

# 霍夫变换耦合蚁群优化图像边缘提取算法

何拥军, 余爱民, 曾文权

(广东科学技术职业学院, 珠海 519090)

**摘要:** **目的** 为解决图像边缘提取方法中由于噪声浸染导致边缘定位精确度降低、边缘信息丢失和虚假边缘等不足, 提出基于霍夫变换 (HT) 耦合蚁群优化 (ACO) 图像边缘的提取方法。**方法** 对输入图像进行霍夫变换, 消除噪声和线段间隔对图像边缘的影响; 计算图像像素梯度和像素圆形邻域统计均值的差值, 构建二者之间的权重函数, 并作为蚁群的信息素和启发信息; 利用蚁群优化算法, 引导蚁群搜索图像边缘, 完成图像边缘提取。**结果** 实验表明, 与当前边缘提取技术相比, 文中算法具有更高的提取精度与效率, 可获取完整、细节丰富的边缘, 有效地降低了噪声影响。**结论** 所提算法具有较强的抗噪性能, 能进一步改善边缘提取精度, 能够较好地用于包装条码识别与图像处理领域。

**关键词:** 图像边缘提取; 霍夫变换; 蚁群优化; 像素梯度; 权重函数; 启发信息

**中图分类号:** TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2017)05-0205-06

## The Image Edge Extraction Algorithm Based on Hough Transform Coupling Ant Colony Optimization

HE Yong-jun, YU Ai-min, ZENG Wen-quan

(Guangdong Polytechnic of Science and Technology, Zhuhai 519090, China)

**ABSTRACT:** The work aims to propose an image edge extraction method based on Hough transform (HT) coupling ant colony optimization (ACO), in order to solve the reduced edge positioning accuracy, edge information loss and false edge, etc. in the image edge extraction method caused by the noise. Firstly, HT was carried out for input image to eliminate the effect of noise and line segment on image edge. Secondly, the difference between the pixel gradient of the image and the statistical average of the circular neighborhood was calculated, and the weight function between the two was constructed and used as the pheromone and the heuristic information of ant colony. Finally, the ant colony optimization algorithm was used to guide the ant colony to search image, so as to finish the image edge extraction. The experiment results showed that, compared with the current edge detection technique, the proposed algorithm had higher extraction accuracy and efficiency, and could obtain complete edges with abundant details, which effectively reduced the noise effect. In conclusion, the proposed algorithm has a stronger anti-noise performance and can further improve the edge extraction accuracy. Because of that, it can be better applied in the field of package barcode recognition and image processing.

**KEY WORDS:** image edge extraction; Hough transform; ant colony optimization; pixel gradient; weight function; heuristic information

图像边缘是数字图像的重要特征之一, 边缘提取主要是获得图像中感兴趣的边缘, 是图像处理中的基础, 其在图像分割、运动检测、目标跟踪、人脸识别等各个领域被广泛应用<sup>[1-2]</sup>。由于噪声的存在, 对图

像边缘的完整性和准确性产生影响, 容易产生虚假边缘。对此, 良好的边缘提取算法具有较强的鲁棒性, 既能抵抗噪声的干扰得到更加完整的边缘, 又没有虚假边缘, 从而更准确地表示图像中有意义的特征。如

收稿日期: 2016-09-05

基金项目: 广东省科技计划(2012B091100499); 2013 广东省高校高层次人才项目(2013246); 广东省自然科学基金(S2013010012920)

作者简介: 何拥军(1976—), 男, 硕士, 广东科学技术职业学院副教授, 主要研究方向为图形图像处理技术。

李俊山等<sup>[3]</sup>在 Canny 的基础上提出了一种改进的 Canny 图像边缘检测技术。该方法通过 WT 与改善的中值滤波代替 Canny 的高斯滤波来完成图像降噪任务。利用  $3 \times 3$  区域替代原 Canny  $2 \times 2$  区域计算图像梯度。实验表明了该算法具有较好的抗噪声干扰性,能够对图像的边缘较好地提取,检测精度得到提高,获得了边缘细节信息。该算法对冲击噪声比较敏感,容易误检测为边缘,导致边缘的信噪比变小,当噪声密度较大时,容易出现噪声像素统计为弱边缘现象。张志龙等<sup>[4]</sup>提出了基于蚁群优化的边缘检测技术。通过相位编组法计算像素区面积和边缘梯度,利用梯度值和支持区面积作为启发信息和信息素的计算依据,根据线性加权将信息素、梯度值、支持区面积来计算蚂蚁经过某个点的概率,从而得到图像的边缘。该方法对图像中的显著边缘具有很好的检测效果,收敛速度较快。但该方法不能有效降低局部噪声的影响,并且会导致变化缓慢的边缘丢失和提取虚假边缘。Marjan 等<sup>[5]</sup>提出的基于小波变换(WT)耦合数学形态学的图像边缘检测算法。该算法对图像进行小波分解,得到高频和低频信号;对于高频信号,通过小波模极大值噪声抑制与尺度相关系数提取边缘,从而降低噪声影响。对于低频信号,利用形态学算法,较好地识别出弱边;最后,将 2 部分获得的边缘融合,完成最终的图像边缘提取。通过实验证明了提出的算法能够减低噪声的干扰,提高定位准确。虽然 WT 能较好地降低噪声的干扰,但提取的边缘容易产生小连续的现象。

针对边缘提取中噪声对边缘定位的干扰,使得定位准确率降低以及出现伪边缘以及边缘漏检现象。文中提出了一种基于 HT 耦合蚁群优化图像边缘提取方法。将图像进行 HT,消除噪声和线段间隔对图像边缘的影响。然后计算图像像素梯度和像素圆形邻域统计均值的差值,并作为蚁群的启发信息。再利用蚁群优化算法,引导蚁群搜索图像边缘,从而完成图像边缘提取。最后,通过实验对提出的边缘提取算法进行验证。

## 1 霍夫变换

HT 是图像变换中的最常用的方法之一,常用于图像中含各种相同特征的几何形状的提取和线性特征的检测,具有良好的抗噪性和受边界间断影响小等优点。HT 主要根据点和线的关系,通过将图像上的点和对应的参数空间,把图像中曲线提取问题转化为寻求参数空间中的峰值问题<sup>[6-7]</sup>。并且利用 HT 良好的方向选择性,采用积分的思想,根据包含当前像素点在的局部线性特征走向获得边缘方向,通过判断交线交点处的累加程度来完成图像边缘方向的检测。

设图像空间上局部边缘区域的线性特征满足函数:

$$y = ax + b \quad (1)$$

式中:  $(x,y)$  为图像空间的位置;  $b$  为常数。在实际中一般利用极坐标形式, 见式(2)。

$$\rho = x \cos \beta + y \sin \beta \quad (2)$$

式中:  $\rho$  为该点到原点的距离;  $\beta$  为法线方向和  $x$  轴的夹角, 见图 1, 因此,  $(x,y)$  上的点可表示为极坐标上  $(\beta, \rho)$  的正弦曲线。

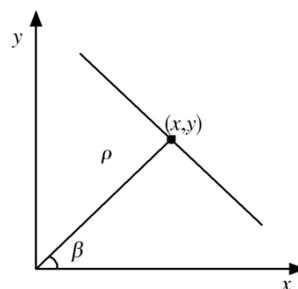


图 1 线性坐标与极坐标之间的关系

Fig.1 The relationship between linear coordinate and polar coordinate

为了提高图像 HT 的准确性,对逐个像素点 HT 时,设计一个降采样常数  $\kappa$ ,其取值范围为  $0 \sim 1$ ,因此,式(2)可演化为:

$$\rho = \kappa(x \cos \beta + y \sin \beta) \quad (3)$$

式中:  $\kappa$  为降采样值,其主要作用为缩小  $\rho$  的变化范围,提高边缘检测的准确度。如果集合  $(X,Y)$  在  $(\beta, \rho)$  空间上形成的曲线集中于相同的位置,那么表明集合  $(X,Y)$  中的点位于一条直线上,根据所得到的直线便可得到集合  $(X,Y)$  的边缘方向。主要的步骤为:假设一个累加器  $A(x,y)$ ,  $(x,y)$  的边缘特征表示为  $r_i(x,y)$ ,选择  $\beta$  值的 4 个值  $(0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$ , 利用式(3)计算出 4 个方向的  $\rho$  值。在计算的同时,在相应的  $A_i(x,y)$  上加 1,通过  $A_i(x,y)$  获取处于同一直线上点的数量,根据在  $(X,Y)$  中的最大的数所对应的直线,从而计算出直线上点的边缘方向。

HT 的运算过程简单,对参数的依赖小,在变换过程中考虑了像素和局部边缘方向的关系,所以得到的边缘方向的准确度较高,抗噪性得到了加强。

## 2 文中图像边缘提取算法

文中提出了一种基于 HT 耦合蚁群优化图像边缘提取算法。通过霍夫变换,对输入图像进行 HT,消除噪声和线段间隔对图像边缘的影响,对图像像素梯度和像素圆形邻域统计均值的差值进行计算,并作为蚁群的启发信息;利用 ACO 算法,引导蚁群搜索图像边缘,从而完成图像边缘提取。文中边缘提取的主要过程见图 2。

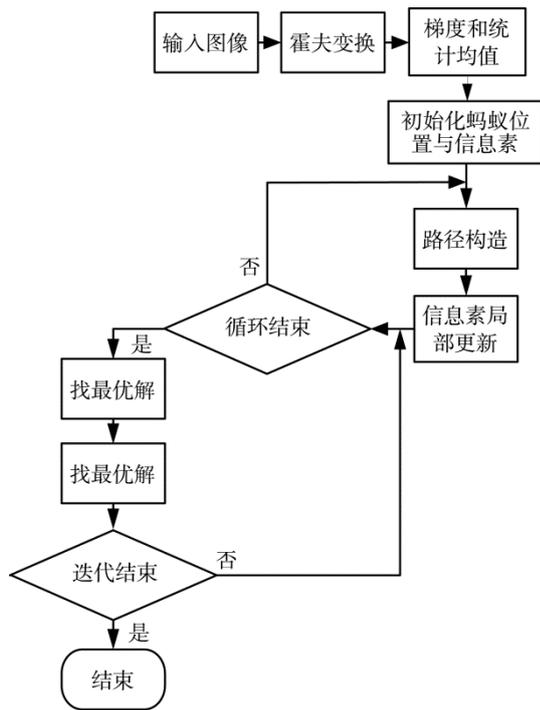


图 2 文中算法流程

Fig.2 The flow chart of proposed algorithm

### 2.1 边缘特征

图像边缘是图像的重要特征之一，根据图像像素灰度值的突变情况确定，因此，可利用像素梯度表示边缘特征。文中引入统计估计技术，例如以像素 $(i,j)$ 为中心，半径为 $r$ 的圆形区域，以倾斜角度为 $\alpha$ 的直线分成 2 部分  $B_1$  和  $B_2$ 。根据统计估计法，像素的类型可用统计均值表示<sup>[8]</sup>。通过计算分割后 2 部分的像素灰度的统计均值，如果 $(i,j)$ 处于边缘， $B_1$  和  $B_2$  的统计均值相差很大，反之也适用。图像的边缘为像素形成的曲线，在曲线的两侧的像素统计均值不同，以 8 个像素 4 个方向的灰度值归一化形成像素的梯度值，见图 3，其函数表示见式(4)。

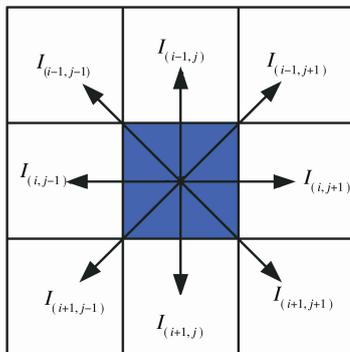


图 3 3×3 邻域像素梯度值

Fig.3 The 3×3 neighborhood pixel gradient

$$\nabla I_{(i,j)} = \frac{1}{255} \max \begin{bmatrix} |I_{(i,j-1)}| - |I_{(i,j+1)}| \\ |I_{(i-1,j)}| - |I_{(i+1,j)}| \\ |I_{(i-1,j+1)}| - |I_{(i+1,j-1)}| \\ |I_{(i-1,j-1)}| - |I_{(i+1,j+1)}| \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中： $I_{(i,j)}$ 为像素灰度值； $(i,j)$ 为像素位置。根据统计学理论，对  $B_1$  和  $B_2$  的均值进行求解，见式(5)。

$$M_{\alpha}^k = \frac{\sum_{i,j} I_{(i,j)}}{N} \quad (5)$$

式中： $k=1,2$ ； $\alpha=0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}$ ； $N$ 为  $B_1$  和  $B_2$  中像素的数量。由此，两像素均值的差值可定义见式(6)。

$$\Delta M_{\alpha}^k = \begin{cases} 0 & \Delta M_{\alpha}^1 + \Delta M_{\alpha}^2 = 0 \\ \frac{|\Delta M_{\alpha}^1 - \Delta M_{\alpha}^2|}{\Delta M_{\alpha}^1 + \Delta M_{\alpha}^2} & \Delta M_{\alpha}^1 + \Delta M_{\alpha}^2 \neq 0 \end{cases} \quad (6)$$

根据式(6)可以看出， $\Delta M_{\alpha}^k$  越大， $B_1$  和  $B_2$  区域中像素相差越大，因此其处于边缘概率越强。根据以上描述，像素的梯度特征对噪声和纹理，统计均值的差值具有较强的抗噪性，但如果边缘大可能导致信息丢失，因此，为了平衡二者关系，设计边缘信息如下：

$$f_{(i,j)} = a\Delta I_{(i,j)} + b\Delta M_{(i,j)} \quad (7)$$

式中： $a$  和  $b$  为权重值，二者相加等于 1，对像素梯度和统计均值进行控制。

### 2.2 基于蚁群优化边缘提取

根据 2.1 节的分析，图像的边缘特征主要与像素点密切相关，因此，文中利用蚁群优化算法对图像像素计算，从而提取图像的边缘。蚁群优化算法是把图像作为一个二维空间，每个像素点为一个节点<sup>[9-11]</sup>。在计算过程中，以 8 个相邻像素的信息强度和信信息值，优先选定信息素分布多，信息值大的节点，并释放信息素。如果某点的蚂蚁走过越多，那么该点的信息素越大，同时将对其他蚂蚁产生更大的吸引，附近的蚂蚁不断朝边缘聚集，因此处于边缘点上信息素大于非边缘点，从而根据信息素的分布完成边缘的提取。文中蚁群优化算法的边缘提取主要由 4 部分组成。

1) 初始化设置。对于图像  $I$ ，随机选择大小为  $M_1 \times M_2$  区域的  $k$  个像素点，每只蚂蚁随机分布于像素点上，令每个信息素矩阵  $T^n$  的初始值为常数  $T^0$ 。

2) 路径构造。由于每个节点对蚂蚁的吸引力不同，在第  $n$  次移动中，每只蚂蚁可选择新路径的概率为<sup>[12]</sup>：

$$P_{(l,m),(i,j)}^n = \frac{(T_{i,j}^{(n-1)})^{\alpha} (\eta_{i,j})^{\beta} \omega_{\Delta}}{\sum_{(s,q) \in \Omega(l,m)} (T_{s,q}^{(n-1)})^{\alpha} (\eta_{s,q})^{\beta}} \quad (8)$$

式中： $P_{(l,m),(i,j)}^n$ 为从像素 $(i,j)$ 到 $(l,m)$ 发生的概率； $T_{i,j}$ ， $\eta_{i,j}$ 分别为像素点 $(i,j)$ 的信息素强度和启发信息； $\omega_{\Delta}$ 为权重函数； $\Delta$ 为蚂蚁移动过程中相对之前的方向变量， $\Delta=0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ ， $\Delta$ 的变化量越大， $\omega_{\Delta}$ 越小，反之亦然。 $\alpha, \beta$ 为信息素强度和启发信息的控制因子，根据式(7)， $\eta_{i,j}$ 可定义如下：

$$\eta_{i,j} = f_{i,j} \tag{9}$$

3) 信息素更新。经过每次移动后，信息素的值进行一次更新，更新函数见式(10)。

$$T_{i,j}^{n-1} \leftarrow \begin{cases} 1 - \rho T_{i,j}^{n-1} + \rho \eta_{i,j}^k, & k \text{ 如果为蚂蚁经过路径} \\ T_{i,j}^{n-1}, & \text{否则} \end{cases} \tag{10}$$

式中： $\rho$ 为控制 $T_{i,j}^{n-1}$ 更新因子。根据所有蚂蚁的移动，信息素矩阵更新如下：

$$T^n = (1 - \xi)T^{n-1} + \xi T^0 \tag{11}$$

式中： $\xi$ 为信息素衰变系数； $T^0$ 为信息素初始值。通过2)和3)的 $N$ 次迭代，获得了能够表示图像的信息素 $T^n$ 。

4) 边缘判断。为了对每个像素点进行决策判断，确定其是否处于边缘上，对 $T^n$ 引入一个阈值 $\tau$ 求解。令初始阈值为 $\tau_0$ ，根据 $T^n$ 与 $\tau_0$ 的大小关系，将像素划分成 $G_1$ 和 $G_2$ 2部分，其中 $G_1$ 符合 $T^n > \tau_0$ ， $G_2$ 符合 $T^n < \tau_0$ 。分别计算 $G_1$ 和 $G_2$ 的平均值 $\bar{\omega}_1$ 和 $\bar{\omega}_2$ ，然后，根据得到的平均值计算新的阈值 $\tau$ ，表示为：

$$\tau = \frac{\bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_2}{2} \tag{12}$$

不断迭代，重复以上操作，直到得到的 $\tau$ 小于预设设定的值 $\varepsilon$ 。

### 3 实验与讨论

为了对文中提出算法的先进性验证，选择边缘较明显的灰度图像进行测试，测试图像的尺寸为 $384 \times 256$ 。借助 Matlab 7.0 进行仿真分析，仿真条件为 Intel15 四核 CPU, 2.6 GHz, 4 GB ROM, 1 TB 硬盘, Win7 系统 PC 机。为了具有可比性，选择当前常用的图像边缘提取算法作为对照，分别为文献[3]中改进的 Canny 边缘检测、文献[4]中基于蚁群优化的边缘检测、文献[5]中基于小波变换的边缘检测，分别记为 A, B, C 算法。

#### 3.1 参数设置

参数对算法的性能具有重大的影响，因此，为了更好地体现文中算法的边缘提取的性能，通过多次试验得到了文中算法的最优参数，为步长  $L=50$ ，迭代次数  $N=4$ ，区域半径  $r=4$ ，权重因子  $\alpha=6, \beta=0.01$ ，初始信息数  $T^0=0.0001, \rho=0.1, \xi=0.3, \varepsilon=0.01$ 。

#### 3.2 实验结果与分析

恐龙灰度图像通过 3 种对照组算法与文中算法提取的图像边缘结果见图 4。图 4a 为初始图，图 4b—e 分别为 A, B, C 与文中算法的结果。根据图 4 中的实验结果看出，4 种算法对于无噪声图像得到的边缘都算比较完整，但是，A 算法与 B 算法出现了一些细碎的边缘，C 算法在尾部产生了一些断裂现象，而文中算法得到的边缘完整性较好，能够详细地反应图像的结构信息。这主要是因为文中算法进行了边缘信息计算，通过计算图像像素的梯度和统计均值，并建立二者之间的权重函数，准确地识别图像边缘。

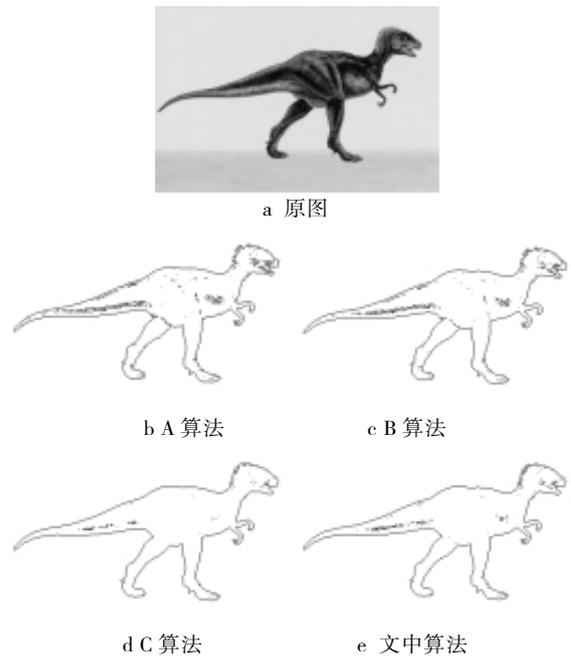


图 4 无噪声图像边缘提取结果  
Fig.4 The result of noise free image edge extraction

为了体现算法的适应性和抗噪性，以图像中添加高斯噪声为例，见图 5。图 5 为 4 种算法对含有均值为 0，均方差为 1 的高斯噪声的实验结果。图 6 为 4 种算法对含有均值为 0，均方差为 5 的高斯噪声的实验结果。图 5a 为含有均值为 0 均方差为 1 的钥匙灰度图像，图 6a 为含有均值为 0 均方差为 5 的钥匙灰度图像，图 5b—e 和图 6b—e 分别为对照组与文中算法提取得到的边缘结果。根据图 5 看出，在高斯噪声均方差较小时，对提取的结果影响不大，说明 4 种算法在低噪声时能够较好的提取边缘，算法具有一定的抗噪性。根据图 6 看出，当噪声密度较大时，图 6b 中提取的结果中噪声比较明显，出现了较多的虚假边缘。图 6c 中由于噪声的存在，也出现了一些伪边缘，丢失了一些有用的边缘信息。图 6d 中算法能够一定程度上降低噪声的干扰，提高定位准确，但是得到的边缘出现小连续的现象。图 6e 为文中算法的结果，



图 5 低噪声密度图像边缘提取结果

Fig.5 The result of low noise density image edge extraction

可看出其提取的边缘较完整，连续性好，大大降低了噪声的影响。主要原因是由于 A 算法采用 WT 与中值滤波代替高斯滤波，当噪声密度较大时，噪声像素容易统计为弱边缘。B 算法通过线性加权将信息素、梯度值、支持区面积来计算蚂蚁经过某个点的概率，获得图像的边缘，但是容易导致变化缓慢的边缘丢失和提取虚假边缘。C 算法中虽然 WT 在边缘提取中可以降低噪声，但会产生一些小连续边缘。

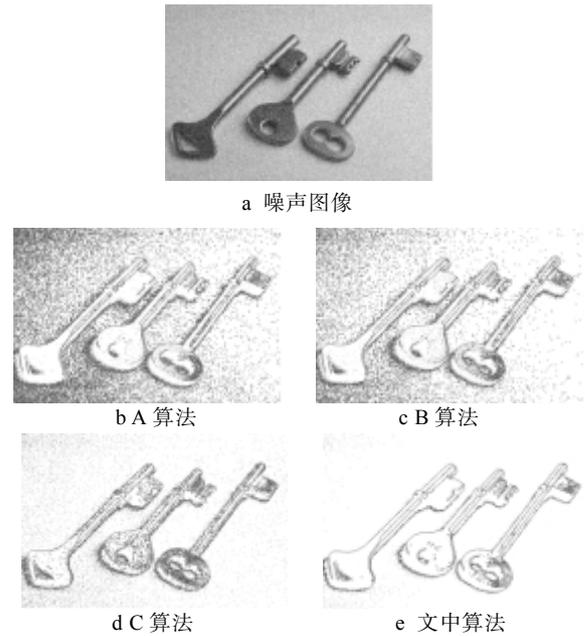


图 6 高噪声密度图像边缘提取结果

Fig.6 The result of high noise density image edge extraction

为了客观地对实验提取的边缘进行评价，引入优质系数  $P_\tau$  作为评价指标<sup>[13-15]</sup>。 $P_\tau$  的值越大，表明提取的边缘越完整，细节越详细，其定义为：

$$P_\tau = \frac{1}{\max(n_o, n_d)} \sum_{i=1}^{n_d} \frac{1}{1 + \alpha d_i^2} \quad (13)$$

式中： $n_o$  和  $n_d$  为完整与实际边缘上的像素点； $d_i$  为第  $i$  点边缘与完整边缘的距离。图 4—6 在 4 种算法下得到的优质系数值和消耗的时间结果见表 1。

表 1 不同测试图像在不同算法下的  $P_\tau$  与时耗

Tab.1 The  $P_\tau$  and time consuming of different test images under different algorithms

	A算法		B算法		C算法		文中算法	
	$P_\tau$	时耗/s	$P_\tau$	时耗/s	$P_\tau$	时耗/s	$P_\tau$	时耗/s
图4	0.8612	0.21262	0.8931	0.3613	0.9143	0.5864	0.9765	0.3412
图5	0.6834	0.2215	0.7267	0.3620	0.7562	0.5894	0.9358	0.3485
图6	0.2151	0.2286	0.3262	0.3714	0.5810	0.5932	0.8466	0.5932

根据表 1 可得，在相同条件下，文中算法得到的  $P_\tau$  在 4 种算法中最大，并且无噪声图像得到的值大于低噪声图像和高噪声图像，噪声密度越大，得到结果的  $P_\tau$  越小，说明提取的边缘质量越差，文中算法中随着噪声的变化得到的  $P_\tau$  改变较少，都保持了较高的  $P_\tau$  值，说明其抗噪性较好。另外，从表 1 也可知，文中算法所消耗的比 B 算法和 C 算法低，稍微高于 A 算法。综合考虑，文中算法具有较高的优质系数的同时花费的时间成本也较低。

#### 4 结语

针对图像边缘提取中边缘定位准确率低，边缘细节遗漏和伪边缘等问题，提出了一种基于 Hough

变换耦合蚁群优化图像边缘提取算法。利用 Hough 变换充分考虑了像素和局部边缘方向的关系，抗噪性能得到了改善，通过计算像素梯度和统计均值作为蚁群优化算法中的信息素和启发信息，并且构建了二者之间的权重函数，获得最优的边缘提取结果。通过实验证明了文中算法提取边缘细节详细，减少了虚假边缘和弱边缘丢失问题，能有效抑制噪声，在保证提取边缘质量的同时也提高了算法的效率。

#### 参考文献：

- [1] 胡大辉. 边缘检测算法在污损条码识别中的应用研究[J]. 包装工程, 2013, 22(3): 104—108.  
HU Da-hui. Application of Edge Detection Algorithm

- in the Defaced Barcode Recognition[J]. Packaging Engineering, 2013, 22(3): 104—108.
- [2] 冷欣, 宋文龙. 基于改进的灰色关联度的根系图像边缘检测[J]. 包装工程, 2016, 37(15): 46—50.  
LENG Xin, SONG Wen-long. Root Image Edge Detection Based on Improved Gray Correlation Degree [J]. Packaging Engineering, 2016, 37(15): 46—50.
- [3] 李俊山, 马颖, 赵方舟. 改进的 Canny 图像边缘检测算法[J]. 光子学报, 2011, 40(1): 50—54.  
LI Jun-shan, MA Ying, ZHAO Fang-zhou. A Novel Arithmetic of Image Edge Detection of Canny Operator[J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(1): 50—54.
- [4] 张志龙, 杨卫平, 李吉成. 一种基于蚁群优化的显著边缘检测算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(9): 2061—2067.  
ZHANG Zhi-long, YANG Wei-ping, LI Ji-cheng. A Novel Salient Image Edge Detection Algorithm Based on Ant Colony Optimization[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(9): 2061—2067.
- [5] RAFSANJANI M K, VARZANEH Z A. Edge Detection in Digital Images Using Ant Colony Optimization [J]. Computer Science Journal of Moldova, 2015, 23(3): 343—360.
- [6] 李敏. 高分辨率合成孔径雷达图像高速公路检测法[J]. 计算机应用, 2011, 31(7): 1825—1828.  
LI Min. Freeways Detection from High-resolution SAK Images[J]. Journal of Computer Applications, 2011, 31(7): 1825—1828.
- [7] 高翔, 梁志伟, 徐国政. 基于 Hough 空间的移动机器人全局定位算法[J]. 电子测量与仪器学报, 2012, 26(6): 484—490.  
GAO Xiang, LIANG Zhi-wei, XU Guo-zheng. Global Positioning Algorithm of Mobile Robot Based on Hough Space[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2012, 26(6): 484—490.
- [8] 周激流, 詹晓倩, 何坤. 基于统计估计的图像边缘检测[J]. 沈阳工业大学学报, 2011, 32(6): 665—671.  
ZHOU Ji-liu, ZHAN Xiao-qian, HE Kun. Image Edge Detection Based on Statistical Estimation[J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2011, 32(6): 665—671.
- [9] 张健, 何坤, 郑秀清. 基于蚁群优化的图像边缘检测算法[J]. 计算机工程, 2011, 37(17): 191—193.  
ZHANG Jian, HE Kun, ZHENG Xiu-qing. Image Edge Detection Algorithm Based on Ant Colony Optimization[J]. Computer Engineering, 2011, 37(17): 191—193.
- [10] 李敏花, 柏猛. 基于蚁群优化算法的复杂背景图像文字检测方法[J]. 计算机应用, 2011, 31(7): 1844—1846.  
LI Min-hua, BAI Meng. Text Detection from Images with Complex Background by Ant Colony Optimization Algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2011, 31(7): 1844—1846.
- [11] VISWANATHAN V, KRISHNAMURTHI I. Finding Relevant Semantic Association Paths Using Semantic Ant Colony Optimization Algorithm[J]. Soft Computing, 2015, 19(1): 251—260.
- [12] CHEN Ling, SUN Yun, ZHU Yuan-guo. Extraction Methods for Uncertain Inference Rules by Ant Colony Optimization[J]. Journal of Uncertainty Analysis and Applications, 2015, 3(1): 1—19.
- [13] SHIH M Y, TSENG D C. Wavelet-based Multiresolution Edge Detection and Tracking[J]. Image and Vision Computing, 2015, 23(4): 441—451.
- [14] 乔闹生. 印制电路板缺陷图像边缘检测[J]. 光子学报, 2016, 45(4): 1—7.  
QIAO Nao-sheng. Defect Image Edge Detection of Printed Circuit Board[J]. Photon Journal, 2016, 45(4): 1—7.
- [15] XU Chen, LIU Hui, CAO Wen-ming, et al. Multispectral Image Edge Detection Via Clifford Gradient [J]. Science China Information Sciences, 2012, 55(2): 260—269.