

包装技术与工程

蜂窝纸板静态弹性与黏弹性特性建模与参数识别

朱大鹏

(兰州交通大学, 兰州 730070)

摘要: **目的** 研究蜂窝纸板的静态力学行为。 **方法** 对蜂窝纸板试样进行压缩-恢复实验,用多项式表达试样的弹性力,用分数阶微分模拟试样的黏弹性力。考虑到试样变形和弹性力的对称性,根据压缩和恢复阶段的黏弹性力之差,利用信赖域方法识别试样的黏弹性参数,再进行试样的弹性特性参数识别。 **结果** 实验与模拟结果对比表明,提出的模型可准确模拟蜂窝纸板的力学行为,最大响应误差不超过7%。 **结论** 可利用三次多项式和五参数粘弹性模型分析蜂窝纸板的静态特性,为分析静态条件下蜂窝纸板的力学特性,研究蜂窝纸板的应力和应变的时变特性,优化包装设计方法提供了参考。

关键词: 蜂窝纸板; 黏弹性; 分数阶微分; 参数识别

中图分类号: TB484.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2015)21-0001-06

Modelling for Static Elasticity and Viscoelasticity of Honeycomb Paperboard and Parameters Identification

ZHU Da-peng

(Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

ABSTRACT: The experiment studied quasi-static mechanical properties of honeycomb paperboard. A compression-recovery experiment was performed on the honeycomb paperboard specimen, a polynomial was used to model the elastic force, while the viscoelasticity was modeled by fractional derivative. Because of the symmetries in the imposed deformation time history, the force difference between the loading and unloading process was only affected by the viscoelastic parameters. A viscoelastic parameter identification method was presented based on the force difference data and trust region method, the elastic parameters were also identified by using the least-square method. The comparison of the experimental data with the simulation indicated the model presented in this paper can reproduce the static behavior of honeycomb, the maximum error was no more than 7%. The 3-order polynomial and 5-parameter viscoelastic model can be used to simulate the static mechanical properties of honeycomb paperboard. The model presented in this paper provided theoretical basis for the analysis of mechanical properties and stress-stain time-dependent properties of honeycomb paperboard and for the packaging design method optimization.

KEY WORDS: honeycomb paperboard; viscoelasticity; fractional derivative; parameter identification

由于结构特别,蜂窝纸板具有平压强度高、强度-质量比高、可回收、价格低等优点,已作为传统泡沫塑料的替代品,广泛应用于包装领域,这也推动了研究者对蜂窝纸板特性的研究。曾克俭和刘珊^[1]对不同厚度蜂窝纸板的动态缓冲特性进行了试验研究,研究

结果为蜂窝纸板在包装中的合理应用提供了依据。范志庚等^[2]通过疲劳压缩实验,建立了蜂窝纸板疲劳累积损伤模型。张琴^[3]等利用随机振动实验的方法,研究了蜂窝纸板的振动传递性能。Wang D.M 等^[4-5]试验研究了蜂窝纸板相对密度、纸芯高度等对蜂窝纸板

收稿日期: 2015-03-30

基金项目: 甘肃省高校科研项目(2014A-049); 甘肃省科技支撑计划(1304FKCA089)

作者简介: 朱大鹏(1977—),男,河南方城人,博士,兰州交通大学教授,主要研究方向为运输包装与包装测试技术。

缓冲特性的影响。Lu^[6]应用薄板理论,分析了以纸张剥离强度和平压强度为控制方程的蜂窝纸板平压失稳问题。湿度是影响蜂窝纸板特性的重要影响因素,Wang Z.W.等^[7-9]研究了湿度对蜂窝纸板特性的影响。Kobayashi H 等^[10]对蜂窝纸板进行了静态和动态压缩实验,得到了蜂窝纸板的最大应力、平均应力及吸收能量与压缩速率之间的关系,并得出蜂窝纸板在动态条件下比在静态条件下吸收能量多的结论。宋俊杰等^[11]在静态条件下对蜂窝纸芯的弹性力学特性进行了分析,得到了应力-应变分布图。

这里研究蜂窝纸板在静态条件下的力学特性,将蜂窝纸板试样的受力分解为弹性力与黏弹性力等2部分,利用多项式拟合分析弹性力,采用分数阶微分模型分析黏弹性力,分析和建模结果可为蜂窝纸板应用中的静态包装设计提供依据,并为研究蜂窝纸板的动态特性奠定基础。

1 静态条件下蜂窝纸板的基本特性

在静态条件下,蜂窝纸板具有显著的黏弹性,蜂窝纸板的蠕变和应力松弛现象是黏弹性的重要表现。蜂窝纸板在固定载荷作用下,其变形量逐渐增加,直至达到稳定值。在固定的变形条件下,蜂窝纸板的应力随着时间推移逐渐降低,最终达到稳定值。在准静态压缩-恢复过程中,力-变形曲线具有明显的迟滞现象,见图1,这也是蜂窝纸板具有黏弹性的一种现象。蜂窝纸板在加载与恢复过程中,受到的力 F 可以看作是蜂窝纸板弹性力 $F_e(t)$ 与黏弹性力 $F_v(t)$ 的合力。

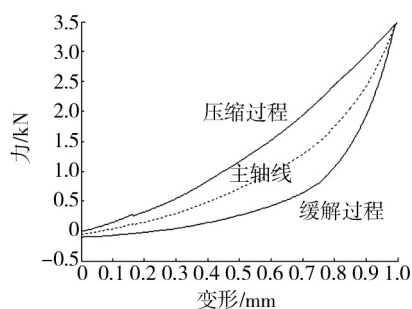


图1 蜂窝纸板压缩-恢复过程的力-变形曲线

Fig.1 The force-deformation curve of honeycomb in the compression-recover process

在图1中,假定力-变形曲线的主轴线即为蜂窝纸板的弹性力 $F_e(t)$,很显然,蜂窝纸板的弹性力具有非线性特性,可以表达为变形量的多项式形式。有多种数学模型可模拟材料的黏弹性力,如卷积模型^[12-13]、广

义Maxwell模型^[14]、分数阶微分模型^[15-16]等。其中,由于分数阶微分模型可用较少的参数表达材料复杂的黏弹性,因而得到了人们广泛的关注。这里,利用分数阶微分模型对蜂窝纸板的黏弹性力 $F_v(t)$ 进行模拟,根据Bagley和Torvik^[15-16]的研究,黏弹性力 $F_v(t)$ 可由五参数模型确定:

$$D^\alpha F_v(t) + bF_v(t) = c_1 x(t) + c_2 D^\alpha x(t) \quad (1)$$

式中: b, c_1 为常数; $D^\alpha(\cdot)$ 表示分数阶微分算子:

$$D^\alpha [x(t)] = \frac{d^\alpha x(t)}{dt^\alpha} =$$

$$\frac{d^n}{dt^n} \left[\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_{-\infty}^t \frac{x(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha+1-n}} d\tau \right] \quad (2)$$

式中: α 为非整数参数; n 为大于 α 的最小整数。

函数 $\Gamma(\alpha)$ 为:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy \quad (3)$$

若 $\alpha_1=1$,且 $c_2=0$,则式(1)表达的黏弹性力模型等效于黏弹性力的单指数算子方程的卷积模型,其时间常数为 $1/b$ 。

2 弹性力和黏弹性力分析

为了解蜂窝纸板在静态条件下的弹性与黏弹性特性,对蜂窝纸板试样进行准静态压缩-恢复实验。实验装置见图2。由于这里考虑了蜂窝纸板的弹性与黏弹性,因此,实验时压缩试验机的压缩行程不得超出蜂窝纸板的压溃极限。

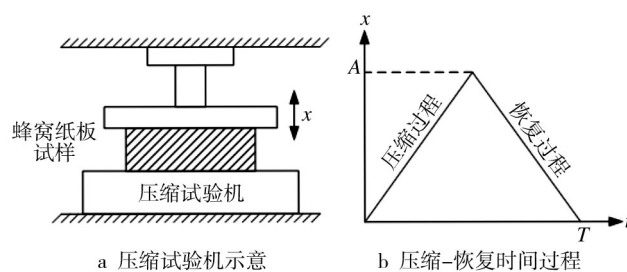


图2 压缩试验机及行程控制

Fig.2 Schematic of the experimental set-up and controlled deformation of honeycomb paperboard

从图2b可以看出,在加载阶段,蜂窝纸板受到的力比同位移条件下恢复阶段受到的力大。由于在加载和恢复阶段,在同位移条件下,蜂窝纸板的弹性力相同,且压力试验机的压缩和恢复速度很低(压缩和恢复速度为0.2 mm/min),因此,可认为在压缩和恢复过程中,蜂窝纸板试样中无阻尼力。在蜂窝纸板试样压缩和恢复过程中,假定试样受到弹性力和黏弹性力

等2种载荷的作用,即 $F=F_e+F_v$ 。

可以假定图1中迟滞曲线的中轴线(即加载过程的力-位移曲线和恢复过程的力-位移曲线的平均值曲线)为蜂窝纸板的弹性力,造成加载和恢复过程中力-位移曲线偏离中轴线的原因是蜂窝纸板中黏弹性力 F_v 的存在。从图1可看出,蜂窝纸板的弹性力 F_e 具有明显的非线性,利用位移的三次多项式表示蜂窝纸板的非线性弹性力:

$$F_e=kx+k_2x^2+k_3x^3 \quad (4)$$

实验中蜂窝纸板试样的黏弹性力 F_v 可由 $F_v=F-F_e$ 求得,其中, F_e 为迟滞曲线的中轴线数据。蜂窝纸板试样弹性力与黏弹性力的分解示意图3。

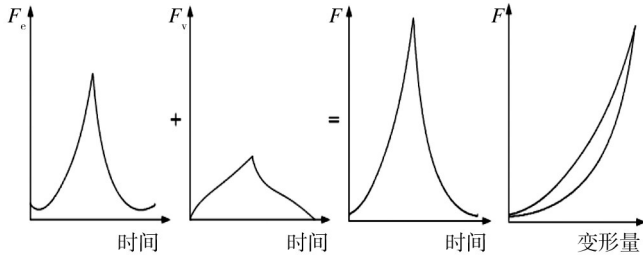


图3 蜂窝纸板试样弹性力与黏弹性力分解

Fig.3 Schematic of elastic and viscoelastic force of honeycomb paperboard

$$F_v(t) = \begin{cases} \frac{2A}{T}c_1t^{\alpha_1+1}E_{\alpha_1,\alpha_1+2}(-bt^{\alpha_1}) + \frac{2A}{T}c_2t^{\alpha_1-\alpha_2+1}E_{\alpha_1,\alpha_1-\alpha_2+2}(-bt^{\alpha_1}) & t \leq T/2 \\ -\frac{2A}{T}c_1t^{\alpha_1+1}E_{\alpha_1,\alpha_1+2}(-bt^{\alpha_1}) - \frac{2A}{T}c_2t^{\alpha_1-\alpha_2+1}E_{\alpha_1,\alpha_1-\alpha_2+2}(-bt^{\alpha_1}) + \\ 2Ac_1t^{\alpha_1-1}E_{\alpha_1,\alpha_2}(-bt^{\alpha_1}) + 2Ac_2t^{\alpha_1-\alpha_2-1}E_{\alpha_1,\alpha_1-\alpha_2}(-bt^{\alpha_1}) & t > T/2 \end{cases} \quad (8)$$

其中, $E_{\alpha,\beta}(z)$ 为二参数 Mittag-Leffler 函数^[17]:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)} \quad \alpha > 0, \beta > 0 \quad (9)$$

利用式(9)计算 $E_{\alpha,\beta}(z)$ 的计算量很大,且收敛很慢,若 z 值较大,计算常出现不收敛的现象。这里采用文献[18]提出的渐近线估计法对式(9)进行计算:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = -\sum_{k=1}^p \frac{z^{-k}}{\Gamma(\beta - \alpha k)} + O(|z|^{-1-p})$$

$$|z| \rightarrow \infty, \mu \leq |\arg(z)| \leq \pi \quad (10)$$

其中,参数 μ 是满足条件 $\pi - \alpha/2 \leq \mu \leq \min(\pi, \pi - \alpha)$ 的任意值。

3 参数识别方法

由于蜂窝纸板试样在进行压缩-恢复的实验过程中,其变形量相对于 $t=T/2$ 对称(图2b),故试样中弹性力 F_e 也相对于 $t=T/2$ 对称,即 $F_e(t)=F_e(T-t)$ 。将恢复

由图2b可知,在实验过程中,压缩试验机压缩和恢复时蜂窝纸板的变形可表达为:

$$x(t) = \begin{cases} \frac{2A}{T}t & t \leq T/2 \\ -\frac{2A}{T}t + 2A & t > T/2 \end{cases} \quad (5)$$

式中: A 为实验过程中蜂窝纸板试样的最大变形量; T 为试样压缩和恢复所经历的时间。

根据式(1),蜂窝纸板的黏弹性力为:

$$F_v(t) = L^{-1} \left[\frac{c_1 + c_2 s^{\alpha_2}}{s^{\alpha_1} + b} X(s) \right] \quad (6)$$

式中: $L^{-1}(\cdot)$ 表示拉普拉斯反变换; $X(s)$ 为试样变形 $x(t)$ 的拉普拉斯变换。对式(5)进行拉普拉斯变换得:

$$X(s) = \begin{cases} \frac{2A}{Ts^2}t & t \leq T/2 \\ -\frac{2A}{Ts^2}t + 2A & t > T/2 \end{cases} \quad (7)$$

将式(7)代入式(6),根据分数阶微分的拉普拉斯变换特性^[17],可得蜂窝纸板试样的黏弹性力的表达式:

阶段蜂窝纸板试样受力的时间序列2次转置 90° ,可得恢复阶段受力时的反时间序列。将压缩阶段的试样受力时间序列与恢复阶段受力时的反时间序列相减,可消除弹性力的影响,二者相减所得的时间序列为压缩和恢复阶段中,同位移条件下压缩与恢复阶段的黏弹性力之差:

$$\Delta F(t) = F(t) - F(T-t) = F_v(t) - F_v(T-t) = \Delta F_v(t) \quad (0 \leq t \leq T/2) \quad (11)$$

根据实验数据,利用式(8)和(11)识别蜂窝纸板的黏弹性系数。

为了能够利用实验所得的 ΔF 识别蜂窝纸板的黏弹性参数,有必要模拟黏弹性参数 $\alpha_1, \alpha_2, c_1, c_2, b$ 的变化对 ΔF 的影响,作为参数识别的依据。各黏弹性参数在一定区间变化时, ΔF 的变化情况见图4。当1个参数变化时,其他参数保持不变,各参数的基本值为: $\alpha_1=1.2, \alpha_2=1.3, b=0.002, c_1=2000, c_2=3 \times 10^6$ 。根据图4中各参数变化对 ΔF 形状的影响情况,调整参

数识别时各参数的初始值,以便在参数识别时获得收敛值。另外,当参数识别、优化函数无法收敛时,

可根据图4的模拟结果对各参数的初始值进行调整。

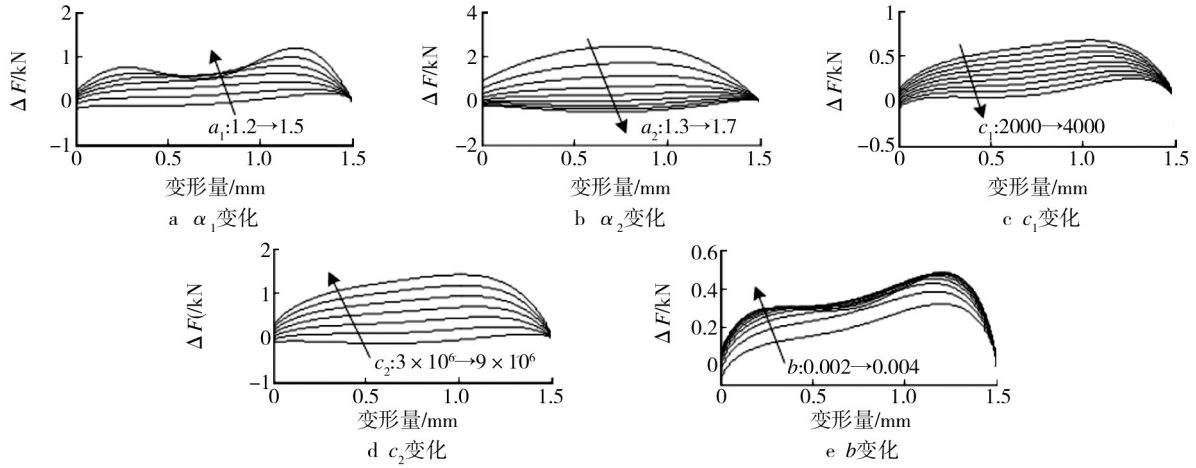


图4 各黏弹性参数变化对 ΔF 的影响

Fig.4 Effect of parameters on ΔF

对蜂窝纸板的特性进行参数识别的思路是对蜂窝纸板的弹性和黏弹性特性参数进行最优化,使得数学模型预测的值与真实实验值之间的误差达到最小值。与很多材料相似,蜂窝纸板的弹性力比黏弹性力大得多,在进行参数识别时,首先去除弹性力,只考虑试样黏弹性力的影响,识别出试样的黏弹性参数,再进行试样弹性特性的参数识别。具体参数识别步骤如下所述。

1) 去除弹性力的影响。在相同的试样变形条件下,用加载阶段试样受到的载荷减去恢复阶段试样受到的载荷,考虑到试样在压缩-恢复过程中,其变形和弹性力关于 $t=T/2$ 对称,二者相减可去除弹性力的影响。

$$\Delta F(t) = F(t) - F(T-t) = F_v(t) - F_v(T-t) = \Delta F_v(t) \quad (0 \leq t \leq T/2) \quad (12)$$

对式(12)离散化可得:

$$\Delta F(i\Delta) = \Delta F_v(i\Delta) = F(i\Delta) - F(T-i\Delta) \quad (13)$$

式中: i 为试验中数据的编号; Δ 为采样时间间隔。在式(13)中, $\Delta F(t)$ 中已去除了试样弹性力的影响,仅包含黏弹性参数的影响,这里利用 $\Delta F(t)$ 识别试样的黏弹性参数。

2) 识别试样的黏弹性参数。根据式(8)(13),计算试样的 $\Delta F(t)$,并与实验中记录的 $\Delta F_{\text{实验}}(t)$ 相比,可得目标函数:

$$\varepsilon_v(\alpha_1, \alpha_2, b, c_1, c_2) = \sum_{i=0}^N [\Delta F(i\Delta) - \Delta F_{\text{实验}}(i\Delta)]^2 \quad (14)$$

其中, $N=T/(2\Delta)$, 为求得试样的黏弹性参数,需要最小化式(14)所表达的目标函数。这里采用信赖

域方法^[9]求解该非线性最优化问题,利用该方法求解最优化问题需要对参数的初始值进行合理的赋值,利用后面的黏弹性参数变化对 ΔF 的影响,选取各黏弹性参数合理的初始值,以便利用最优化方法得到试样的黏弹性参数。选取黏弹性参数的初始值为: $\alpha_1=1.2$, $\alpha_2=1.3$, $c_1=2000$, $c_2=3 \times 10^6$, $b=0.002$, 利用 Matlab 软件编程进行参数识别,其中,信赖域方法的实施通过函数 lsqnonlin 函数实现,参数识别通过循环实施,直至目标函数的范数小于设定的值,或相邻的 2 次参数识别结果的差小于设定的值。

3) 计算弹性力,识别弹性特性参数。识别出试样的黏弹性参数后,利用式(8)估计试样的黏弹性力 $\hat{F}_v(i\Delta)$,从实验中记录试样的总响应力 $F(i\Delta)$,减去 $\hat{F}_v(i\Delta)$,可得试样弹性力的估计值。分别计算时间从 0 到 $T/2$ 的弹性力与时间从 $T/2$ 到 T 的弹性力,求二者的平均值 $\hat{F}_e(i\Delta)$,利用最小二乘法对式(15)最小化,可求出弹性力的模型参数。

$$\varepsilon_e(k, k_3, k_5) = \sum_{i=0}^N [\hat{F}_e(i\Delta) - kx - k_2x^2 - k_3x^3]^2 \quad (15)$$

4 结果与讨论

进行实验时,采用的压缩试验机是日本岛津公司生产的 AG-I/50 型试验机。该试验机可准确控制实验过程中的压缩量与压缩速度,并由试验机的记录系统记录实验过程中试样的压缩量与响应力,采样频率设

置为5 Hz。蜂窝纸板试样由兰州同盛包装技术有限公司提供,具体参数:蜂窝纸板面纸定量为300 g/m²,蜂窝纸芯由定量为100 g/m²的再生纸制成,纸芯厚度为40 mm,边长为5 mm。实验前,试样放置在温度、相对湿度分别为25 ℃,40%的处理箱中预处理24 h,实验环境温度为20 ℃,相对湿度为55%。

在实验中,由于试样具有黏塑性,在受到载荷作用时,不可避免地会出现部分不可恢复的塑性变形,因此,当试样处于载荷恢复阶段时($T/2 < t < T$),可能会出现试验机压头与试样分离的情况。在数据处理时,根据试样与压缩试验机脱离接触时试验机压力 F 为0的特点,将这部分数据剔除。同时,去除同变形条件下试验机压缩行程中同变形量的数据,确保参数识别的准确。在实验中,在对试样进行压缩-恢复时发现,一个新试样在进行第1次压缩和恢复时,试样的力响应比第2次、第3次压缩和恢复过程中力的响应都大,而在第1次之后的各次压缩-恢复过程中力的响应相差很小。这种现象是因为在第1次压缩-恢复过程中,试样中的纸张粘合部位出现了一些微小的破坏,出现塑性变形,这种现象也普遍出现在很多其他的高分子材料中,称为“Mullin效应”^[20]。在参数识别时,首先对试样进行3次压缩,以消除“Mullin效应”的影响,再对试样进行实验和数据采集。在实验中,对数据采集后根据参数识别方法,对蜂窝纸板试样的弹性和黏弹性特性参数进行识别,识别出的参数见表1。根据识别出的参数,可准确模拟出蜂窝纸板试样在压缩-恢复过程中的弹性力和黏弹性力,实验结果和模拟结果见图5。

表1 不同压缩速率条件下蜂窝纸板试样参数识别结果
Tab.1 Identified parameters under different compression conditions

参数	压缩速率/(mm·min ⁻¹)		参数变化率/%
	1	0.2	
α_1	1.31	1.30	0.76
α_2	1.49	1.51	-1.34
$c_1 (\times 10^3)$	3.02	1.84	39.07
$c_2 (\times 10^6)$	4.85	3.51	27.63
$b/(\text{s}^{-1})$	2.50	11.61	-364.40
$k/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	91.48	85.04	7.04
$k_2/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	1276.49	1242.82	2.66
$k_3/(\text{N}\cdot\text{m}^{-3})$	-1412.33	-173.40	87.75

试验机的压缩速率是影响蜂窝纸板特性的重要因素。分别采集试验机压缩速度为0.2 mm/min与1

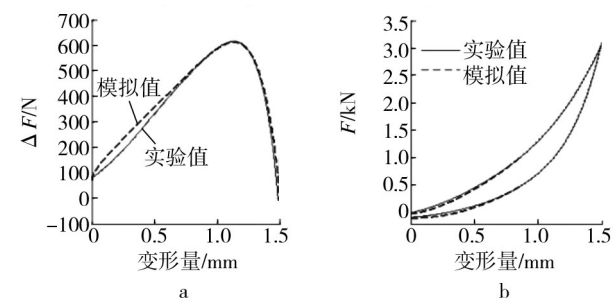


图5 实验值和模拟值对比
Fig.5 Comparison of experimental and simulated values

mm/min 条件下的试样压缩-恢复数据,识别试样在这2种压缩速率下的参数(表1)。从表1可看出,在不同压缩速率下,蜂窝纸板试样的参数 α_1 和 α_2 变化很小,但对参数 b 的影响很大。这表明,不同大小的压缩速率,会引起蜂窝纸板试样具有不同时间常数特性的力学行为。从2种压缩速率下的试样弹性特性也可看出,随着压缩速率的提高,试样的弹性力呈下降趋势。由此,提出的模型需对分数阶微分黏弹性模型中的参数 b 进行优化,对试样的弹性特性进行优化,以准确表达蜂窝纸板在不同速率条件下的力学特性。

5 结语

为了解蜂窝纸板的基本特性,对蜂窝纸板试样进行压缩-恢复实验,将试样力的响应分解为弹性力与黏弹性力,利用位移多项式表示试样的弹性力,利用分数阶微分表示试样的黏弹性力。由于在压缩和恢复阶段,试样的变形量和弹性力关于 $t=T/2$ 对称,在相同的变形量条件下,求出试样在压缩和恢复阶段试样响应力之差 $\Delta F(t)$ 。由于 $\Delta F(t)$ 中消除了弹性力的影响,因此,可利用 $\Delta F(t)$ 识别试样的黏弹性参数。该参数识别过程具有显著的非线性,很容易造成优化结果不收敛。为避免这种情况,各参数初始值的合理选择非常重要,采用数值模拟的方法分析了在分数阶微分黏弹性力模型中,不同的参数变化时黏弹性力的变化情况,作为模型初始参数选择的依据。在识别出黏弹性参数后,可识别弹性力模型参数。实验和模拟结果对比表明,提出的弹性力和分数阶微分黏弹性力模型,可准确模拟静态下蜂窝纸板试样的响应力。对比不同试验机压缩速率下试样的参数,结果表明,不同的压缩速率可激励出具有不同时间常数试样的黏弹性响应,在压缩速率较高的情况下,蜂窝纸板出现了弹性力下降的情况。

参考文献:

- [1] 曾克俭,刘珊. 蜂窝纸板动态缓冲性能分析研究[J]. 包装工程,2014,35(17):15—18.
ZENG Ke-jian, LIU Shan. Analysis on Dynamic Cushioning Property of Honeycomb Paperboard[J]. Packaging Engineering, 2014, 35(17): 15—18.
- [2] 范志庚,卢立新,王军,等. 蜂窝纸板疲劳累积损伤模型实验研究[J]. 包装工程,2015,36(5):59—63.
FAN Zi-gen, LU Li-xing, WANG Jun, et al. Experimental Research on Honeycomb Paperboard Fatigue Cumulative Damage Model[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(5): 59—63.
- [3] 张琴,王保升. 随机振动下蜂窝纸板振动传递特性分析[J]. 包装工程,2013,34(15):7—9.
ZHANG Qin, WANG Bao-sen. Vibration Transmissibility Properties of Honeycomb Paperboard under Random Vibration [J]. Packaging Engineering, 2013, 34(15): 7—9.
- [4] WANG D M, WANG Z W. Experimental Investigation into the Cushioning Properties of Honeycomb Paperboard[J]. Packaging Technology and Science, 2008, 21(1): 309—316.
- [5] WANG D M. Impact Behavior and Energy Absorption of Paper Honeycomb Sandwich Panels[J]. International Journal of Impact Engineering, 2009, 36(1): 110—114.
- [6] LU L X, SUN Y P, WANG Z W. Critical Buckling Load of Paper Honeycomb under Out-of-plane Pressure[J]. Packaging Technology and Science, 2005, 18(3): 141—150.
- [7] WANG Z W. Mathematical Modelling of Energy Absorption Property for Paper Honeycomb in Various Ambient Humidities[J]. Materials and Design. 2010, 31(9): 4321—4328.
- [8] WANG Z W. Plateau Stress of Paper Honeycomb as Response to Various Relative Humidities[J]. Packaging Technology and Science, 2010, 23(4): 203—221.
- [9] WANG Z W. Effect of Relative Humidity on Energy Absorption Properties of Honeycomb Paperboards[J]. Packaging Technology and Science, 2010, 23(8): 471—483.
- [10] KOBAYASHI H, DAIMARUYA M. Dynamic and Static Compression Tests for Paper Honeycomb Cores and Absorbed Energy[J]. JSME International Journal, 1998, 41(3): 338—344.
- [11] 宋俊杰,尹志宏,彭键林. 基于 Marc 的蜂窝纸芯力学性能研究[J]. 振动与冲击, 2008, 27(9): 164—166.
SONG Jun-jie, YIN Zhi-hong, PENG Jian-lin. Mechanical Performance of Paper Honeycomb Core Based on MARC Software[J]. Journal of Vibration and Shock, 2008, 27(9): 164—166.
- [12] 朱大鹏,周世生. 蜂窝纸板的粘弹性建模与动态参数识别[J]. 中国机械工程, 2011, 22(22): 2672—2677.
ZHU Da-peng, ZHOU Shi-sheng. Dynamic Properties Modeling and Parameter Identification for Honeycomb Fibreboard [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 22(22): 2672—2677.
- [13] SINGH R, DAVIES P, BAJAJ A K. Identification of Nonlinear and Viscoelastic Properties of Flexible Polyurethane Foam[J]. Nonlinear Dynamics, 2003, 34(3): 319—346.
- [14] RENAUD F, DION J L, CHEVALLIER G. A New Identification Method of Viscoelastic Behavior: Application to the Generalized Maxwell Model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, 25(3): 991—1010.
- [15] BAGLEY R L, TORVIC P J. A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity[J]. Journal of Rheology, 1983, 27(3): 201—210.
- [16] BAGLEY R L, TORVIC P J. On the Appearance of the Fractional Derivative in the Behavior of Real Materials[J]. Journal of Applied Mechanics, 1984, 51(2): 294—298.
- [17] PODLUBNY I. Fractional Differential Equations[M]. Pittsburgh Academic Press, 1999.
- [18] WELCH S W J, RORRER R A L, DUREN R G. Application of Time-based Fractional Calculus Method to Viscoelastic Creep and Stress Relaxation of Materials[J]. Mechanics of Time-dependent Materials, 1999, 3(3): 279—303.
- [19] BRANCH M A, COLEMAN T F, LI Y Y. A Subspace, Interior, and Conjugate Gradient Method for Large-scale Bound-constrained Minimization Problems[J]. SIAM Journal on Scientific Computing, 1999, 21(1): 1—23.
- [20] GOVINDJEE S, SIMO J C. Mullins Effect and the Strain Amplitude Dependence of the Storage Modulus[J]. International Journal of Solids and Structures, 1992, 29(14): 1737—1751.

欢迎订阅

欢迎投稿