

多感应电机相邻交叉耦合快速终端滑模同步控制

薛建峰^{1,2}, 王景芹¹, 杨昭²

(1.河北工业大学, 天津 300132; 2.北华航天工业学院, 廊坊 065000)

摘要: **目的** 提高多感应电机速度同步控制系统的可靠性以及控制精度, 提高印刷业的生产效率及产品质量。**方法** 基于相邻交叉耦合控制结构, 利用快速终端滑模控制的强抗扰动性和有限时间到达特性, 提出一种多感应电机相邻交叉耦合快速终端滑模同步控制策略。**结果** 通过仿真结果分析, 相比传统相邻交叉耦合控制, 在文中所提控制算法作用下其系统同步误差小, 具有更高的同步控制精度。**结论** 该控制策略可提高多感应电机同步控制系统的同步跟随性能和抗干扰性能, 增强多感应电机无轴传动的同步协调控制能力。

关键词: 多感应电机同步控制; 相邻交叉耦合; 快速终端滑模控制

中图分类号: TP271.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2017)07-0173-05

Synchronous Control of Adjacent Cross Coupling Fast Terminal Sliding-mode Control for Multi Induction Motor

XUE Jian-feng^{1,2}, WANG Jing-qin¹, YANG Zhao¹

(1.Hebei University of Technology, Tianjin 300132, China;

2.North China Institute of Aerospace Engineering, Langfang 065000, China)

ABSTRACT: The work aims to enhance the reliability and control accuracy of the system for the synchronous control over the multi induction motor speed, and improve the production efficiency and product quality of printing industry. Based on the adjacent cross coupling control structure and by means of the strong anti-turbulence and the attainability within limited time of the fast terminal sliding-mode control, a fast terminal sliding-mode synchronous control strategy based on adjacent cross-coupled multi induction motor was proposed. Through analysis on the simulation results, the system, compared to the traditional adjacent cross coupling control, had smaller synchronous errors and higher synchronous control accuracy under the action of the proposed control method. The proposed control strategy can improve the synchronous tracing performance and anti-disturbance performance of synchronous control system for the multi induction motor, and enhance the synchronous coordination control ability of its shaftless driving.

KEY WORDS: multi induction motor synchronous control; adjacent cross coupling; fast terminal sliding-mode control

目前, 传统的机组式印刷机通常采用机械轴进行传动, 但随着设备运行时间越来越长, 故障率越来越高, 一方面增加了维护成本, 另一方面降低了生产效率。为了提高印刷业的生产效益, 多电机无轴传动同步控制系统是一种不错的选择^[1-2]。电机的负载扰动、电机参数漂移等不确定因素导致多电机同步控制性能变差^[3], 因此研究多电机同步控制算法具有重大的实际意义。比较常用的多轴同步控制技术包括主/从控制、“虚拟总轴”控制、交叉耦合控制、相邻交叉

耦合控制、偏差耦合控制等^[4-7]。Koren^[8]最早提出了用于 2 台电机速度同步的交叉耦合控制结构, 但没有考虑同步电机数目大于 2 的设计方法。Perez^[9]等提出了适用于同步电机数目大于 2 的相邻交叉耦合控制策略, 但当电机的数目较大时, 系统控制结构很复杂, 并且控制算法通常采用传统 PID 控制, 虽然该算法结构简单、容易实现, 但其容易受参数以及外部扰动变化影响, 很难使控制达到令人满意的效果。滑模控制 (SMC) 由于响应速度快、对参数摄动及外部干扰有

收稿日期: 2016-12-02

基金项目: 河北省科技厅科技计划 (14211701D); 北华航天工业学院科研基金 (KY-2015-18)

作者简介: 薛建峰 (1980—), 男, 硕士, 北华航天工业学院讲师, 主要研究方向为传感器技术、电子测量技术等。

很强的鲁棒性,在不确定非线性系统的控制上得到一定程度的应用^[9-13]。

文中基于相邻交叉耦合控制的基本原理,为了改善非奇异终端滑模控制的控制性能,提出了一种快速非奇异终端滑模控制策略,并将该算法运用到多感应电机同步控制系统中,提出一种相邻交叉耦合非奇异终端滑模控制算法。仿真结果表明,所提控制算法作用下其系统同步误差小,具有更高的同步控制精度,增强多感应电机无轴传动的同步协调控制能力。

1 感应电机的数学模型

在旋转坐标系下,感应电机的数学模型可以表示为^[14]:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}\psi_{dr} = -\alpha\psi_{dr} + \alpha M i_d \\ \frac{d}{dt}i_d = -\gamma i_d + \alpha\beta\psi_{dr} + p_n\omega i_q + \frac{\alpha M i_q^2}{\psi_{dr}} + \frac{u_d}{\sigma L_s} \\ \frac{d}{dt}i_q = -\gamma i_q + \beta p_n\omega\psi_{dr} - p_n\omega i_d - \frac{\alpha M i_q i_d}{\psi_{dr}} + \frac{u_q}{\sigma L_s} \end{cases} \quad (1)$$

式中: ω 为电机机械转速; ψ_{dr} 为 d 轴转子磁通; i_d , i_q 分别为 d 轴和 q 轴定子电流, u_d , u_q 分别为 d 轴和 q 轴定子电压; p_n 为电机极对数; $\gamma = (M^2 R_r) / (\delta L_s L_r^2) + R_s / (\delta L_s)$; $\alpha = R_r / L_r$; $\beta = M / (\sigma L_s L_r)$; $\mu = p_n M / (J L_r)$ 。其中 R_r , R_s 分别为定子与转子电阻; L_r , L_s 分别为定子与转子电感; M 为定转子互感; σ 为漏感系数。

感应电机的机械运动方程为:

$$J \frac{d\omega}{dt} + T_L = T_e \quad (2)$$

式中: J 为电机的转动惯量; T_L 为负载转矩; T_e 为电磁转矩。 $T_e = K_T i_q^*$, $K_T = (3p_n/2)(L_m^2/L_r)i_d^*$, i_d^* , i_q^* 分别为 d 轴和 q 轴的参考电流。

2 多感应电机同步控制策略

对于具有 n 台感应同步电机的控制系统,定义第 i 台的跟踪误差为 $e_i(t) = \omega_i^*(t) - \omega_i(t)$, 式中 $\omega_i^*(t)$, $\omega_i(t)$ 分别表示第 i 台电机的参考转速和实际输出速度。在速度同步控制过程中,在使跟踪误差 $e_i(t) \rightarrow 0$ 的同时,还要确保 n 台感应电机的跟踪误差具有如下关系:

$$e_1(t) = \dots = e_i(t) = \dots = e_n(t) \quad (3)$$

根据电机之间的相邻顺序,首先定义电机的同步误差为:

$$\begin{cases} \varepsilon_1(t) = e_1(t) - e_2(t) \\ \varepsilon_2(t) = e_2(t) - e_3(t) \\ \vdots \\ \varepsilon_n(t) = e_n(t) - e_1(t) \end{cases} \quad (4)$$

对于式(4),如果 $\varepsilon_i(t)=0, \forall i=1,2,\dots,n$ 成立,此时式(4)成立,从而达到了多电机同步的控制目标。由于式(4)中与电机 i 相关的同步误差量是 $\varepsilon_i(t)$ 和 $\varepsilon_{i-1}(t)$,也就是电机 i 只须与电机 $i-1$ 和电机 $i+1$ 保持同步,这样就能保证同步误差 $\varepsilon_{i-1}(t)$ 和 $\varepsilon_i(t)$ 收敛于 0。

常用的相邻交叉耦合控制是将每一台电机与其相邻的电机状态误差进行补偿,例如在对第 i 台电机进行转速的跟踪误差进行控制之外,还要对该台电机与第 $i-1$ 台和 $i+1$ 台电机进行同步误差控制^[15]。

定义第 $i-1, i, i+1$ 台电机的跟踪误差为:

$$\begin{cases} e_{(i-1)(i-1)}(t) = \omega^*(t) - \omega_{i-1}(t) \\ e_{ii}(t) = \omega^*(t) - \omega_i(t) \\ e_{(i+1)(i+1)}(t) = \omega^*(t) - \omega_{i+1}(t) \end{cases} \quad (5)$$

式中: $e_{(i-1)(i-1)}(t)$, $e_{ii}(t)$, $e_{(i+1)(i+1)}(t)$ 分别为第 $i-1, i, i+1$ 台电机的跟踪误差; $\omega_{i-1}(t)$, $\omega_i(t)$, $\omega_{i+1}(t)$ 分别为第 $i-1, i, i+1$ 台电机实际转速。

第 i 台电机和第 $i-1$ 台电机的同步误差为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i(i-1)}(t) &= e_{ii}(t) - e_{(i-1)(i-1)}(t) = \omega^*(t) - \omega_i(t) - \\ &(\omega^*(t) - \omega_{i-1}(t)) = -(\omega_i(t) - \omega_{i-1}(t)) \end{aligned} \quad (6)$$

第 i 台电机和第 $i+1$ 台电机的同步误差为:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i(i+1)}(t) &= e_{ii}(t) - e_{(i+1)(i+1)}(t) = \omega^*(t) - \omega_i(t) - \\ &(\omega^*(t) - \omega_{i+1}(t)) = -(\omega_i(t) - \omega_{i+1}(t)) \end{aligned} \quad (7)$$

为了实现对 n 台电机进行同步控制,将第 n 台电机和第 1 台电机进行耦合,从而组成了相邻交叉耦合控制系统,具体控制框图见图 1。图 1 中速度控制器包含 2 个子控制器,即跟踪误差控制器和同步误差控制器。其中跟踪误差控制器用于准确跟踪转速参考值,同步误差控制器用于驱动受控电机与相邻电机的同步误差趋于 0。

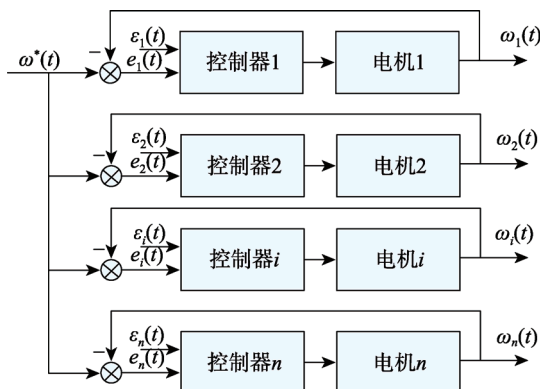


图 1 相邻交叉耦合控制

Fig.1 Control diagram of adjacent cross coupling

3 跟踪和同步误差数学模型

3.1 跟踪误差数学模型

为了便于控制器的设计,定义电机的系统状态变

量为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \omega^* - \omega \\ \dot{x}_2 = \dot{x}_1 = -\dot{\omega} \end{cases} \quad (8)$$

式中: ω^* 为参考转速值; ω 为实际转速值; x_1 为跟踪误差。

通常参考转速为常量, 即 $\dot{\omega}^* = 0$, 并假定外界扰动 T_L 是慢时变信号, 即 $\dot{T}_L = 0$ 。此时, 感应电机数学模型的状态方程可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dot{\omega} = \frac{1}{J}(K_T i_q - T_L) \\ \dot{x}_2 = -\ddot{\omega} = -\frac{K_T}{J} \frac{di_q}{dt} \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可以将电机的跟踪误差控制的数学模型表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -bu_1 \end{cases} \quad (10)$$

式中: u_1 为跟踪误差控制器; $b = \frac{K_T}{J}$ 。

3.2 同步误差数学模型

对于第 $i-1$ 台和第 $i+1$ 台电机取状态变量:

$$\begin{cases} e_1 = -(\omega_i - \omega_{i-1}) \\ e_2 = \dot{e}_1 = -(\dot{\omega}_i - \dot{\omega}_{i-1}) \end{cases} \quad (11)$$

对式(11)求导, 并根据异步电机的数学模型(2), 可得到如下表达式:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -\frac{K_T}{J}(i_{q(i)} - i_{q(i-1)}) + \frac{p_n}{J}(T_{L(i)} - T_{L(i-1)}) \\ \dot{e}_2 = \ddot{e}_1 = -\frac{K_T}{J} \frac{d(i_{q(i)} - i_{q(i-1)})}{dt} \end{cases} \quad (12)$$

由式(12)可以将电机同步误差的数学模型表示为:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 \\ \dot{e}_2 = -bu_2 \end{cases} \quad (13)$$

式中: u_2 为同步误差控制器; $b = \frac{K_T}{J}$ 。

4 快速非奇异终端滑模控制器设计

为了提高 PMSM 转速的动态响应速度和控制品质, 文中提出快速非奇异终端滑模面函数为:

$$s = x_1 + \alpha x_1^{g/h} + \beta x_2^{p/q} \quad (14)$$

式中: g, h, p, q 为正奇数, 且满足 $p/q < h/g, 1 < p/q < 2$; α, β 为大于 0 的常数。令 $s=0$, 根据式可以得到到达平衡点的收敛速度, 即:

$$\dot{x}_1 = x_2 \left(-\frac{x_1}{\beta} - \frac{\alpha x_1^{g/h}}{\beta} \right)^{q/p} \quad (15)$$

当系统状态距离平衡点较近时, 忽略式(15)右端 x_1 的高次项, 此时收敛速度近似于非奇异终端滑模; 当系统状态距离平衡点较远使, 此时式(15)右端的高次项 $\alpha x_1^{g/h}/\beta$ 起主要作用, 收敛速度较快, 因此, 在滑动阶段, 文中所设计的快速非奇异终端滑模较非奇异终端滑模控制可实现全局快速收敛, 并且式(14)的状态指数皆大于 1, 避免了奇异性问题的发生。

假设系统的状态变量在有限时间 t_r 内到达滑模面 $s=0$, 则 x_1, x_2 将在有限时间 t_s 收敛为 0, 根据式(15)可以计算得到:

$$t_s = -\beta^{q/p} \int_{x_1(t_r)}^0 (x_1 + \alpha x_1^{g/h})^{q/p} dx_1 \quad (16)$$

从式(15)可以看出, 通过选取恰当的参数 $\alpha, \beta, g, h, p, q$, 可使系统在有限时间内到达平衡点。

为了避免由式(14)所得的滑模面函数 s , 当 x_1 或 x_2 小于 0 时, 由于存在负数的分数阶次系统状态, 可能会产生具有复数解的滑模面, 而导致滑模面不稳定的问题, 式(14)可变为:

$$s = x_1 + \alpha |x_1|^{g/h} \text{sgn}(x_1) + \beta |x_2|^{p/q} \text{sgn}(x_2) \quad (17)$$

由式(10)和(13)可以看出, 电机的跟踪误差数学模型与同步误差数学模型完全相同, 因此跟踪误差控制器 u_1 与同步误差控制器 u_2 也是相同的, 因此式(10)和(13)可以统一表示为:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -bu \end{cases} \quad (18)$$

为了求取控制器的表达式, 对式(17)求导并将式(18)代入, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= x_2 + \alpha \frac{g}{h} |x_1|^{g/h-1} x_2 + \beta \frac{p}{q} |x_2|^{p/q-1} \dot{x}_2 = \\ &= x_2 + \alpha \frac{g}{h} |x_1|^{g/h-1} x_2 + \beta \frac{p}{q} |x_2|^{p/q-1} (-bu) \end{aligned} \quad (19)$$

采用指数趋近律方法, 可求得控制器的表达式为:

$$u = \frac{1}{b \left(\beta \frac{p}{q} |x_2|^{p/q-1} \right)} \left(x_2 + \alpha \frac{g}{h} |x_1|^{g/h-1} x_2 + ks + \mu \text{sign}(s) \right) \quad (20)$$

式中: $k, \eta > 0$ 为待设计参数。为了证明系统的稳定性, 定义 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (21)$$

对式(21)求导, 并将式(18)代入可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \dot{s} = s \left(x_2 + \alpha \frac{g}{h} |x_1|^{g/h-1} x_2 + \right. \\ &\quad \left. \beta \frac{p}{q} |x_2|^{p/q-1} \dot{x}_2 \right) = s \left(x_2 + \alpha \frac{g}{h} |x_1|^{g/h-1} x_2 - \right. \\ &\quad \left. \beta \frac{p}{q} |x_2|^{p/q-1} bu \right) \end{aligned} \quad (22)$$

将式(20)代入可得:

$$\dot{V} = -ks^2 - \mu |s| \leq 0 \quad (23)$$

由式(23)可以看出,在控制器式(20)的作用下,满足 $\dot{s}s < 0$ 的到达条件,由此可保证在控制过程中系统是稳定的。从式(20)可以看出,设计的控制器中 u 中含有切换函数 $\text{sign}()$,为了削弱抖振,此处采用 sigmod 函数取代切换函数, sigmod 函数为:

$$\text{sigmod}(x) = \frac{2}{1 + e^{-ax}} - 1 \quad (24)$$

式中: a 为大于0的常数。

5 仿真分析

为验证文中所提控制算法的可行性和有效性,文中选用4台相同的感应电机进行仿真分析。为了减小仿真结果的数据量,仿真结果只给出了感应电机1与感应电机2、3和4之间的转速同步误差。

图2给出了空载条件下,4个感应电机的转速和转速同步误差的变化曲线。其中,仿真条件的转速参

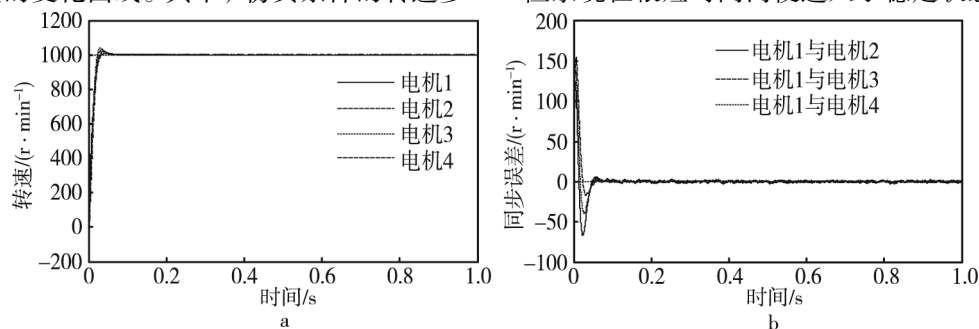


图2 启动时电机转速和同步误差的变化

Fig.2 Curve of synchronous error on the condition of starting motor

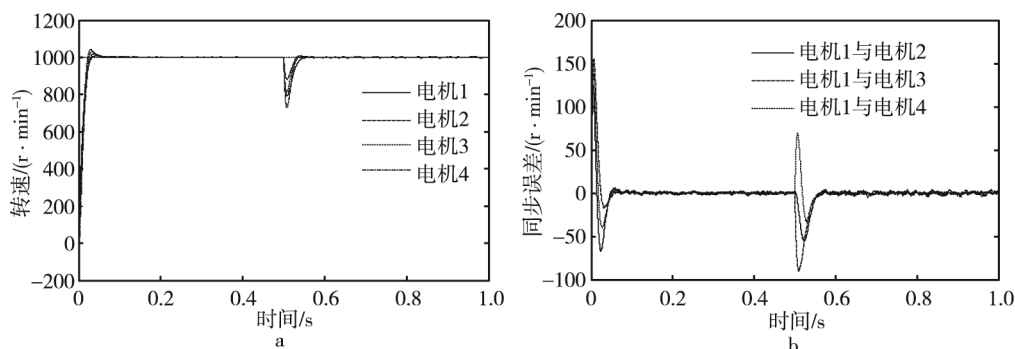


图3 突加负载时电机转速和同步误差的变化

Fig.3 Curve of synchronous error on the condition of sudden load

6 结语

为了提高多感应电机同步控制系统的同步精度,提高多感应电机同步控制的抗干扰能力,提出了基于相邻交叉耦合结构的快速非奇异终端滑模控制的多电机同步控制策略。基于相邻交叉耦合补偿的基本原理建立了相邻交叉耦合控制结构,并将快速非奇异终端滑模控制引入到相邻交叉耦合结构中,通过Sigmoid函数削弱抖振。最后的仿真结果表明,与其他控制策

略相比,文中所提控制算法下系统的同步误差小,具有更高的同步控制精度、更强的削弱抖振能力,同时系统具有较强的鲁棒性。

略相比,文中所提控制算法下系统的同步误差小,具有更高的同步控制精度、更强的削弱抖振能力,同时系统具有较强的鲁棒性。为了验证系统的抗扰动能力,图3给出了电机突加负载时转速和同步误差的响应曲线。其中,仿真条件设置为在 $t=0.5$ s时突加4个不同的负载转矩,即 $T_{L1}=10$ N·m, $T_{L2}=15$ N·m, $T_{L3}=18$ N·m, $T_{L4}=20$ N·m。从图中3可以看出,电机能够快速跟踪上转速参考值,最长用时约为0.06s,同时同步误差也能在较短时间内收敛到0。可见,电机突加负载时采用文中所提算法具有明显的优越性。

文中所提的相邻交叉耦合快速非奇异终端滑模控制作用下,多感应电机同步控制系统在启动阶段和突加负载阶段虽然也出现一定的同步误差波动现象,但系统在很短时间内便进入了稳定状态。

参考文献:

- [1] 张海燕, 王伟, 赵庆海. 无轴传动控制策略及仿真分析[J]. 包装工程, 2007, 28(3): 105—108.
ZHANG Hai-yan, WANG Wei, ZHAO Qing-hai.

- Shaftless Drive Control Strategy and Simulation Analysis[J]. Journal of Packaging Engineering, 2007, 28(3): 105—108.
- [2] 卫宏, 周国平, 申东琴. 凹印机电轴传动多电机同步控制策略[J]. 包装工程, 2015, 36(3): 134—139.
WEI Hong, ZHOU Guo-ping, SHEN Dong-qin. Gravure Press Electronic Shaft Driving Motor Synchronization Control Strategy[J]. Journal of Packaging Engineering, 2015, 36(3): 134—139.
- [3] 李文春, 赵德宗, 任军. 基于全滑模面的多感应电机速度同步控制[J]. 系统工程理论与实践, 2009, 29(9): 110—117.
LI Wen-chun, ZHAO De-zong, REN Jun. Total Sliding Mode Speed Synchronization Control of Multi Induction Motors[J]. System Engineering Theory & Practice, 2009, 29(9): 110—117.
- [4] 程斯一, 纪文刚, 王志俊. 基于模糊PID的多伺服电机交叉耦合同步控制[J]. 北京石油化工学院学报, 2014, 22(4): 54—57.
CHENG Si-yi, JI Wen-gang, WANG Zhi-jun. The Cross-Coupled Synchronous Control of Multi Servo Motors Based on Fuzzy-PID[J]. Journal of Beijing Institute of Petro-chemical Technology, 2014, 22(4): 54—57.
- [5] 张婧. 无轴传动印刷机同步控制系统研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2012.
ZHANG Jing. Research on Strateless Drive Printing Machine Synchronization Control System[D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2012.
- [6] REXROTH. Modular System Solution for Shaftless Printing and Converting Machines[J]. Electric Drives and Controls, 2004(7): 6—7.
- [7] 武吉梅, 王伟鹏, 王月英. 印刷机张力控制系统的建模与仿真[J]. 包装工程, 2007, 28(6): 66—68.
WU Ji-mei, WANG Wei-peng, WANG Yue-ying. Modeling and Simulating of the Tension Control System of Printing Press[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(6): 66—68.
- [8] KOREN Y. Cross-coupled Biaxial Computer for Manufacturing Systems[J]. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1980, 102(4): 265—272.
- [9] PERE-PINAL F J, CALDERON G, ARAUJO-VARGAS I. Relative Coupling Strategy[C]// IEEE, IMDC 03 Madison Wisconsin, USA, 2003, 2(6): 1162—1166.
- [10] QIAN W Z, PANDA S K, XU J X. Speed Ripple Minimization in PM Synchronous Motor Using Iterative Learning Control[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2005, 20(1): 53—61.
- [11] 张猛, 李永东, 赵铁夫, 等. 一种减小变频空调压缩机低速范围内转速脉动的方法[J]. 电工技术学报, 2006, 21(7): 87—92.
ZHANG Meng, LI Yong-dong, ZHAO Tie-fu, et al. A New Method to Reduce the Periodic Speed Ripples of Air-Conditioners in Low Speed Range[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(7): 87—92.
- [12] FENG Y, ZHENG J F, YU X H, et al. Hybrid Terminal Sliding-Mode Observer Design Method for a Permanent-magnet Synchronous Motor Control System[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(4): 1270—1278.
- [13] 袁雷, 沈建清, 肖飞, 等. 插入式永磁低速同步电机非奇异终端滑模观测器设计[J]. 物理学报, 2013, 62(3): 37—45.
YUAN Lei, SHEN Jian-qing, XIAO Fei, et al. Non-singular Terminal Sliding-mode Observer Design for Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drive at Very Low-speed[J]. Acta Phys Sin, 2013, 62(3): 37—45.
- [14] 王耀南, 王辉, 邱四海, 等. 基于递归模糊神经网络的感应电机无速度传感器矢量控制[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(5): 84—89.
WANG Yao-nan, WANG Hui, QIU Si-hai, et al. The Field-oriented Control for Speed-Sensorless Induction Motor Drive Based on Recurrent Fuzzy Neural Network[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(5): 84—89.
- [15] 曹玲芝, 王宏, 谢晓磊. 基于非线性滑模面的多PMSM变结构同步控制[J]. 微特电机, 2015, 43(6): 62—65.
CAO Ling-zhi, WANG Hong, XIE Xiao-lei. Sliding Mode Variable Structure Synchronous Control for Permanent Magnet Synchronous Machines Based on Nonlinear Sliding Surface[J]. Small & Special Electrical Machines, 2015, 43(6): 62—65.