

基于滑模变结构的柔性机械臂振动控制

付强, 张纪平, 马维金, 王俊元

(中北大学, 太原 030051)

摘要: **目的** 为了消除柔性机械臂的弹性振动, 保证机械臂稳定运行。**方法** 以水平运动的单杆柔性机械臂为研究对象, 建立动力学模型, 并以此为依据运用奇异摄动法将动力学方程分解为慢变和快变 2 个子系统, 对 2 个子系统分别采用反演滑模变结构和模糊控制的手段进行控制, 最后利用 ADAMS 和 Matlab 软件进行联合仿真, 将控制结果与传统 PID 控制进行对比分析。**结果** 稳定时间、振动量、角速度、控制力矩都得到提高, 此种控制方式与传统的 PID 控制相比, 平稳时间缩短了 75%。**结论** 该控制方法能够很好地对柔性机械臂进行振动控制, 且控制效果明显强于传统的 PID 控制。

关键词: 柔性机械臂; 反演滑模控制; 模糊控制

中图分类号: TB486; TP241 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2017)13-0170-05

Vibration Control of Flexible Manipulator Based on Sliding Mode Variable Structure

FU Qiang, ZHANG Ji-ping, MA Wei-jin, WANG Jun-yuan

(North University of China, Taiyuan 030051, China)

ABSTRACT: The work aims to eliminate the elastic vibration of the flexible manipulator and ensure the stable operation of the manipulator. With the horizontally moving single-link flexible manipulator as the study object, a dynamic model was established, based on which the dynamic equation was decomposed into slow and fast sub-systems in the singular perturbation method. These two sub-systems were controlled respectively by means of back-stepping sliding mode variable structure and fuzzy control. Finally, ADAMS and MATLAB software were used for joint simulation to comparatively analyze the control results and the traditional PID control. The stability time, vibration quantity, angular velocity and control moment were all improved. Compared to traditional PID control, the stability time of such control mode was shortened by 75%. The results show that this control method is good for vibration control of flexible manipulator, and the control effect is significantly better than the traditional PID control.

KEY WORDS: flexible manipulator; back-stepping sliding mode control; fuzzy control

在现代工业生产及包装领域中, 机械臂作为主要的运动单元, 可以完成对产品的喷涂、搬运、包装等工作。尤其在包装领域中, 机械臂以其简单的结构形式、便捷的控制方式而被广泛使用。在食品包装行业, 机械臂能够快速处理包装, 并且更加卫生, 保证了食品不会因为人为的因素受到污染。传统刚性机械臂笨重、功能简单等缺点日益凸显, 而柔性机械臂因其轻

质量、高精度、低消耗的特点得到了大量的应用^[1-2]。柔性机械臂本身是一个强耦合的非线性系统, 在定位和运动过程中难免产生弹性振动, 因此对柔性机械臂的振动进行抑制具有非常大的工程价值^[3-4]。

1 柔性机械臂的动力学建模

随着工业技术的发展, 国内外对柔性机械臂的研

收稿日期: 2017-01-13

基金项目: 山西省自然科学基金(2015011063)

作者简介: 付强(1991—), 男, 中北大学硕士生, 主攻智能制造。

通讯作者: 张纪平(1972—), 男, 博士, 中北大学讲师、硕导, 主要研究方向为控制工程。

究方向主要集中在动力学建模优化和控制器的设计方面^[5]。动力学建模的方法已基本趋于成熟, 而已存在的控制器在控制效果上往往达不到理想的效果^[6-7]。文中通过建立柔性机械臂动力学模型, 并在此基础上运用奇异摄动理论对其动力学方程进行分解, 运用反演滑模变结构控制和模糊控制器对系统进行组合控制, 最后通过 ADMAS 和 Matalab 进行联合仿真, 以验证控制的效果。

由于柔性机械臂动力学模型的准确性直接关系到振动控制器控制效果的好坏, 因此, 在进行柔性机械臂控制器的设计之前需要建立准确的柔性机械臂动力学模型^[8-9]。柔性机械臂的二维简化模型见图 1。其中机械臂长 L 为 1.2 m, 宽为 4 mm, 高为 60 mm, 密度 ρ 为 7800 kg/m³, 弹性模量 E 为 200 GN/m, 末端集中质量块 m 的质量为 1 kg, 转动惯量 I 为 1 kg·m², $\theta(t)$ 为柔性机械臂转角, $w(x, t)$ 为系统的弹性变形, u 为控制力矩, A 为横截面积, J_h 为电机转动惯量之和。

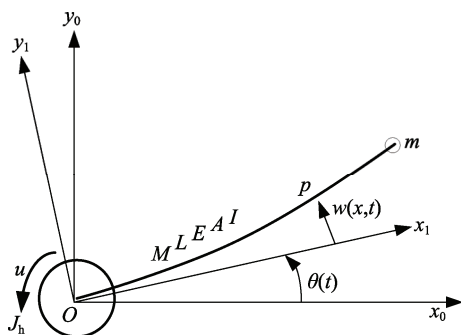


图 1 柔性机械臂简化模型

Fig.1 Simplified model of flexible manipulator

可以由假设模态法对柔性机械臂在运动过程中产生的弹性变形进行建模:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(x) q_i(t) \quad (1)$$

式中: $W_i(x)$ 为第 i 阶系统的模态振型; $q_i(t)$ 为第 i 阶系统的模态坐标。根据动能定理, 求得柔性机械臂的总动能:

$$\begin{aligned} T = T_1 + T_2 + T_3 = & \frac{1}{2} \left(J_h + \rho A \int_0^L x^2 dx + mL^2 \right) \dot{\theta}^2 + \\ & \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\rho A \int_0^L W_i^2(x) dx + m W_i^2(L) \right) \dot{q}_i^2 + \\ & \left[\frac{dq_i(t)}{dt} \right]^2 + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \sum_{i=1}^N M_i [q_i(t)]^2 + \\ & \dot{\theta} \sum_{i=1}^N \left[\rho A \int_0^L x W_i(x) dx + m L W_i(L) \right] \frac{dq_i(t)}{dt} \end{aligned} \quad (2)$$

式中: T_1 为电机转轴所产生的动能; T_2 为机械臂

本身产生的动能; T_3 为末端质量块本身的动能。

在忽略重力因素的影响下可得到系统的势能为弹性变形引起的弹性势能, 即:

$$U = \frac{1}{2} EI \int_0^L \left(\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (3)$$

由拉格朗日第二定理可得拉格朗日函数:

$$L_{拉} = T - U \quad (4)$$

应用拉格朗日方程对转角和模态坐标分别求偏导后化简可得系统的动力学方程为:

$$\mathbf{M} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{\theta}(\theta, \dot{\theta}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{1 \times 1} \\ \mathbf{g}_{\mathbf{q}}(\theta, \dot{\theta}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})_{2 \times 1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{K} \mathbf{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (5)$$

式中: $\mathbf{M}$ 为质量矩阵; $\mathbf{g}$ 为哥氏应力; $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵; u 为输出力矩。

在进行动力学建模和控制过程中, 系统的弹性变形主要集中在前 2 阶模态, 后阶模态对系统的影响不超过 1%, 因此, 上述动力学方程只取前 2 阶模态。

2 控制器的设计

2.1 系统的奇异分解

奇异分解的思想就是按不同时间尺度将系统分解为表示慢变和快变的 2 个子系统^[10]。将系统的动力学式(5)两边同时左乘一个质量矩阵 $\mathbf{M}$ 的逆矩阵, 化简分解可得:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = -H_{11}(\theta, q) g_{\theta}(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) - H_{12}(\theta, q) g_q(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) - \\ \quad H_{12}(\theta, q) K q + H_{11}(\theta, q) u \\ \ddot{\mathbf{q}} = -H_{21}(\theta, q) g_{\theta}(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) - H_{22}(\theta, q) g_q(\theta, \dot{\theta}, q, \dot{q}) - \\ \quad H_{22}(\theta, q) K q + H_{21}(\theta, q) u \end{cases} \quad (6)$$

令 $k = \min_{\substack{i=1,2 \\ j=1 \cdots n_i}} \{k_{ij}\}$, 引入小参数 $\mu = \frac{1}{k}$, $\tilde{K} = \mu K$,

$z = \frac{1}{\mu} q$, 那么可得出系统的奇异摄动模型为:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = -H_{11}(\theta, \mu z) g_{\theta}(\theta, \dot{\theta}, \mu z, \mu \dot{z}) - \\ \quad H_{12}(\theta, \mu z) g_q(\theta, \dot{\theta}, \mu z, \mu \dot{z}) - \\ \quad H_{12}(\theta, \mu z) \tilde{K} z + H_{11}(\theta, \mu z) u \\ \mu \ddot{z} = -H_{21}(\theta, \mu z) g_{\theta}(\theta, \dot{\theta}, \mu z, \mu \dot{z}) - \\ \quad H_{22}(\theta, \mu z) g_q(\theta, \dot{\theta}, \mu z, \mu \dot{z}) - \\ \quad H_{22}(\theta, \mu z) \tilde{K} z + H_{21}(\theta, \mu z) u \end{cases} \quad (7)$$

当 $u=0$, 可以得到柔性机械臂系统慢变子系统的动力学方程为:

$$M_{11s}(\theta, 0) \ddot{\theta} + g_{\theta s}(\theta, \dot{\theta}, 0, 0) \dot{\theta} = u_s \quad (8)$$

在边界层上引入一个伸长时标 $t_f = \frac{t}{\sqrt{\mu}}$, 可推出柔性机械臂系统由弹性振动引起的快变子系统的

动力学方程为:

$$\frac{d^2 z_f}{dt_f^2} = -H_{22f} \tilde{K} z_f + (H_{21f} + H s_{22f} F_q) u_f \quad (9)$$

式中: $u_s = u - u_f$, u_s 为在慢时标条件下的控制力矩; u_f 为在快时标条件下的控制力矩。

2.2 系统的组合控制

对已经分解完成的2个子系统(慢变和快变)的特性,分别设计了反演滑模变结构控制器和模糊控制器^[11-12],并对其进行控制,最终实现对整个系统的控制^[13],其控制原理见图2。

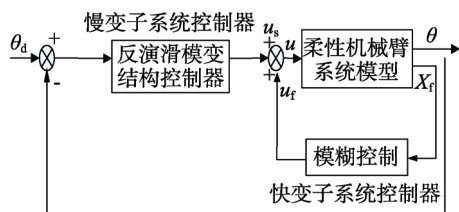


图2 组合控制原理

Fig. 2 Schematic diagram of composite control

2.2.1 慢变子系统控制器建模

对于慢变子系统,文中采用反演滑模变结构控制器进行控制。该控制方法的优点是响应速度快,并具有较强的适应性,能很好地消除系统的抖振现象。其控制器设计如下:定义 $x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, 期望角度为 x_d , 定义误差为 $e_1 = x_1 - x_d$, $\dot{e}_1 = x_2 - \dot{x}_d$, 以及虚拟控制量 $e_2 = x_2 - \dot{x}_d + c_1 e_1$, 从而可得 $\dot{e}_1 = e_2 - c_1 e_1$, 其中 $c_1 > 0$ 。

1) 定义李雅普诺夫函数和系统的切换函数。

$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2$, $\sigma = k_1 e_1 + e_2$, $k_1 > 0$, 将其带入式(8), 化简可得:

$$\sigma = k_1 e_1 + e_2 = (k_1 + c_1) e_1 + \dot{e}_1 \quad (10)$$

由于 $k_1 + c_1 > 0$, 若使得 $\sigma = 0$, 则 $e_1 = 0$, $e_2 = 0$ 且 $\dot{V}_1 \leq 0$ 。

2) 定义第2个李雅普洛夫函数。 $V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \sigma^2$, 对其进行求导可得:

$$\dot{V}_2 = e_1 e_2 - c_1 e_1^2 + \sigma [k_1 (e_2 - c_1 e_1) + M_{11}^{-1} u - M_{11}^{-1} g_\theta (e_2 + \dot{x}_d - c_1 e_1) - \ddot{x}_d + c_1 \dot{e}_1] \quad (11)$$

为得到最终条件 $\dot{V}_2 \leq 0$, 对反演滑模控制器设计为:

$$u = M_{11} \{-k_1 (e_2 - c_1 e_1) + M_{11}^{-1} g_\theta (e_2 + \dot{x}_d - c_1 e_1) + \ddot{x}_d - c_1 \dot{e}_1 - h[\sigma + \beta \text{sgn}(\sigma)]\} \quad (12)$$

式中: h 和 β 均为大于0的常数, $\text{sgn}(\sigma)$ 为关于 σ 的符号函数。

由式(11)和(12)联合可得, $\dot{V}_2 = e_1 e_2 - c_1 e_1^2 - h \sigma^2 -$

$$h \beta |\sigma|, \text{ 取矩阵 } Q = \begin{bmatrix} c_1 + h k_1^2 & h k_1 - \frac{1}{2} \\ h k_1 - \frac{1}{2} & h \end{bmatrix}, \text{ 则}$$

$e^T Q e = c_1 e_1^2 - e_1 e_2 + h \sigma^2$, 其中 $e^T = [e_1 \ e_2]$ 。若保证 Q 为正定矩阵, 则有 $\dot{V}_2 = -e^T Q e - h \beta |\sigma| \leq 0$, 因为正定矩

阵满足 $|Q| = h(c_1 + h k_1^2) - (h k_1 - \frac{1}{2})^2 = h(c_1 + k_1) - \frac{1}{4}$, 所以通过取 h, c_1, k_1 的值的改变即可保证矩阵 Q 为正定矩阵, 从而无论在何种情况下都能保证 $\dot{V}_2 \leq 0$ 。

2.2.2 快变子系统控制器的设计

由于快变子系统表示系统的弹性振动,其变化不确定,因此对快变子系统采用模糊控制器进行控制。模糊控制器的输入语言变量为期望值和机械臂末端本身振动值两者之差 e 及误差变化率 e_c , 输出变量为控制力矩 u 。采用八段法可得模糊规则见表1。

表1 模糊规则

Tab.1 Fuzzy rules

U	EC							
	NB	NM	NS	NZ	PZ	PS	PM	PB
E	NB	PB	PB	PM	PM	PS	PS	PZ
	NM	PB	PB	PM	PM	PS	PS	PZ
	NS	PB	PB	PM	PS	PS	PZ	PZ
	NZ	PB	PM	PM	PZ	PS	PZ	NM
	PZ	PM	PM	NZ	NS	NZ	NM	NB
	PS	NZ	NZ	NZ	NS	NS	NM	NB
	PM	NZ	NZ	NS	NS	NM	NM	NB
	PB	NZ	NZ	NS	NS	NM	NM	NB

采用 Matlab 软件运用加权平均法进行解模糊化,最终可在软件中得到系统的模糊控制器。

3 联合仿真分析

在 ADAMS 软件中建立起柔性机械臂的物理模型,在 Matlab/Simulink 软件中设计好系统的控制器^[14],然后通过软件接口将二者联合起来进行仿真^[15],其中 ADAMS 中的输出为 Matlab 中的输入,ADAMS 中的输入则为 Matlab 的输出,在 ADAMS 软件中的输入为力矩,输出为转角和机械臂末端的振动量。

对系统分别采用传统 PID 控制器和上述设计的模糊反演滑模变结构控制器进行控制,其中 PID 控制器的参数为 $K_p=100$, $T_i=2$, $T_d=10$, 而模糊反演滑模变结构控制器的参数为 $h=0.5$, $k_1=0.3$, $c_1=1.2$ 。联合仿真结果见图3—5。传统 PID 控制和模糊反演滑模变结构控制结果对比见表2。

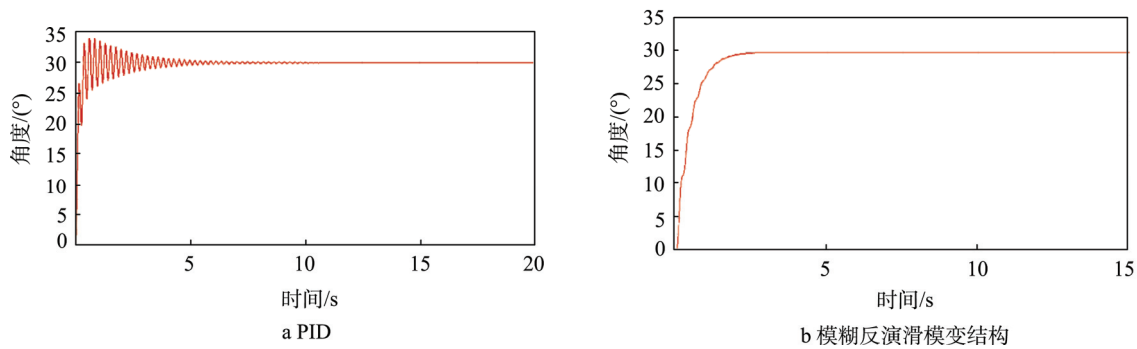


图 3 角度对比
Fig.3 Comparison of angles

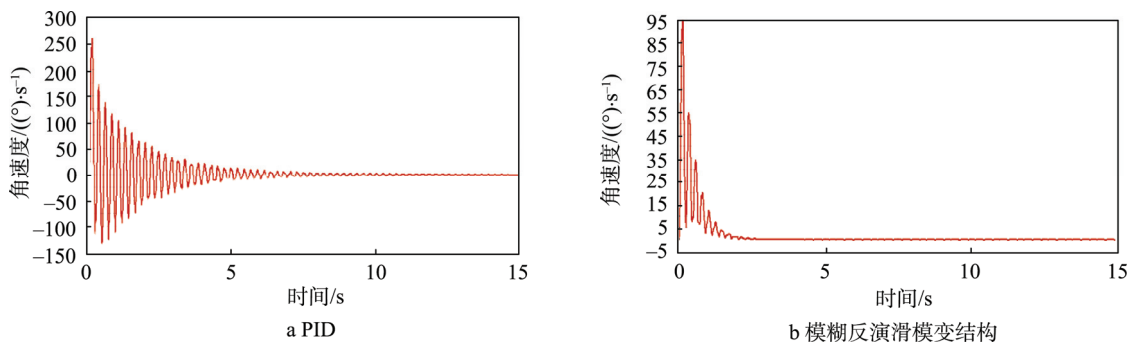


图 4 角速度对比
Fig.4 Comparison of angular velocity

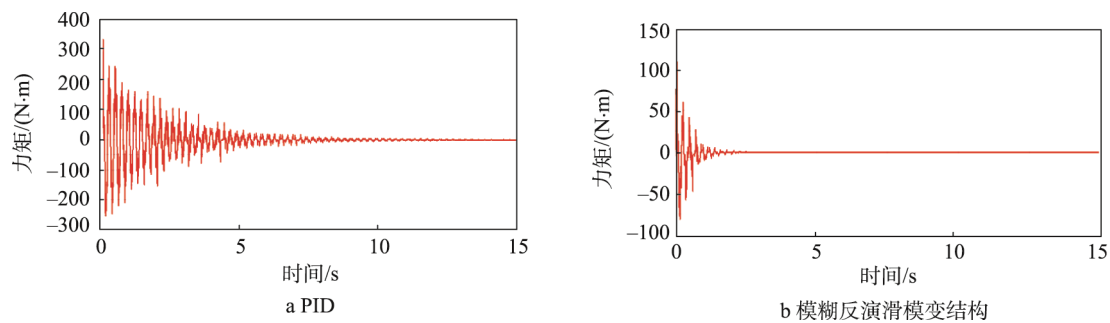


图 5 力矩对比
Fig.5 Comparison of torque

表 2 控制结果对比
Tab.2 Comparison of control results

控制方法	平稳时间/s	偏移最大角/(°)	最大振动力/m	最大角速度/(rad·s ⁻¹)	最大力矩/(N·m)	平稳度
传统 PID 控制	10	4.1	0.081	4.5	341.83	波动较大
模糊反演滑模变结构控制	2.5	0	0.021	1.65	117.8	平稳光滑
提高程度	75%		74.1%	63.3%	65.5%	

4 结语

通过对比 2 种控制方法可以看出，采用模糊反演滑模

变结构对柔性机械臂进行控制比采用传统 PID 控制的控制效果更好，无论从稳定时间、振动力、角速度还是控制力矩都得到了很大提高，控制效果强于传统 PID 控制，尤其在稳定时间上，此方法相较传统 PID 控制，平稳时间缩短了 75%，这对柔性机械臂在高速、高重复定位精度的环境中能最有效地完成指定运动具有重要意义；采用模糊反演滑模变结构控制的柔性机械臂运行更加平稳可靠，能够在一定程度上提高运行速度和定位精度，并且还能延长柔性机械臂的使用寿命；此控制器的设计和对比仿真具有较好的效果，为后续进行柔性机械臂精确控制和工程应用实验提供了较全面的理论依据。

参考文献:

- [1] 牟荟瑾. 柔性机械臂控制技术的研究意义及现状[J]. 现代经济信息, 2008(8): 91—92.
MOU Hui-jin. Research Significance and Status Quo of Control of Flexible Manipulator[J]. Modern Economic Information Technology, 2008(8): 91—92.
- [2] CHU Ming, ZHANG Yan-heng, CHEN Gang, et al. Effects of Joint Controller on Analytical Modal Analysis of Rotational Flexible Manipulator[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2015(3): 460—469.
- [3] 潘媛. 柔性机械臂的建模及智能控制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学, 2015.
PAN Yuan. Modeling and Intelligent Control of Flexible Manipulator[D]. Harbin: Harbin University of Science and Technology, 2015.
- [4] 王文琰. 柔性机械臂的建模与智能控制[D]. 兰州: 兰州理工大学, 2005.
WANG Wen-yan. Modeling and Intelligent Control of Flexible Manipulator[D]. Lanzhou: Lanzhou University of Technology, 2005.
- [5] 李增强, 章军, 刘光元. 苹果被动抓取柔性机械手的结构与分析[J]. 包装工程, 2011, 33(15): 14—17.
LI Zeng-qiang, ZHANG Jun, LIU Guang-yuan. Structure and Analysis of Apple Passive Crawling Flexible Manipulator[J]. Packaging Engineering, 2011, 33(15): 14—17.
- [6] 黄毅, 鄂加强, 郭岗, 等. 超长柔性臂架回转振动主动控制研究[J]. 振动与冲击, 2016, 35(6): 137—140.
HUANG Yi, E Jia-qiang, GUO Gang, et al. Research on Active Vibration Control of Long Flexible Boom[J]. Vibration and Impact, 2016, 35(6): 137—140.
- [7] 陈斌. 组合柔性机械臂抑振性能研究[J]. 机床与液压, 2012, 40(11): 83—84.
CHEN Bin. Research on Restraining Vibration Performance of Combined Flexible Manipulator[J]. Machine Tool and Hydraulic, 2012, 40(11): 83—84.
- [8] 刘志全, 危清清, 王耀兵. 载人航天器柔性机械臂的动力学建模方法[J]. 航天器工程, 2013, 22(5): 34—41.
LIU Zhi-quan, WEI Qing-qing, WANG Yao-bing. Dynamics Modeling Method of Flexible Manipulator of Spacecraft[J]. Spacecraft Engineering, 2013, 22(5): 34—41.
- [9] 赵志刚, 游斌弟, 赵阳. 改进型负输入整形与最优控制结合的振动抑制方法[J]. 振动与冲击, 2014, 33(8): 202—208.
ZHAO Zhi-gang, YOU Bin-di, ZHAO Yang. Vibration Suppression Method Combined with Improved Negative Input Shaping and Optimal Control[J]. Vibration and Impact, 2014, 33(8): 202—208.
- [10] NGUYEN V B, MORRIS A S. Genetic Algorithm Tuned Fuzzy Logic Controller for a Robot Arm with Two-link Flexibility and Two-joint Elasticity[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2007, 49(1): 3—18.
- [11] NEILA M B R, TARAK D. Adaptive Terminal Sliding Mode Control for Rigid Robotic Manipulators[J]. International Journal of Automation & Computing, 2011, 8(2): 215—220.
- [12] RAN Mao-peng, WANG Qing, HOU De-long, et al. Back Stepping Design of Missile Guidance and Control Based on Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(3): 634—642.
- [13] ZHAO Yao, SHENG Yong-zhi, LIU Xiang-dong. Sliding Mode Control Based Guidance Law with Impact Angle Constraint[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(3): 145—152.
- [14] 熊楚良, 黄松和, 朱鹏飞. 码垛机器人刚柔耦合动力学仿真分析[J]. 包装工程, 2015, 36(19): 84—88.
XIONG Chu-liang, HUANG Song-he, ZHU Peng-fei. Rigid-flexible Coupling Dynamics Simulation Analysis of Palletizing Robot[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(19): 84—88.
- [15] ZHANG Xiu-qin, YANG Chao, XU Guan-neng. Research on ABS of Multi-axle Truck Based on ADAMS/Car and Matlab/Simulink[J]. Procedia Engineering, 2012, 37(2): 120—124.