

# 基于 Ansys 的双 A 型瓦楞纸板稳定性分析

巩桂芬，赵淼

(陕西科技大学，西安 710021)

**摘要：**目的 基于 Ansys 研究大中型运输包装堆码过程中纸质外围框的双 A 型瓦楞纸板失稳问题。  
**方法** 使用 Ansys 软件并结合 APDL 语言构建双 A 型瓦楞纸板有限元模型，然后对该模型进行特征值屈曲分析，得到使纸板发生屈曲的最小临界载荷和屈曲后纸板的变形情况，最后改变纸板的高度与长度，再进行多次特征值屈曲分析，分析纸板的高度和长度与纸板临界屈曲载荷的关系。**结果** 纸板的临界屈曲载荷与纸板的长度成正比，与纸板高度的平方成反比。**结论** 纸质外围框双 A 型瓦楞纸板更加适合包装高度较低的产品，以减少失稳的可能性，当双 A 瓦楞纸板所承受的力大于临界屈曲载荷时，可以在瓦楞纸板的外表面添加胶合板加强筋，承担一部分的承载压力，从而使瓦楞受力在临界屈曲载荷之下。

**关键词：**Ansys；双 A 型瓦楞纸板；特征值屈曲分析

**中图分类号：**TB487    **文献标识码：**A    **文章编号：**1001-3563(2016)19-0012-05

## Stability Analysis of Double-deck A-type Corrugate Board via Ansys

GONG Gui-fen, ZHAO Miao

(Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China)

**ABSTRACT:** The work aims to study the instability of double-deck A-type corrugated board which is used to constitute corrugated box in the process of stacking for large-/medium-sized shipment packaging via Ansys. First, by using software Ansys in combination with APDL language, the finite element model of double-deck A-type corrugate board was constructed. Then through analyzing the eigenvalue buckling of such model, the minimum critical buckling load which led to the buckling of the board and the deformation after the board buckled could be calculated. Finally the length and height of the board were changed and repeated eigenvalue buckling analysis was carried out for many times to analyze the relation between board length & height and the critical board buckling load. The critical buckling load of the corrugated board was in direct proportion with its length and was in inverse relation with the square of its height. In conclusion, corrugated box constituted by double-deck A-type corrugated board is more applicable to products of lower height, so as to reduce the possibility of instability. But when the force applied on the double-deck A-type corrugate board exceeds the critical buckling load, the stiffener can be added to the outer surface of the corrugate board to share part of the bearing pressure, thus ensuring the board stress to be under the critical buckling load.

**KEY WORDS:** Ansys; double-deck A-type corrugate board; eigenvalue buckling analysis

目前，机电设备和工业产品的主流运输包装容器为木质包装，但木质包装大量消耗我国的森林资源，造成环境的破坏，已经不符合绿色低碳环保包

装的时代要求，“以纸代木”是解决木制包装问题的

一个理想方案<sup>[1—2]</sup>。瓦楞纸板具有较强的纵向抗压能力，并且随着瓦楞的层数和楞高的增大，纸板的抗压能力增强，因此在整体包装设计中，常常使用五层或七层瓦楞纸板代替胶合板或木板制作箱体的四面围框，即纸围框<sup>[3]</sup>。

虽然双A型瓦楞纸围框既满足了现在“以纸代木”的需求，并且具有很好的堆码承压能力，但是在实际的装箱堆码过程中，纸板会不自觉地往里或往外弯曲，弯曲的幅度过大，不仅会影响箱内产品的固定，还会影响到整个箱体的稳定性，一旦失稳，会造成箱内产品的损坏并危及周边相关工作人员，从而造成不可挽回的经济损失<sup>[4]</sup>。文中通过运用 APDL 语言在 Ansys 中创建双 A型瓦楞纸板的有限元模型，模拟堆码时施加的载荷与约束，并进行特征值屈曲分析，求得纸板的一阶临界载荷，并观察屈曲后的纸板变形；改变纸板的高度和长度，用同样的方法求出不同高度和长度下双 A型瓦楞纸板临界屈曲载荷，并采用 Excel 拟合高度、长度与临界屈曲载荷的关系式。根据实际的具体情况，提出一种解决纸围框在堆码过程中因承载压力过大而失稳的方案。

## 1 双 A型瓦楞纸板的特征值屈曲分析

当结构所受载荷达到某一数值时，若增加微小的变化，则结构的平衡位置将发生很大的改变，这种现象叫做结构失稳或结构屈曲。结构失稳在理想化的情况下，载荷达到某个值时，除了结构原来的平衡状态可能存在外，还会有第 2 个平衡状态，称为平衡分岔失稳，在数学处理上为求解特征值问题，故又称为特征值屈曲分析<sup>[5—6]</sup>。特征值屈曲分析的主要步骤为：创建模型、获取静力解、获取特征值屈曲解和查看结果<sup>[7]</sup>。

### 1.1 双 A型瓦楞纸板有限元模型的建立

使用 Ansys 软件并结合 APDL 语言，建立实体

模型。在构建实体模型的过程中，最大的难点在于瓦楞楞型的构造，这里设定瓦楞的楞型为 UV 型，在实体建模中使用正弦函数模拟 UV 楞形，见图 1，正弦函数的幅度为单瓦楞纸板瓦楞楞高的一半，正弦函数的周期为该瓦楞的楞宽<sup>[8—10]</sup>。文中所研究的纸板为双 A型瓦楞纸板，楞高为 5.0 mm，楞宽为 9.4 mm<sup>[11]</sup>。Ansys 软件中所创建的双 A型瓦楞纸板模型局部放大见图 2。

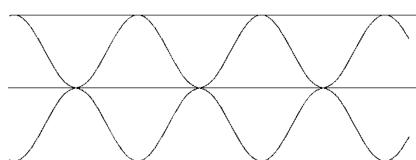


图 1 双 A型瓦楞纸板的楞形  
Fig.1 Flutes of double A type corrugate board

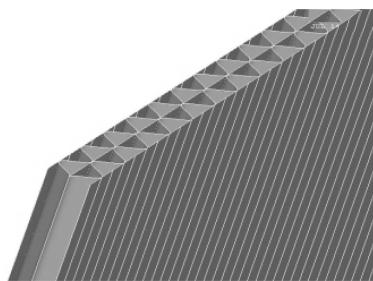


图 2 双 A型瓦楞纸板局部放大  
Fig.2 Partial enlarged drawing of double A type corrugate board

完成了瓦楞纸板的实体建模后，还需要定义单元类型、材料属性和实常数。这里选择的单元类型为 SHELL 181 壳单元，材料属性分面纸、里纸和芯纸 3 种不同材料，具体数值参考表 1。实常数表示各层纸板的厚度，同样参考表 1<sup>[12]</sup>。纸质材料为正交各向异性材料，故需要从 3 个方向设置材料的弹性模量( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ )，泊松比( $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{xz}$ ,  $\nu_{yz}$ )和剪切模量( $G_{xy}$ ,  $G_{xz}$ ,  $G_{yz}$ )<sup>[13]</sup>。对于双 A型瓦楞纸板，面纸为表面的 2 层纸片，里纸为中间 1 层纸片，芯纸为瓦楞纸。材料参数定义完成后，将各个参数数据赋予到对应的面板上，划分网格，生成有限元模型<sup>[14—15]</sup>。

表 1 瓦楞纸板材料参数  
Tab.1 Parameter of corrugate board material

材料	$E_x$ /MPa	$E_y$ /MPa	$E_z$ /MPa	$\nu_{xy}$	$\nu_{xz}$	$\nu_{yz}$	$G_{xy}$ /MPa	$G_{xz}$ /MPa	$G_{yz}$ /MPa	厚度/mm
面纸	7600	4020	38	0.34	0.01	0.01	2140	20	70	0.269
芯纸	5400	2280	27	0.34	0.01	0.01	1360	20	65	0.263
里纸	6660	3310	33	0.34	0.01	0.01	1820	20	70	0.264

## 1.2 获得静力解

获取静力解的过程与静力分析的过程一致,即在有限元模型中施加相应的约束和载荷,有几点需要注意:必须激活预应力效应;只要施加一个载荷就足够了,不用施加实际载荷;必须清楚由屈曲分析所得到的特征值是屈曲载荷系数,而屈曲载荷等于该系数乘以所施加的载荷<sup>[7]</sup>,即屈曲载荷=屈曲载荷系数×施加载荷。

为了模拟纸围框的堆码,在有限元模型底部节点施加全约束,在模型顶部每个节点施加1N的向下载荷作为预加载荷,故施加在整个瓦楞纸板的总载荷等于结点数乘以单个节点施加的载荷,即施加载荷=顶部结点数×单个节点施加载荷。

## 1.3 获得特征值屈曲解

获得特征值屈曲解的基本步骤为:定义分析类型,这里定义为屈曲分析;定义特征值提取方法和特征值提取数目,这里使用 LANB(分块兰索斯法),特征值的提取数目为1;定义模态扩展数目,方便观察屈曲状态下形状变化和应力分布;求解;列表显示屈曲载荷系数。由上述可知屈曲载荷系数乘以施加载荷即为所求屈曲载荷。

## 2 不同长宽下双A型瓦楞纸板的临界屈曲载荷

当载荷达到临界载荷时,双A型瓦楞纸板的变形见图3,纸板底部稳定,顶部向左右弯曲,与实际情况相符。由于模型由APDL语言构造,纸板长

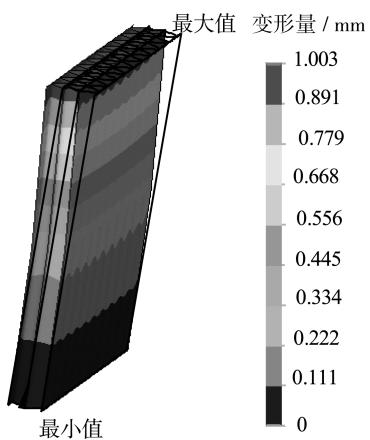


图3 瓦楞纸板失稳变形

Fig.3 Deformation of unsteady corrugate board

度和宽度由命令流中的可变参数L和h代替,故只需要改变参数L和h的值,就能得到不同长度和不同高度的双A型瓦楞纸板。

这里的双A型瓦楞主要适用于大中型产品的运输包装,因此其尺寸相对于其他单瓦楞略大,故将长度的范围设定为1000~1500mm,高度设定为500~1000mm,并每隔100mm取一值进行分析,分析结果见表2。

表2 不同长度和高度下临界屈曲载荷  
Tab.2 Critical buckling load in different length and height

高度/mm	长度/mm						N
	1000	1100	1200	1300	1400	1500	
500	705.88	777.32	848.79	920.25	991.74	1063.1	
600	488.77	538.31	587.87	641.76	687.02	736.61	
700	358.21	394.56	430.93	467.31	503.71	540.11	
800	273.66	301.45	328.85	357.09	384.93	412.78	
900	215.81	237.74	259.69	281.65	303.63	325.61	
1000	174.51	192.24	210.00	227.77	245.55	266.83	

令临界屈曲载荷为Q,使用Excel去拟合Q与L和h的关系,拟合的步骤分为3步:拟合不同高度h下,临界屈曲载荷Q与长度L之间的关系;拟合不同长度L下,临界屈曲载荷Q与高度h之间的关系;拟合Q与高度L和长度h之间的关系。不同高度下临界屈曲载荷与纸板长度的关系见图4,尽管高度不同,纸板的临界屈曲载荷与纸板长度均成线性关系,且从拟合的趋势来看,两者成正相关。不同长度下临界屈曲载荷与纸板高度的关系见图5,纸板的临界屈曲载荷与高度成非线性关系,并且成负相关,从6个曲线拟合的公式来看,临界屈曲载荷与高度的平方成正比。可以假设临界屈曲载荷 $Q=C_1 \cdot L/h^2 + C_2$ ,其中 $C_1$ 和 $C_2$ 为两个待求系数,令 $U=L/h^2$ ,使用线性函数拟合U和Q的关系,从而求得 $C_1$ 和 $C_2$ 的值。通过拟合后得出 $C_1=17624$ , $C_2=0.0847$ ,故得到临界屈曲载荷的表达式:

$$Q = \frac{17624L}{h^2} + 0.084 \quad (1)$$

假设当纸板发生屈曲时单位长度所承受的力为q:

$$q = \frac{Q}{L} = \frac{17624}{h^2} + \frac{0.084}{L} \quad (2)$$

因为L的数值一般大于1000,故 $0.0847/L$ 可

以忽略不计, 即可得:

$$q = \frac{17624}{h^2} \quad (3)$$

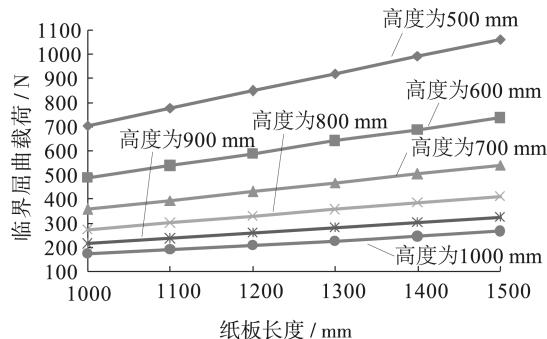


图4 不同高度下临界屈曲载荷与纸板长度的关系  
Fig.4 Relation of  $Q$  and  $L$  under the different height

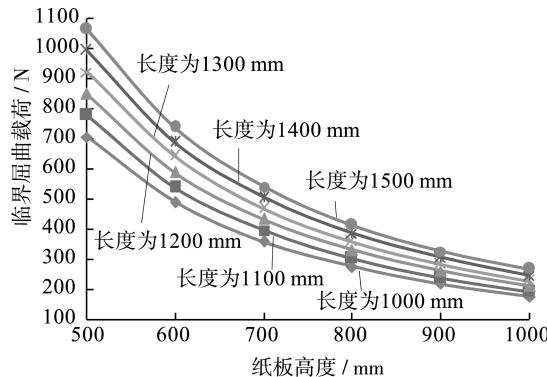


图5 不同长度下临界屈曲载荷与纸板高度的关系  
Fig.5 Relation of  $Q$  and  $h$  under the different length

### 3 可行性方案

在实际的应用过程中, 当产品的形状一定时, 纸围框的长宽高也是确定的, 纵使得出纸围框在当前设计中处于失稳的状态, 也很难从更改纸围框的尺寸下手。有效并可行的方法是在纸围框的外表面增加木制加强板, 分担纸围框承受的压力, 使得纸围框的单位长度承受的载荷小于屈曲载荷, 见图6。

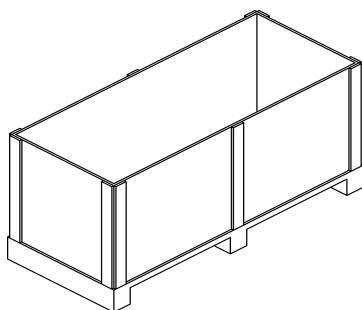


图6 带加强板的纸围框产品  
Fig.6 Corrugated box with stiffening plate

现在使用瓦楞纸板的临界屈曲载荷来确定木制加强板的数量, 首先假设整个包装件的质量为 $m$ , 堆码层数为 $N$ , 双A型瓦楞纸板周长为 $C$ , 高为 $h$ , 并且其竖直方向的等效弹性模量为 $E_1$ , 胶合板竖直方向的弹性模量为 $E_2$ , 面积为 $S$ , 高度与纸板的高度一致为 $h$ 。

最底层外围框和加强板所承受的压力 $F_{\text{总}}$ :

$$F_{\text{总}} = mg(N-1) \quad (4)$$

假设外围框分摊的压力为 $F_1$ , 则胶合板分摊的压力为 $(F_{\text{总}} - F_1)$ , 在受压过程中, 纸围框和胶合板向下的位移相同, 即两者的变形量一样, 根据胡克定律可以列出下面的等式<sup>[9]</sup>:

$$\frac{F_1}{CE_1} = \frac{F_{\text{总}} - F_1}{nSE_2} \quad (5)$$

式中:  $n$  为胶合板的数量。根据瓦楞纸板的临界屈曲载荷有不等式:

$$q = \frac{F_1}{C} \leq \frac{17624}{h^2} \quad (6)$$

令  $t = E_2/E_1$ , 结合式(4)–(6)得到所需的胶合板的数量为:

$$n \geq \frac{mgh^2(N-1)}{17624St} - \frac{C}{St} \quad (7)$$

得到的 $n$ 值需取最小的整数。

### 4 结语

双A型瓦楞纸板的最低临界屈曲载荷与纸板的长度成正比, 与纸板高度的平方成反比, 双A型瓦楞纸板适用于高度较低的产品, 这样能减少在堆码过程中发生失稳的可能性。在进行堆码校核后, 当双A型瓦楞纸围框处于失稳状态时, 可以通过在表面施加加强板, 承担一部分的承载压力, 从而使曾受的瓦楞纸板低于屈曲临界载荷。

### 参考文献:

- [1] 张晶. 电梯产品“以纸代木”包装关键技术研究[D]. 无锡: 江南大学, 2015.  
ZHANG Jing. The Study on the Key Technologies of Paper Substituted for Wood Packaging of Elevator Products[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2015.
- [2] 丁毅, 赵丽娟. 局部以纸代木包装箱的研究[J]. 包装工程, 2011, 32(13): 21—24.  
DING Yi, ZHAO Li-juan. Research on Partial Paper Wood Packing Case[J]. Packaging Engineering, 2011, 32(13): 21—24.

- [3] 王小燕, 郭开华. 瓦楞纸箱结构参数对其承压能力的影响[J]. 包装工程, 2007, 28(7): 34—35.  
WANG Xiao-yan, GUO Kai-hua. Effect of the Structure Parameters of Corrugated Paper Boxes on the Pressure Resisting Capability[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(7): 34—35.
- [4] 贺妙欣, 钱怡. 瓦楞纸板屈曲临界载荷的一种等效计算方法[J]. 包装工程, 2010, 32(1): 38—41.  
HE Miao-xin, QIAN Yi. An Equivalent Calculation Method of Critical Load of Corrugated Board[J]. Packaging Engineering, 2010, 32(1): 38—41.
- [5] 刘伯. 瓦楞纸板力学性能的有限元分析[D]. 西安: 西安理工大学, 2004.  
LIU Bo. The Finite Element Analysis of the Mechanical Properties of Corrugated Paperboard[D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2004.
- [6] 段艳健. 瓦楞纸箱的屈曲和后屈曲研究[D]. 无锡: 江南大学, 2012.  
DUAN Yan-jian. The Study on Buckling and Post-buckling of Corrugated Boxes[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2012.
- [7] 王新敏. Ansys 工程结构数值分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007.  
WANG Xin-min. Ansys Numerical Analysis of Engineering Structures[M]. Beijing: China Communications Press, 2007.
- [8] 何岩明, 何玉安. 基于 FEM 的单层 E 型瓦楞纸箱托盘稳态数值分析[J]. 包装工程, 2016, 37(9): 40—43.  
HE Yan-ming, HE Yu-an. Steady Numerical Analysis of Monolayer E-type Corrugated Pallets Based on FEM[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(9): 40—43.
- [9] 戴晓莉. 瓦楞纸箱的有限元分析与实验研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2010.
- DAI Xiao-li. Finite Element Analysis and Experiment Research of Corrugated Boxes[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2010.
- [10] 李兆元. 典型瓦楞纸板结构件的缓冲性能及其计算机仿真[D]. 无锡: 江南大学, 2008.  
LI Zhao-yuan. Research on Cushion Property and Simulation of Typical Corrugated Board Structure[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2008.
- [11] 彭国勋. 物流运输包装设计[M]. 北京: 印刷工业出版社, 2006.  
PENG Guo-xun. Logistics Transporton Packaging Design[M]. Beijing: Printing Industry Press, 2006.
- [12] 滑广军, 罗定提, 吴若梅. 基于屈曲准则的瓦楞纸板强度仿真分析[J]. 包装学报, 2010(1): 18—20.  
HUA Guang-jun, LUO Ding-ti, WU Ruo-mei. The Simulation Analysis of Corrugated Board Strength Based on Buckling Criteria[J]. Packaging Journal, 2010(1): 18—20.
- [13] 任艳玲, 卢立新. 4 层瓦楞纸板复合瓦楞纸弹性模量计算[J]. 包装工程, 2012, 33(5): 66—68.  
REN Yan-ling, LU Li-xin. Calculation of Elastic Modulus of Corrugated Laminated Paper for Four-ply Corrugated Board[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(5): 66—68.
- [14] 贺妙欣. 具有展示窗的瓦楞纸箱的承载能力分析[D]. 无锡: 江南大学, 2010.  
HE Miao-xin. Analysis on Load Capacity of Corrugated Boxes with Show Windows[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2010.
- [15] 滑广军, 谢勇. 蜂窝纸板与瓦楞纸板边压强度有限元分析[J]. 包装工程, 2009, 30(5): 1—4.  
HUA Guang-jun, XIE Yong. Finite Element Analysis of Honeycomb and Corrugated Fiberboard Side Compression Strength[J]. Packaging Engineering, 2009, 30(5): 1—4.