

一种并联机构运动副摆放位置不同的静力学分析

池腾腾, 王南, 周莎莎, 刘庆阳
(河北工程大学, 邯郸 056038)

摘要: **目的** 运用螺旋理论在 Matlab 平台上对一种封装并联机构 2-RPU/SPR, 以及因其运动副摆放位置不同衍生出的 3 种两转一移并联机构 2-UPR/SPR, 2-UPR/RPS 和 2-RPU/RPS 的静力学特性进行分析, 并比较它们的优劣性。**方法** 文中采用螺旋理论法对 4 种并联机构建立静力学数学模型, 进而运用 Matlab 编程软件建立 4 个机构的程序模型, 在 Matlab 中分 2 种情况对 4 个机构进行静力学分析。**结果** 机构 2-RPU/SPR 的驱动力与其他 3 个机构相比相对较小; 机构 2-RPU/SPR 的等效约束力和驱动力与其他 3 个机构相比变化波动较小。在动平台输出相同的情况下, 机构 2-RPU/SPR 易于控制与驱动, 灵活性高于其他 3 个机构; 在动平台位姿相同的情况下, 机构 2-RPU/SPR 抗外界干扰的能力优于其他 3 个机构。**结论** 并联机构 2-RPU/SPR 比另外 3 个并联机构更好, 在高精度包装工程中更具有实际应用前景。

关键词: 并联机构; 螺旋理论; 静力学; Matlab

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2016)17-0157-05

Statics Analysis of A Parallel Mechanism with Different Placement Positions

CHI Teng-teng, WANG Nan, ZHOU Sha-sha, LIU Qing-yang
(Hebei University of Engineering, Handan 056038, China)

ABSTRACT: It aims to analyze the statics characteristics of packaging parallel mechanism 2-RPU/SPR and other three kinds of 2R1T parallel mechanisms 2-UPR/SPR, 2-UPR/RPS and 2-RPU/RPS derived from its different placement positions of motion pair based on Matlab and make comparison among them. Mathematical model of statics was created by screw theory method for the four parallel mechanisms; and then programming models were established by Matlab software. Statics characteristics were analyzed for the four mechanisms by Matlab in two circumstances. The driving force of 2-RPU/SPR was relatively small compared with other three mechanisms; the equivalent force and driving force of 2-RPU/SPR changed less than the other three mechanisms. Under the same output of mobile platform, 2-RPU/SPR was easier to control and drive, and its flexibility was higher than the other three. Under the same pose of mobile platform, the anti-interference ability of 2-RPU/SPR was better. To sum up, the parallel mechanism 2-RPU/SPR is better than the other three mechanisms. It has more practical application prospect in high precision packaging engineering.

KEY WORDS: parallel mechanism; screw theory; statics; Matlab

并联机构与串联机构相比, 具有构件少、承载能力大、运动无误差积累、响应快、附加值高等优

收稿日期: 2015-11-01

基金项目: 国家自然科学基金 (51075118)

作者简介: 池腾腾 (1987—), 男, 河北沧州人, 硕士研究生, 主攻方向为现代机械设计及并联装备。

通讯作者: 王南 (1957—), 男, 河北昌黎人, 河北工程大学教授, 博士, 主要研究方向为现代机械设计及并联装备。

点。并联机构被应用在工业机器人、医疗器械、并联机床、乐设施等诸多领域,所以,国内外很多学者对并联机构进行了广泛研究。陈修龙、孙先洋、邓昱^[1]对空间5自由度并联机构4-UPS-RPS的运动学进行了分析。耿明超等^[2]对4-UPS/UPR并联机构的动力学进行了分析。陈修龙等^[3]对空间5自由度并联机构运动学进行了优化设计。Damien Chablat, Philippe Wenger^[4]对三平移并联机床Orthoglide在加工应用中的结构优化进行了分析研究。Jongwon Kim^[5]等对快速加工中的并联机构的冗余驱动进行了设计与分析。Kong Xianwen, Yan Jin^[6]对三自由度多模平移/球面平行机制与可封闭的关节的类型进行了综合研究。并联机构在包装工程领域拥有很高的应用空间,已经实际应用到了填充、裹包、封口和盖印等工序,以及与其相关的前后工序,如清洗、堆码和拆卸等方面,尤其在高精密包装工程中的芯片封装,硅片光刻压印等领域的应用更值得关注,不仅使生产效率被大大提高,而且减轻少了人为的不稳定因素。并联机构的稳定性与易控性是提高包装精度的关键因素。

文中针对一种封装并联机构2-RPU/SPR进行了静力学研究^[7],螺旋理论^[8]是分析空间机构学既简单又方便的一种数学理论方法,其在并联机构中的应用范围很广泛,文中运用螺旋理论对并联机构2-RPU/SPR以及因其运动副摆放位置不同衍生出的3种并联机构2-UPR/SPR, 2-UPR/RPS和2-RPU/RPS的运动螺旋系进行建模^[9],进而求解雅克比矩阵^[10]和反螺旋系,即约束螺旋系;运用螺旋理论求得的约束螺旋系数学模型^[11-12]后,在软件Matlab中建立4个机构的静力学^[13-14]程序模型,分2种情况进行仿真分析:(1)在动平台相同位置施加一个相同的六维外力 F_1 ,使动平台保持相同的位置不变,求得等效约束力和驱动力,并比较它们的优劣;(2)在动平台相同位置施加一个随着时间变化的六维外力 F_2 ,并且保证施加此外力后动平台位姿始终保持不变,求得等效约束力和驱动力,并比较它们的优劣。

1 并联机构分析

4种并联机构见图1,其中:上下平台分别为动静平台; R 为转动副; P 为移动副; S 为球副; U 为虎克铰。

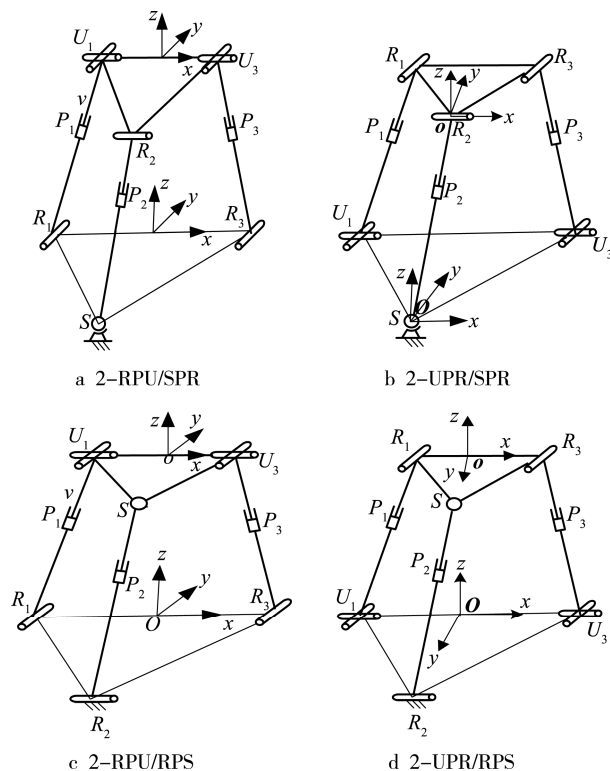


图1 并联机构初始位置

Fig.1 The parallel mechanism in the initial configuration

首先对2-RPU/SPR并联机构进行静力学分析,见图1a,2-RPU/SPR并联机构包括动平台、定平台以及3个支链,支链1和支链3依次由 R 副、 P 副和 U 副组成,其中 R 副平行于 U 副靠近定平台的轴线,且垂直于 P 副的轴线,且 R_1 副与 R_3 副相互平行,两支链的 U 副轴线互相平行。支链2依次由 S 副、 P_2 副和 R_2 副组成, R_2 副垂直于 P_2 ,且平行于 U_1 副和 U_3 副与动平台连接的轴线。

分支杆1的运动螺旋系为:

$$\mathcal{S}_{11} = (010; 00 -x_{R_1})$$

$$\mathcal{S}_{12} = (000; P_1 0 R_1)$$

$$\mathcal{S}_{13} = (100; 0 -z_{U_1} 0)$$

$$\mathcal{S}_{14} = (010; z_{U_1} 0 -x_{U_1})$$

分支杆1的运动螺旋系的反螺旋:

$$\mathcal{S}_{11}^r = (000; 001)$$

$$\mathcal{S}_{12}^r = (010; z_{U_1} 0 \lambda)$$

式中: λ 为任意值, $\mathcal{S}_{11}^r$ 为沿 z 轴方向的力偶;

$\mathcal{S}_{12}^r$ 为平行 y 轴方向的一个约束力,且过动平台 U_1 点。

同理可求得分支杆2的运动螺旋系的反螺旋:

$$\mathcal{S}_{21}^r = (100; 00 y_s)$$

式中： $\mathcal{S}_{21}^r$ 为平行 x 轴方向且过 S 点的一个约束力。

分支杆 3 的运动螺旋系的反螺旋：

$$\mathcal{S}_{31}^r = (000; 001)$$

$$\mathcal{S}_{32}^r = (010; z_{U_3} 0 \lambda)$$

式中： $\mathcal{S}_{31}^r$ 为沿 z 轴方向的力偶； $\mathcal{S}_{32}^r$ 为平行 y 轴方向的一个约束力，且过动平台 U_3 点。

经分析可知 $\mathcal{S}_{11}^r$ 、 $\mathcal{S}_{12}^r$ 及 $\mathcal{S}_{31}^r$ 、 $\mathcal{S}_{32}^r$ 线性相关，则可等效成约束力螺旋 $\mathcal{S}_{11}^e$ 、 $\mathcal{S}_{12}^e$ 。则最大线性无关约束力螺旋系：

$$\mathcal{S}_{11}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{(Z_{U_1} + Z_{U_3})}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{S}_{12}^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ -\sin \theta_2 \\ \cos \theta_1 \cos \theta_2 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{S}_{21}^r = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ 0 \\ -\sin \theta_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

驱动力螺旋系：

$$\mathcal{S}_{U_1} = \begin{bmatrix} (x_{U_1} - x_{R_1})/L_1 \\ 0 \\ (z_{U_1} - z_{R_1})/L_1 \\ 0 \\ (x_{R_1}z_{U_1} - x_{U_1}x_{R_1})/L_1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{S}_{U_3} = \begin{bmatrix} (x_{U_3} - x_{R_3})/L_3 \\ 0 \\ (z_{U_3} - z_{R_3})/L_3 \\ 0 \\ (x_{R_3}z_{U_3} - x_{U_3}x_{R_3})/L_3 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{S}_{R_2} = \begin{bmatrix} (x_s - x_{R_2})/L_2 \\ (y_{R_2} - x_s)/L_2 \\ (z_s - z_{R_2})/L_2 \\ (y_{R_2}z_{R_2} - y_s z_s)/L_2 \\ (x_{R_2}z_s - x_s z_{R_2})/L_2 \\ (x_s y_s - y_{R_2} x_{R_2})/L_2 \end{bmatrix}$$

由机构受力平衡原理可得驱动力及等效约束力的大小：

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = [\mathcal{S}_{11}^e \quad \mathcal{S}_{12}^e \quad \mathcal{S}_{21}^r \quad \mathcal{S}_{U_1} \quad \mathcal{S}_{R_2} \quad \mathcal{S}_{U_3}]^{-1} \mathcal{S}_F$$

式中： f_1, f_2, f_3 分别为分支杆 1, 2, 3 的等效约束力； w_1, w_2, w_3 分别为分支杆 1, 2, 3 的驱动力； $\mathcal{S}_F$ 为外力。同理可对其他 3 个并联机构进行静力学分析。

2 基于 Matlab 对 4 个并联机构静力学分析比较

采用螺旋理论计算出等效约束力和驱动力后，将并联机构 2-RPU/SPR, 2-UPR/SPR, 2-UPR/RPS, 2-RPU/RPS 的机构参数设为一致，并在 Matlab 中编程，求得 4 个机构的程序数学模型，进而在 Matlab 中分 2 种情况对 4 个机构进行静力学分析^[15]。

1) 在动平台相同位置施加一个相同的六维外力 F_1 ，取 $F_1=100$ N，使动平台的保持相同的位姿不变，该次仿真都以初始位置为例，求得等效约束力和驱动力，仿真结果见表 1。

2) 在每个并联机构的动平台相同位置施加一个随着时间变化的六维外力 F_2 ，令 F_2 是一个正弦力 $F_2=1000\sin(120t)$ ，并且保证施加此外力后保持机构初始位姿不变，求得等效约束力和驱动力，仿真结果见图 2—3。

表 1 并联机构的等效约束力和驱动力

Tab.1 The Equivalent Restraint and Driving Force of the Four Parallel Mechanisms

并联机构	f_1/N	f_2/N	f_3/N	w_1/N	w_2/N	w_3/N
2-RPU/SPR	24.2857	30.0000	26.6667	69.6587	89.8651	13.8889
2-UPR/SPR	10.6250	30.0000	26.6667	148.4720	111.0518	30.3819
2-UPR/RPS	10.6250	21.0400	53.3333	176.0910	238.6709	30.3819
2-RPU/RPS	24.2857	21.0400	53.3333	197.2778	217.4841	13.8889

注： f_1, f_2, f_3 分别为分支杆 1, 2, 3 的等效约束力， w_1, w_2, w_3 分别为分支杆 1, 2, 3 的驱动力。

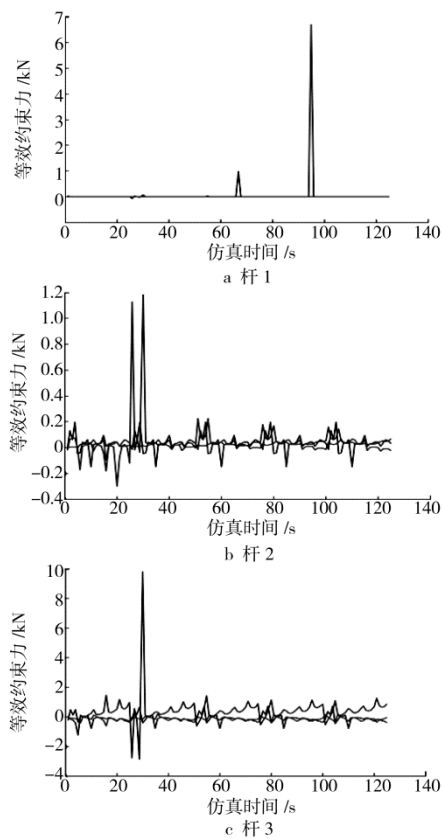


图2 等效约束力

Fig.2 The equivalent binding force

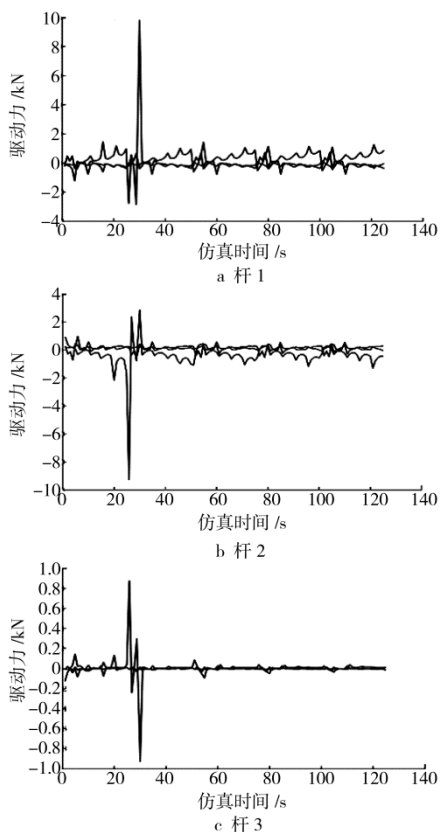


图3 驱动力

Fig.3 The driving force

由表1可得,总体来说其他3个机构的驱动力比机构2-RPU/SPR大2~3倍,由图2和图3可知,每个图中代表机构2-RPU/SPR的曲线的波动都比其他3种曲线小,几乎为一条水平线,说明其等效约束力和驱动力变化波动比其他3个机构小,然而代表机构2-UPR/RPS的曲线在一个周期内有很大的突值,突然变大数十倍甚至数百倍,此机构极其不稳定,对生产加工很不利,尤其对高精度包装工程的稳定性和高品质性影响非常严重。

3 结语

无论并联机构2-RPU/SPR怎样变换运动副的位置,运用螺旋理论都可以简单明了地列出运动螺旋系,求出反螺旋系,以及等效约束力和驱动力,表明螺旋理论在求解并联机构的运动学和静力学方面具有通用性和简便性,为今后分析研究其他并联机构提供了夯实的理论基础。

由情况1的仿真分析结果可知,在动平台输出相同的情况下,机构2-RPU/SPR所需驱动力较小,易于控制与驱动,灵活性高于其他3个机构;由情况2的仿真分析结果可知,在动平台位姿相同的情况下,机构2-RPU/SPR抗外界干扰的能力优于其他3个机构。

综上可知,并联机构2-RPU/SPR优于另外3个并联机构,并联机构2-RPU/SPR易驱动,灵活性高,抗干扰能力强,其可满足包装工程中更高的精度要求,具有更好的应用价值和应用前景。

参考文献:

- [1] 陈修龙, 孙先洋, 邓昱. 4-UPS-RPS空间5自由度并联机构运动学分析[J]. 农业机械学报, 2013, 44(8): 257—261.
CHEN Xiu-long, SUN Xian-yang, DENG Yu. Kinematics Analysis of 4-UPS-RPS Spatial 5-DOF Parallel Mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2013, 44(8): 257—261.
- [2] 耿明超, 赵铁石, 王唱, 等. 4-UPS/UPR并联机构动力学分析[J]. 农业机械学报, 2014, 45(8): 299—306.
GENG Ming-chao, ZHAO Tie-shi, WANG Chang, et al. 4-UPS/UPR Parallel Mechanism Dynamic Analysis[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(8): 299—306.
- [3] 陈修龙, 孙先洋, 邓昱. 5自由度空间并联机构运动学优化设计[J]. 农业机械学报, 2014, 45(6): 303—307.

- CHEN Xiu-long, SUN Xian-yang, DENG Yu. Kinematics Optimum Design of a 5-DOF Spatial Parallel Mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2014, 45(6): 303—307.
- [4] CHABLAT D. Architecture Optimization of A 3-DOF Translational Parallel Mechanism for Machining Applications, the Orthoglide[C]// IEEE Transactions on Robotics and Automation 2003: 403—410.
- [5] KIM J, PARK F C, RYU S J, et al. Design and Analysis of A Redundantly Actuated Parallel Mechanism for Rapid Machining[J]. Robotics & Automation IEEE Transactions on, 2001, 17(4): 423—434.
- [6] KONG X, JIN Y. Type Synthesis of 3-DOF Multi-mode Translational/spherical Parallel Mechanisms with Lockable Joints[J]. Mechanism & Machine Theory, 2015, 96(25): 323—333.
- [7] 王南, 周莎莎, 许云斗, 等. 2-RPU/SPR 并联机构位置正解及位置多解分析[J]. 机械设计与制造, 2015(2): 52—54.
- WANG Nan, ZHOU Sha-sha, XU Yun-dou, et al. Position Forward Solution and Position Analysis of 2-RPU/SPR Parallel Mechanism[J]. Machinery Design & Manufacture, 2015(2): 52—54.
- [8] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 教育出版社, 2006.
- HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Advanced Spatial Mechanism[M]. Beijing: China Higher Education Press, 2006.
- [9] 王南, 崔浩洋, 周莎莎. 基于静力学分析的运动副摆放位置对并联机构的影响[J]. 包装工程, 2015, 36(15): 99—103.
- WANG Nan, CUI Hao-yang, ZHOU Sha-sha. Effect of Different Positions of Kinematic Pairs on Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(15): 99—103.
- [10] 李剑锋, 费仁元, 范金红, 等. 具有大位置空间的 3 自由度并联机构运动性能分析[J]. 机械工程学报, 2007, 43(8): 53—59.
- LI Jian-feng, FEI Ren-yuan, FAN Jin-hong, et al. Kinematic Performance Analysis of 3D of Parallel Mechanism with Large Positional Workspace[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(8): 53—59.
- [11] 张艳伟, 韦斌, 王南, 等. 空间转动 3-SPS-S 并联机构运动学性能分析[J]. 农业机械学报, 2012, 43(4): 212—215.
- ZHANG Yan-wei, WEI Bin, WANG Nan, et al. Kinematic Performance Analysis of 3-SPS Spatial Rotation Parallel Mechanism[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural, 2012, 43(4): 212—215.
- [12] 刘永均, 张静, 李柏林. 基于条件数的 3-RRS 并联机器人运动性能优化[J]. 机械设计与研究, 2008, 24(6): 32—34.
- LIU Yong-jun, ZHANG Jing, LI Bo-lin. Parameter Optimization of the 3-RRS Paralleled Robot Based on The Condition Index[J]. Machine Design and Research, 2008, 24(6): 32—34.
- [13] 郑魁敬, 崔培, 郭海军. 3-RPS 并联机构运动与静力特性分析[J]. 机械设计, 2011, 28(9): 28—33.
- ZHENG Kui-jing, CUI Pei, GUO Hai-jun. Kinematics and Static Characteristics Analysis of 3RPS Parallel Mechanism[J]. Mechanical Design, 2011, 28(9): 28—33.
- [14] 刘海波. 基于 DELTA 机构的高速并联装箱机器人[D]. 济南: 山东大学, 2014.
- LIU Hai-bo. A High-speed Parallel Packaging Robot Based on the DELTA Mechanism[D]. Jinan: Shandong University, 2014.
- [15] 李兴山, 蔡光起. 基于 MATLAB 的三自由度并联机床的静力特性分析[J]. 制造业自动化, 2011, 33(5): 80—81.
- LI Xing-shan, CAI Guang-qi. Static Forces Analysis of Three Degrees of Freedom Parallel Machine Tool Base on MATLAB[J]. Manufacturing Automation, 2011, 33(5): 80—81.