [7] 于惠,刘真. 基于LSM分段拟合技术的喷墨输出反馈控制研究 [J]. 包装工程, 2011, 32(17): 98-101.
YU Hui, LIU Zhen. Study of the Inkjet Output's Feedback Control Based on the LSM Piece Wise Curve-fitting Technology [J]. Packaging Engineering, 2011, 32(17): 98-101.
- [8] 刘晓莉,张春梅. 基于最小二乘原理的分段曲线拟合法 [J]. 伊犁教育学院学报, 2004, 17(3): 132-134.
LIU Xiao-li, ZHANG Chun-mei. The Piecewise Curve-fitting Method Based on Least-square Principle [J]. Journal of YILI Education College, 2004, 17(3): 132-134.
- [9] 梁静,邓晶绿,彭彦平,等. 彩色复制中色域映射方法的研究 [J]. 包装工程, 2008, 29(9): 65-67.
LIANG Jing, DENG Jing-lyu, PENG Yan-ping, et al. Research of Color Gamut Mapping in Color Reproduction [J]. Packaging Engineering, 2008, 29(9): 65-67.

(上接第58页)

- ZHOU Li-li, SHEN Juan, CAO Guo. Pilot Study on the Different Pitch Arrangement of Bolt Connection and the Bearing Capacity [J]. Steel Construction, 2007, 22(6): 48-50.
- [6] ASTM D4761-05, Standard Test Methods for Mechanical Properties of Lumber and Wood-Base Structural Material [S].
- [7] 丁毅,刘雯. 基于ANSYS对木质托盘整体结构的静力分析 [J]. 包装与食品机械, 2009, 27(6): 12-13.
DING Yi, LIU Wen. ANSYS of Static Analysis for Wooden Pallet Based on the Structure [J]. Packaging and Food Machinery, 2009, 27(6): 12-13.
- [8] 王艳菊,陆佳平. 基于ANSYS的托盘弯曲承载特性分析及试验验证 [J]. 包装工程, 2012, 33(17): 23-26.
WANG Yan-ju, LU Jia-ping. ANSYS-Based Analysis of Pallet Bending Performance and Its Experimental Verification [J]. Packaging Engineering, 2012, 33(17): 23-26.

(上接第62页)

- [5] 李扬,李光. 基于SolidWorks的托盘结构有限元分析及优化设计 [J]. 包装工程, 2011, 32(19): 1-4.
LI Yang, LI Guang. Finite Element Analysis and Optimal Design of Structure of the Tray Based on SolidWorks [J]. Packaging Engineering, 2011, 32(19): 1-4.
- [6] 艾泽明. 弹药塑料包装筒密封结构设计 [J]. 包装工程, 1989, 10(4): 21-25.
AI Ze-ming. Seal Structure Design of Ammunition Packaging Tubes [J]. Packaging Engineering, 1989, 10(4): 21-25.
- [7] 何自芬,张印辉. 基于有限元法的包装箱抗压性能研究 [J]. 包装工程, 2009, 30(3): 39-41.
HE Zi-fen, ZHANG Yin-hui. Compression Performance Investigation Based on Finite Element Analysis [J]. Packaging Engineering, 2009, 30(3): 39-41.
- [8] 钟毓宁,龙盛蓉,张业鹏. 基于有限元的缓冲包装结构参数对缓冲性能影响的仿真研究 [J]. 包装工程, 2004, 25(4): 149-150.
ZHONG Yu-ning, LONG Sheng-rong, ZHANG Ye-peng. Simulation Investigation of the Influence of Buffer Performance from Buffer Package Structure Parameter Based on Finite Element [J]. Packaging Engineering, 2004, 25(4): 149-150.
- [9] 孙明亮,雷坤. 炮弹塑料包装应用探讨 [J]. 包装工程, 2003, 24(6): 107-109.
SUN Ming-liang, LEI Kun. Application of the Bullet Plastic Package [J]. Packaging Engineering, 2003, 24(6): 107-109.