

包装机械

3-PUPU 并联机构的运动学与工作空间分析

李俊帅, 马春生, 李瑞琴, 张斌

(中北大学, 太原 030051)

摘要: **目的** 针对一种六自由度 3-PUPU 并联机构, 对其运动性能和工作空间进行研究。**方法** 利用修正的(G-K)公式对该并联机构动平台的自由度进行计算, 并建立机构的逆运动学和正运动学特征方程式, 然后利用 Matlab/Simulink 中的 SimMechanics 功能模块建立 3-PUPU 并联机构及结构框图, 利用杆长的运动范围限制条件编程求得 3-PUPU 并联机构的工作空间。**结果** 该并联机构的工作空间范围较大, 形状规则, 结构紧凑, 无空洞。**结论** 3-PUPU 机构具有良好的工作空间性能。

关键词: 并联机构; 自由度; 运动学; 工作空间

中图分类号: TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2017)11-0123-06

Kinematics and Workspace of 3-PUPU Parallel Mechanism

LI Jun-shuai, MA Chun-sheng, LI Rui-qin, ZHANG Bin

(North University of China, Taiyuan 030051, China)

ABSTRACT: The paper aims to research motion performance and workspace of a six DOF 3-PUPU parallel mechanism. The freedom degree of the moving platform of the parallel mechanism was calculated by using the modified (G-K) formula. And the kinematics and inverse kinematics equation of mechanism was established. Then the 3-PUPU parallel mechanism and structure block diagram were established by using the SimMechanics function module of Matlab/Simulink; and the workspace of the 3-PUPU parallel mechanism was obtained by programming according to restriction condition of rod length. The workspace of the parallel mechanism had large range, regular shape, compact structure and is free from holes. 3-PUPU parallel mechanism has good performance of workspace.

KEY WORDS: parallel mechanism; degree of freedom; kinematics; workspace

并联机构具有刚度高、承载力强、精度高和惯性小等优点^[1], 在自动化包装领域具有很好的应用价值。并联机构已经运用到填充、裹包和封口等实际工作当中, 不仅可以大幅度提高生产效率, 而且有效避免了一些人为的干扰因素, 提高了工作精度^[2-5]。并联机构又可分为六自由度并联机构和少自由度机构, 其中六自由度并联机构相对于少自由度机构具有更大的工作空间, 在自动化包装等领域具有广阔的应用前景^[6-7]。

目前, 针对六自由度 3-PUPU 并联机构的研究还

相对较少, 文中将对此机构的运动性能和工作空间进行重点研究。这些研究结果将为 3-PUPU 并联机构的进一步优化设计和动力学等研究奠定理论基础。

1 机构描述与坐标系建立

3-PUPU 并联机构由定平台、动平台与 3 个完全对称的 PUPU 分支组成 (U 为万向铰, P 为移动副)。每个分支中含有 2 个移动副和 2 个万向铰, 其中竖直分布的为一级连杆, 二级连杆方向倾斜, 杆长为 l_i 。

收稿日期: 2016-11-04

基金项目: 国家自然科学基金 (51275486)

作者简介: 李俊帅 (1991—), 男, 中北大学硕士生, 主攻机构理论与机器人技术。

通讯作者: 马春生 (1974—), 男, 博士, 中北大学副教授, 主要研究方向为机构理论与机器人技术。

在移动副上添加驱动,可实现杆长的变化,从而改变动平台的位姿。在定平台和动平台上分别建立图1所示的坐标系,固定坐标系 $O-xyz$ 原点选在定平台的质心, z 轴垂直向上;动坐标系 $O'-xyz$ 原点选在动平台的质心, z 轴为垂直向上。

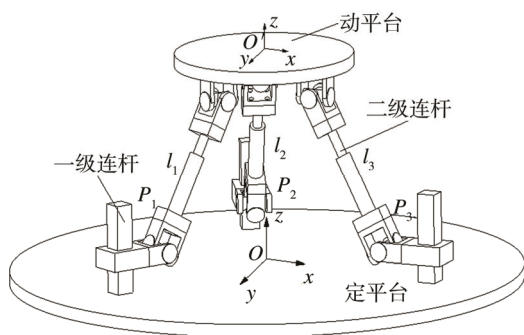


图1 3-PUPU 并联机构简图

Fig. 1 The simplified diagram of 3-PUPU parallel mechanism

3-PUPU 并联机构的万向铰在动平台的连接处形成一个正三角形,设外接圆的半径值为 r ,几何形状见图2。竖直分布的一级连杆在定平台上也呈正三角形分布,初始位置时,一级连杆上的滑块距离定平台的高度均相等,因而滑块初始位形时也呈正三角形分布,设其内切圆半径为 R ,由万向铰连接一级连杆和二级连杆,万向铰在一级连杆上做线性往复运动。

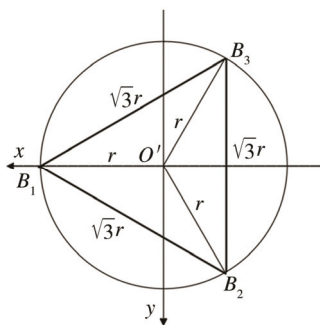


图2 3-PUPU 并联机构动平台

Fig. 2 The moving platform of 3-PUPU parallel mechanism

2 自由度分析

利用修正的(G-K)公式对 3-PUPU 并联机构进行自由度的计算^[8],即:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \xi = 4 \quad (1)$$

式中: d 为机构的阶数, $d=6$; n 为包括机架的杆件数目, $n=11$; g 为运动副的数目, $g=12$; $\sum_{i=1}^g f_i = 18$, f_i 为第 i 个运动副的自由度数; v 为并联冗余约束数,

$v=0$; ξ 为局部自由度, $\xi=0$ 。由式(1)可得, 3-PUPU 并联机构的自由度为 6, 即动平台可沿 x, y, z 轴移动和绕 x, y, z 轴转动。

3 运动学分析

运动学分析的目的就是探究各相关因素之间的关系,然后把这种关系公式化。在空间直角坐标系 $\{A\}$ 中,空间任意一点的位置都可以用 3×1 的位置矢量来表示^[9-10],即:

$${}^A P = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中: P_x, P_y, P_z 分别为该点在 x, y, z 3 个坐标轴方向的位置分量。 ${}^A P$ 中的 A 表示相对于坐标系 $\{A\}$ 。在 $\{A\}$ 中,要确定某一刚体 B 的方位,可在刚体上设一个直角坐标系 $\{B\}$,旋转矩阵为:

$${}^A R = \begin{bmatrix} {}^A x_B & {}^A y_B & {}^A z_B \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: ${}^A R$ 中的 A 为参考坐标系 $\{A\}$; B 为刚体坐标系 $\{B\}$; $\begin{bmatrix} {}^A x_B & {}^A y_B & {}^A z_B \end{bmatrix}$ 为 3 个单位主矢量,分别表示 $\{B\}$ 坐标系在 $\{A\}$ 坐标系下的方位。然后将 3 个单位主矢量分别由一个三维列向量来表示,则 ${}^A R$ 表示为:

$${}^A R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

又因为式(4)中的 $\begin{bmatrix} {}^A x_B & {}^A y_B & {}^A z_B \end{bmatrix}$ 都是单位主矢量,是两两垂直关系,则有:

$$\begin{aligned} {}^A x_B \cdot {}^A x_B &= {}^A y_B \cdot {}^A y_B = {}^A z_B \cdot {}^A z_B = 1 \\ {}^A x_B \cdot {}^A y_B &= {}^A y_B \cdot {}^A z_B = {}^A x_B \cdot {}^A z_B = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

运动坐标系 $\{B\}$ 分别绕参考坐标系 $\{A\}$ 的 x 轴、 y 轴、 z 轴旋转角度 θ 后,则有:

$$R(x, \theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$R(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$R(z, \theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

当运动坐标系 $\{B\}$ 沿固定坐标系 $\{A\}$ 的 x, y, z 轴方向分别平移 X_C, Y_C, Z_C 后,会产生一个新的坐标系 $\{C\}$ 。然后在坐标系 $\{C\}$ 下绕 x 轴旋转 γ 角,绕 y 轴转动 β ,绕 z 轴转动 α ,则两坐标系 $\{A\}$ 和 $\{B\}$ 之间的坐标变换矩阵为^[11-12]:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma & X_C \\ \sin \alpha \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma & Y_C \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \gamma & \cos \beta \cos \gamma & Z_C \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

对其进行简化, 可表示为:

$$T = \begin{bmatrix} n_1 & o_1 & a_1 & X_C \\ n_2 & o_2 & a_2 & Y_C \\ n_3 & o_3 & a_3 & Z_C \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

则运动坐标系 $\{B\}$ 中某点 P 经上述平移和旋转之后在 A 中的齐次坐标为:

$$P = TP' \quad (11)$$

连杆 P_1B_1 , P_2B_2 和 P_3B_3 的 P_i 点被万向铰限制在一级连杆的范围内运动, 由图 1—2 和一级连杆上滑块的分布关系可得:

$$Y = S_1$$

$$Y = -\sqrt{3}X - 2S_2 \quad (12)$$

$$Y = \sqrt{3}X - 2S_3$$

式中: S_i 为第 i 个一级连杆上滑块所移动的距离, $i=1, 2, 3$ 。由图 2 和一级连杆上滑块分布关系与限制条件方程, 可求得:

$$S_1 = n_2 r + Y_C$$

$$S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} n_1 r + \frac{1}{4} n_2 r - \frac{3}{4} o_1 r - \frac{\sqrt{3}}{4} o_2 r - \frac{\sqrt{3}}{2} X_C - \frac{1}{2} Y_C$$

$$S_3 = \frac{\sqrt{3}}{4} n_1 r + \frac{1}{4} n_2 r - \frac{3}{4} o_1 r + \frac{\sqrt{3}}{4} o_2 r + \frac{\sqrt{3}}{2} X_C - \frac{1}{2} Y_C \quad (13)$$

3.1 运行学位置反解

根据图 3 的向量关系, 可将二级连杆的杆长 l_i 表示为:

$$\overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'B_i} = \overrightarrow{OP_i} + \overrightarrow{P_iB_i} \quad (14)$$

根据式(14), 可求得逆运动学的解:

$$l_1^2 = X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2 + r^2 + R^2 + S_1^2 - 2RX_C - 2S_1Y_C + 2rn_1(X_C - R) + 2rn_2(Y_C - S_1) + 2rn_3Z_C$$

$$l_2^2 = X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2 + r^2 + R^2 + S_2^2 + RX_C - \sqrt{3}RY_C + \sqrt{3}S_2X_C + S_2Y_C + (X_C + \frac{1}{2}R + \frac{\sqrt{3}}{2}S_2)(\sqrt{3}o_1 - n_1)r + (Y_C - \frac{\sqrt{3}}{2}R + \frac{1}{2}S_2)(\sqrt{3}o_2 - n_2)r + (\sqrt{3}o_3 - n_3)rZ_C \quad (15)$$

$$l_3^2 = X_C^2 + Y_C^2 + Z_C^2 + r^2 + R^2 + S_3^2 + RX_C + \sqrt{3}RY_C - \sqrt{3}S_3X_C + S_3Y_C - (X_C + \frac{1}{2}R - \frac{\sqrt{3}}{2}S_3)(\sqrt{3}o_1 - n_1)r - (Y_C + \frac{\sqrt{3}}{2}R + \frac{1}{2}S_3)(\sqrt{3}o_2 + n_2)r - (\sqrt{3}o_3 + n_3)rZ_C$$

如果已知动平台位置 (X_C, Y_C, Z_C) 和姿态角 (α, β, γ) , 则可根据式(13), (15)求得一级连杆长 l_i 和二级连杆的位移 $S_i (i=1, 2, 3)$ 。通过上述计算可得知:

3-PUPU 并联机构的位置反解求解相对简单, 结果具有唯一性。

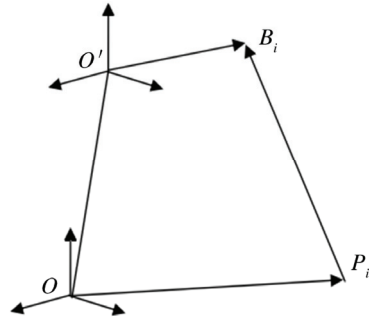


图 3 向量关系

Fig.3 The vector relation

3.2 运动学位置正解

位置正解是指给出各个滑杆的参数, 计算动平台的位置坐标 (X_C, Y_C, Z_C) 和姿态 (α, β, γ) 。设动平台与二级连杆 P_iB_i (其中 $i=1, 2, 3$) 之间的夹角为 θ_i 。

由于相邻 2 个万向铰之间的距离相等, 为 $\sqrt{3}r$, 可得:

$$\overrightarrow{OP_i} + \overrightarrow{P_iB_j} = \overrightarrow{OP_j} + \overrightarrow{P_jB_i} \quad (16)$$

式中: $i=1, 2, 3; j=2, 3, 1$ 。

$$\|B_iB_j\|^2 = (\sqrt{3}r)^2 = \|\overrightarrow{OP_j} + \overrightarrow{P_jB_i} - \overrightarrow{OP_i} - \overrightarrow{P_iB_i}\|^2 \quad (17)$$

由式(17)可得 3 个非线性方程, 用数值法对其求解:

$$\overline{B_1} = [X_{B_1}, Y_{B_1}, Z_{B_1}]^T = [R - L_1 \cos \theta_1, S_1, L_1 \sin \theta_1]^T$$

$$\overline{B_2} = [X_{B_2}, Y_{B_2}, Z_{B_2}]^T = [-\frac{R}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}S_2 + \frac{1}{2}L_2 \cos \theta_2, \frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{1}{2}S_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}L_2 \cos \theta_2, L_2 \sin \theta_2]^T \quad (18)$$

$$\overline{B_3} = [X_{B_3}, Y_{B_3}, Z_{B_3}]^T = [-\frac{R}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}S_3 + \frac{1}{2}L_3 \cos \theta_3, \frac{\sqrt{3}}{2}R - \frac{1}{2}S_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}L_3 \cos \theta_3, L_3 \sin \theta_3]^T$$

将给定数值的 l_i 和 S_i 代入, 求解对应的角度值 θ_i , 然后结合 θ_i 的取值、图 2 以及运动中一级连杆滑块之间对应的关系可求得:

$$f_1(\theta_1, \theta_2) = L_1^2 + L_2^2 + L_1L_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 - 2L_1L_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 - L_1 \cos \theta_1 (3R + \sqrt{3}S_2) + L_2 \cos \theta_2 (-3R + \sqrt{3}S_1) + 3R^2 - 3r^2 + S_1^2 + S_2^2 + S_1S_2 + R(-\sqrt{3}S_1 + \sqrt{3}S_2) = 0 \quad (19)$$

$$f_2(\theta_2, \theta_3) = L_2^2 + L_3^2 + L_2 L_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 - 2L_2 L_3 \sin \theta_2 \sin \theta_3 - L_2 \cos \theta_2 (3R + \sqrt{3}S_3) + L_3 \cos \theta_3 (-3R + \sqrt{3}S_2) + 3R^2 - 3r^2 + S_2^2 + S_3^2 + S_2 S_3 + R(-\sqrt{3}S_2 + \sqrt{3}S_3) = 0$$

$$f_1(\theta_1, \theta_3) = L_1^2 + L_3^2 + L_1 L_3 \cos \theta_1 \cos \theta_3 - 2L_1 L_3 \sin \theta_1 \sin \theta_3 - L_1 \cos \theta_1 (3R + \sqrt{3}S_3) + L_3 \cos \theta_3 (-3R + \sqrt{3}S_1) + 3R^2 - 3r^2 + S_1^2 + S_3^2 + S_1 S_3 + R(-\sqrt{3}S_1 + \sqrt{3}S_3) = 0$$

万向铰与动平台连接点所处的位置恰好是均布的, 因此 (X_C, Y_C, Z_C) 可写成:

$$\begin{aligned} X_C &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 X_{B_i} \\ Y_C &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 Y_{B_i} \\ Z_C &= \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 Z_{B_i} \end{aligned} \quad (22)$$

在给出一组杆长数据时, 往往会存在多个 θ_i 的解, 即固定一组杆长时, 3-PUPU 并联机构的构型并不能被唯一确定, 可能会有多种情况出现。

4 3-PUPU 并联机构的工作空间计算

已知 3-PUPU 并联机构参数: 上平台三支点中心外接圆半径为 90 mm, 下平台三支点中心外接圆半径为 150 mm, 二级驱动初始杆长为 90 mm。文中求解 3-PUPU 并联机构的工作空间, 即在满足杆长变化范围的条件下, 求解动平台中心点 P 可达空间点的集合^[13-15]。

4.1 构建 SimMechanics 模型

在 Matlab/Simulink 工具箱建立 3-PUPU 并联机构模拟框图的步骤为: 确定各个刚体的惯性量、自由度和约束; 建立相应的检测和驱动模块组; 以系统的运动形式和驱动力进行模拟; SimMechanics 窗口显示模拟的结果。根据 3-PUPU 并联机构的参数, 结合所求得的位置正反解, 建立 3-PUPU 并联机构的模拟框图和机构简图。为简化步骤, 动平台和静平台设置为正三角形, 结果见图 4—5。由图 4 可知, Body 为静平台, Body10 为动平台, 静平台通过固定 Weld 模块连接到 Ground 模块上。然后在 Machine Environment 模块中设置重力加速度得向量和方向等; 机构

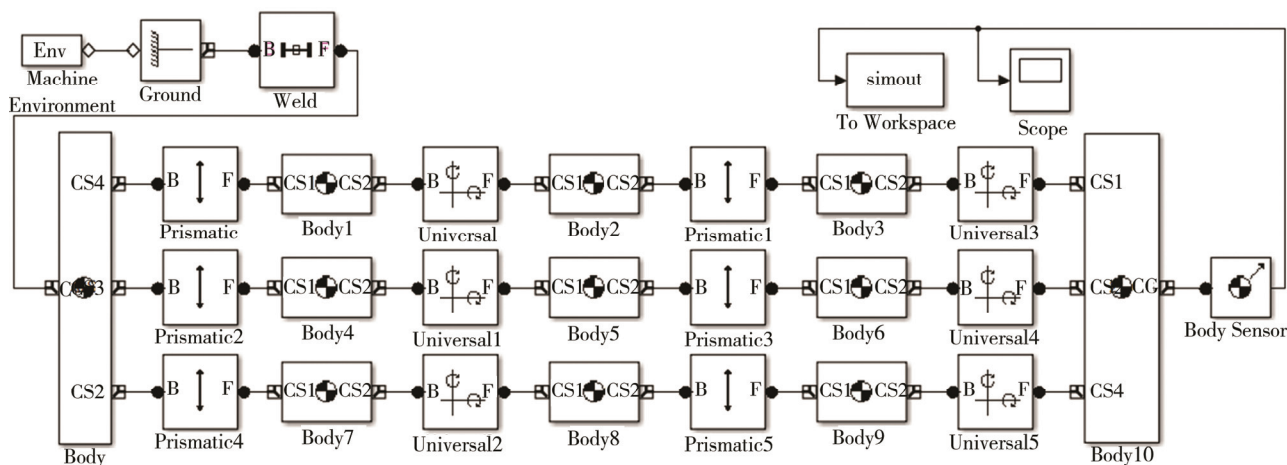


图 4 3-PUPU 并联机构 SimMechanics 仿真模型

Fig.4 The SimMechanics model of 3-PUPU parallel mechanism

的旋转矩阵、刚体位置、速度、加速度等由 Body Sensor 模块进行测量。由传感器收集 x, y, z 轴方向的位置数据, 再经由 To Workspace 模块传递到 Matlab 的工作空间中, 结果就可被用户查看。图 5 中的并联机构简图与图 1 具有一致性, 从而证明了 Matlab/Simulink 建模的正确性。

4.2 求解 3-PUPU 并联机构的工作空间

设定一级驱动杆运动范围为 30 mm, 二级驱动杆运动范围也为 30 mm。利用 Matlab 可求得 3-PUPU 并联机构的工作空间, 结果见图 6。

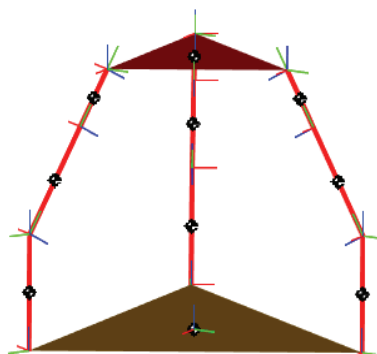


图 5 3-PUPU 并联机构简图

Fig.5 The simplified diagram of 3-PUPU parallel mechanism

通过观察图 6 可知, 该机构的工作空间范围较大, 形状规则, 且整个区域结构紧凑, 无空洞。说明

该机构具有良好的工作空间性能, 这对于 3-PUPU 并联机构的实际应用具有重要意义。

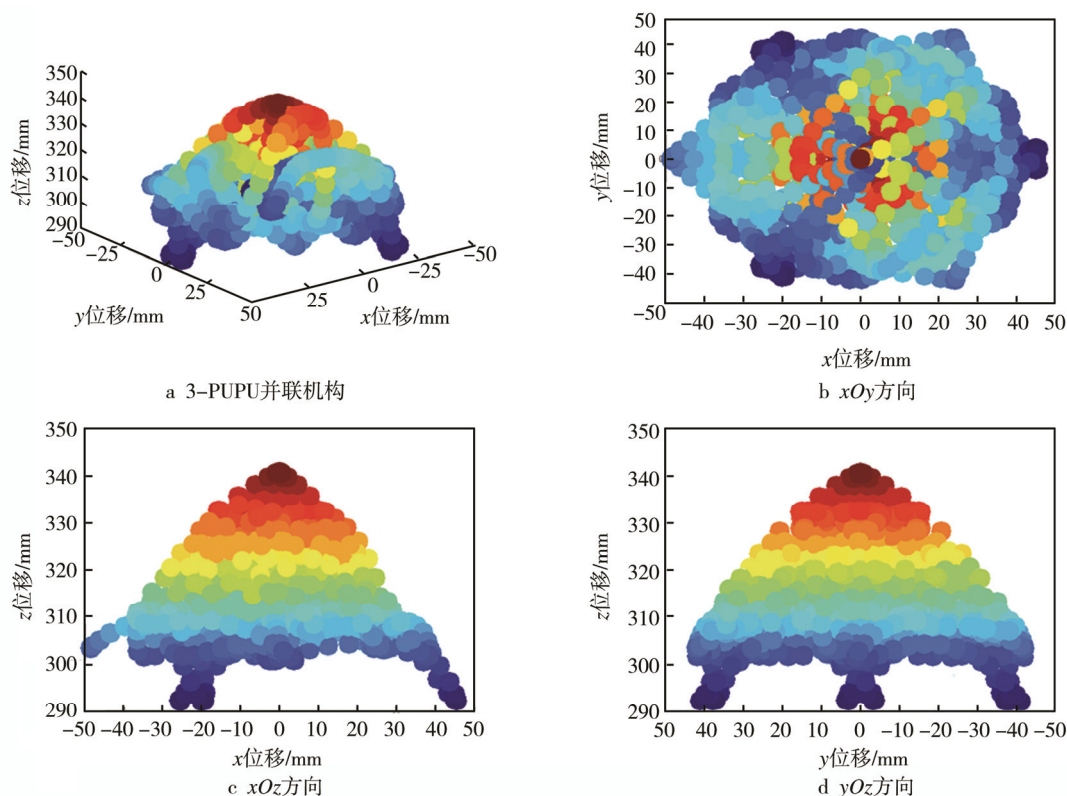


图 6 3-PUPU 并联机构工作空间
Fig.6 The workspace of 3-PUPU parallel mechanism

5 结语

针对一种 3-PUPU 并联机构, 利用修正的(G-K)公式计算出其动平台的自由度为 6。对 3-PUPU 并联机构进行了运动学反解和正解分析, 并且以运动学反解为基础进行正解的求解。利用 Matlab/Simulink 建立 3-PUPU 并联机构模型, 从而验证 Matlab/Simulink 建模的正确性。结合位置正反解与机构参数, 经 Matlab 编程求得 3-PUPU 并联机构的工作空间, 该机构的工作空间范围较大, 形状规则, 结构紧凑, 无空洞。说明 3-PUPU 机构具有良好的工作空间性能。这些研究成果为 3-PUPU 并联机构的进一步研究和实际应用奠定了理论基础。

参考文献:

- [1] 路懿, 胡波. 少自由度并联机构研究进展[J]. 燕山大学学报, 2011, 35(5): 377—384.
LU Yi, HU Bo. Research Progress of Less Degree of Freedom Parallel Mechanism[J]. Journal of Yanshan University, 2011, 35(5): 377—384.
- [2] 池腾腾, 王南, 周莎莎, 等. 一种并联机构运动副摆放位置不同的静力学分析[J]. 包装工程, 2016, 37

(17): 157—161.

CHI Teng-teng, WANG Nan, ZHOU Sa-sa, et al. A Static Analysis of the Static Analysis of the Position of A pair of Parallel Mechanism Motion Pairs[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(17): 157—161.

- [3] NIE Song-hui, LI Bin. Kinematic Configuration Analysis of Planar Mechanisms Based on Basic Kinematic Chains[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(10): 1327—1334.
- [4] IBRAHIM O, KHALIL W. Inverse and Direct Dynamic Models of Hybrid Robots[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010(45): 627—640.
- [5] THANH T D, KOTLARSKI J. Dynamics Identification of Kinematically Redundant Parallel Robots Using the Direct Search Method[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 55(52): 277—295.
- [6] 白龙, 孙牧原, 崔国华, 等. 三平动并联机构动力学建模与工作空间分析[J]. 包装工程, 2015, 36(23): 88—93.
BAI Long, SUN Mu-yuan, CUI Guo-hua, et al. Dynamics Modeling and Workspace Analysis of Three Translational Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(23): 88—93.
- [7] 牛晓辉, 孙江宏, 潘尚峰, 等. 3-PUPU 并联机器人运动学分析[J]. 机械传动, 2016(6): 12—17.
NIU Xiao-hui, SUN Jiang-hong, PAN Shang-feng, et

- al. Kinematic Analysis of 3-PUPU Parallel Robot[J]. Mechanical Drive, 2016(6): 12—17.
- [8] 柴馨雪, 李秦川. 3-PRRU 并联机构自由度分析[J]. 浙江理工大学学报(自然科学版), 2016(2): 192—197.
CHAI Xin-xue, LI Qin-chuan. Analysis of the Degree of Freedom of Parallel Mechanism of 3-PRRU[J]. Journal of Zhejiang SciTech University (Natural Science Edition), 2016(2): 192—197.
- [9] 熊有伦. 机器人技术基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2010.
XIONG You-lun. Robot Technology Based[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2010.
- [10] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Advanced Spatial Kinematics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [11] 于靖军, 刘辛军. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.
YU Jing-jun, LIU Xin-jun. The Mathematical Foundation of Robot Mechanism[M]. Machinery Industry Press, 2008.
- [12] 郑坤明, 张秋菊. Delta 机器人弹性动力学建模与模态分析[J]. 包装工程, 2015, 36(21): 62—69.
ZHENG Kun-ming, ZHANG Qiu-ju. Elastic Dynamics Modeling and Modal Analysis of Delta Robot[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(21): 62—69.
- [13] 刘小娟, 李虹, 李瑞琴, 等. 3-RRP 平面并联机构的工作空间和灵巧度分析[J]. 东华大学学报(自然科学版), 2016, 42(4): 523—526.
LIU Xiao-juan, LI Hong, LI Rui-qin, et al. Analysis of Workspace and Dexterity of 3-RRP Planar Parallel Mechanism[J]. Journal of Donghua University (Natural Science Edition), 2016, 42(4): 523—526.
- [14] KWON S H, CHOI H J, LEE J W, et al. Magnetorheology of Xanthan-gum-coated Soft Magnetic Carboxylated Iron Microspheres and Their Polishing Characteristics[J]. Journal of the Korean Physical Society, 2013, 62(12): 2118—2122.
- [15] KONG X, JIN Y. Type Synthesis of 3-DOF Multimode Translational/spherical Parallel Mechanisms with Lockable Joints[J]. Mechanism & Machine Theory, 2015, 96(25): 323—333.