

机械与过程控制

3-PUPU 并联机构的运动学分析与仿真

曹磊, 马春生, 李瑞琴, 张斌

(中北大学, 太原 030051)

摘要: **目的** 对一种新型 6 自由度 3-PUPU 并联机构进行运动学分析和仿真, 验证其是否具有良好的运动学性能。**方法** 首先基于螺旋理论对 3-PUPU 机构的自由度进行分析, 通过修正 (G-K) 公式对其自由度进行计算。然后利用雅可比矩阵, 研究 3-PUPU 机构执行末端和各部件主要节点的速度和加速度的运动学参数。最后将 SolidWorks 软件建立好的模型导入 ADAMS 软件中进行位移、速度和加速度的分析。**结果** 通过 ADAMS 得到的各项参数的曲线都呈周期性变化, 曲线并未出现突变点和断点, 变化范围稳定。**结论** 3-PUPU 并联机构的运动学性能良好, 具有很强的可靠性。

关键词: 并联机构; 自由度; 运动学; 虚拟样机

中图分类号: TB486 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)03-0118-06

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.03.023

Kinematic Analysis and Simulation of 3-PUPU Parallel Mechanism

CAO Lei, MA Chun-sheng, LI Rui-qin, ZHANG Bin
(North University of China, Taiyuan 030051, China)

ABSTRACT: The work aims to analyze and simulate the kinematic properties of a new type of 3-PUPU parallel mechanism with 6-DOF, to verify whether the parallel mechanism has good kinematic performance. Firstly, the degree of freedom of the 3-PUPU mechanism was analyzed by the helix theory. The degree of freedom was calculated by the modified (GK) formula. Then, the Jacobian matrix was used to study the kinematic parameters of velocity and acceleration of execution end and main component nodes of the 3-PUPU mechanism. Finally, the model established by Solidworks software was imported into ADAMS software for displacement, velocity and acceleration analysis. The curves of all parameters obtained by ADAMS periodically changed. The curves had no sudden change points and break points, and its change range was stable. The kinematic performance of 3-PUPU parallel mechanism is superior with strong reliability.

KEY WORDS: parallel mechanism; degree of freedom; kinematics; virtual prototyping

并联机器人具有刚度大、结构稳定、承载能力强、重复精度高、运动惯性小等优点^[1], 在自动化包装领域具有很好的应用价值。并联机构的应用, 不仅提高了包装工作的效率, 同时增加了裹包、分拣和运送等工作过程中的稳定性^[2-5]。同时六自由度的并联机构具有更大的工作空间, 在自动化包装领域具有更广阔的前景^[6-7]。目前, 针对 3-PUPU 并联机构的研究还相对较少, 文中将对此机构的自由度和运动学性能进行深入研究。

1 机构描述与坐标建立

3-PUPU 并联机构由静平台 n , 动平台 m 和 3 个完全对称的 PUPU 分支组成 (U 为万向铰, P 为移动副)。在每一个分支中都包含 2 个移动副和 2 个万向铰, 其中竖直分布的为 1 级连杆, 方向倾斜的为 2 级连杆, 杆长为 l_i 。在移动副上添加驱动, 会使杆长进行伸缩, 从而动平台的位姿也会随之变化。在动平台

收稿日期: 2017-07-15

基金项目: 国家自然科学基金 (51275486)

作者简介: 曹磊 (1992—), 男, 中北大学硕士生, 主攻机构理论与机器人技术。

通信作者: 马春生 (1974—), 男, 博士, 中北大学副教授, 主要研究方向为机构理论与机器人技术。

和定平台建立图1所示的坐标系, 固定坐标系 $O-xyz$, 其原点选在定平台的质心, z 轴垂直向上; 动坐标系 $O'-xyz$ 原点选在动平台的质心, z 轴为垂直向上^[8]。

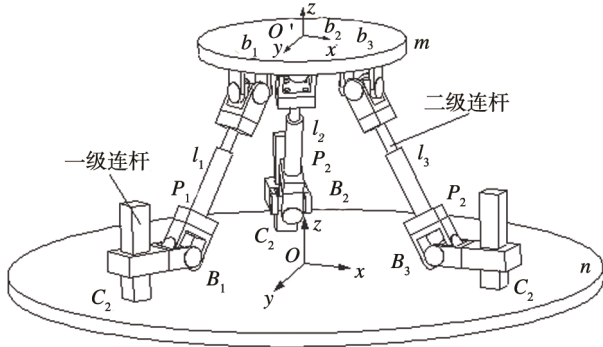


图1 3-PUPU 并联机构

Fig.1 3-PUPU parallel mechanism

2 基于约束螺旋理论的自由度分析

对3-PUPU机构进行自由度求解, 首先需要选取一个分支, 设定分支坐标系 O_1-xyz , 见图2。在此坐标系下, PUPU分支的3个运动副可以表示为6个螺旋, 见式(1)。

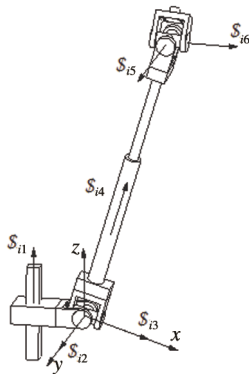


图2 PUPU支链约束螺旋

Fig.2 The constraint screw of PUPU branched chain

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \theta & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \cos \psi \\ \sin \phi \cos \theta & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi \\ -\sin \theta & \cos \phi \sin \psi & \cos \phi \cos \psi \end{pmatrix} \quad (4)$$

静平台各铰链点 C_i 在 $O-xyz$ 中的坐标为:

$$\begin{pmatrix} x_{C_i} \\ y_{C_i} \\ z_{C_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_i \\ c_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

1级连杆与2级连杆铰链点 B_i 在 $O-xyz$ 中的坐标为:

$$\begin{pmatrix} x_{B_i} \\ y_{B_i} \\ z_{B_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_i \\ e_i \\ f_i \end{pmatrix} \quad (6)$$

因此, 一级连杆杆长 l_i 为: $l_i = |f_i|$ 。

动平台各铰链点 b_i 在 $O'-xyz$ 中的坐标为:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{i1} &= (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1) \\ \mathcal{S}_{i2} &= (0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{i3} &= (1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0) \\ \mathcal{S}_{i4} &= (0 \ 0 \ 0; q \ 0 \ r), i = (1, 2, 3) \\ \mathcal{S}_{i5} &= (0 \ 1 \ 0; -r \ 0 \ q) \\ \mathcal{S}_{i6} &= (m \ 0 \ n; 0 \ t \ 0) \end{aligned} \quad (1)$$

这些螺旋就是支链运动螺旋系 $\mathcal{S}_i$ 。运用螺旋的互易积为0的原理来求解此运动螺旋系的反螺旋, 建立代数方程组^[9], 见式(2)。

$$\mathcal{S}_i^r \circ \mathcal{S}_i = 0, i = 1, 2, \dots, 6 \quad (2)$$

式中: $\circ$ 为互易积的运算符号。通过式(2), 求得式(1)的反螺旋 $\mathcal{S}_{i1} = (0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0)$, 从而得出PUPU支链的6个螺旋线性无关, 即该分支对动平台没有产生约束。与此相似, 另2个PUPU分支也有相同的反螺旋, 可知对于动平台, 3个PUPU支链并没有施加约束螺旋。机构的自由度可以通过修正的G-K公式计算^[10-11]:

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \zeta = 6 \quad (3)$$

式中: d 为机构的阶数, $d=6$; n 为包括机架的杆件数目, $n=11$; g 为运动副的数目, $g=12$; $\sum_{i=1}^g f_i = 18$; f_i 为第 i 个运动副的自由度数; v 为并联冗余约束数, $v=0$; ζ 为局部自由度, $\zeta=0$ 。

3 位置反解

已知机构尺寸参数及动平台原点在 $O-xyz$ 的位姿 $(x_P, y_P, z_P; \psi, \theta, \phi)$, 求解各1级连杆杆长 l_i 与2级连杆杆长 l'_i 。 ψ, θ, ϕ 为动坐标系相对于静坐标系的姿态, 可通过 $z-y-x$ 型欧拉角表示, 即先绕 z 轴旋转 ϕ 角, 再绕新坐标系的 y 轴旋转 θ 角, 最后绕 x 轴旋转 ψ 角, 其旋转矩阵描述为:

$$\begin{pmatrix} x_{b_i} \\ y_{b_i} \\ z_{b_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_i \\ q_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

则动平台各铰链点在静平台 $O-xyz$ 中坐标表示为:

$$\begin{pmatrix} x_{b_i} \\ y_{b_i} \\ z_{b_i} \end{pmatrix}_{O-xyz} = R \begin{pmatrix} x_{b_i} \\ y_{b_i} \\ z_{b_i} \end{pmatrix} + X_P \quad (8)$$

式中: $X_P = (x_P, y_P, z_P)$ 。则2级连杆杆长 l'_i 为: $l'_i = |b_i - B_i|$ 。

4 3-PUPU 机构速度、加速度分析

对速度以及加速度进行计算,由已知的公式,分别对位移进行 1 阶和 2 阶求导便可以得到速度和加速度。根据实际情况,在构型的输入与输出方程知道的前提下,只需要确定输入与输出的参数之间的速度和加速度的关系。设输出的参数为 p , 输入的参数为 q , 得到的方程:

$$F(p, q) = 0 \quad (9)$$

对时间求导得:

$$\frac{\partial F}{\partial p} \dot{p} + \frac{\partial F}{\partial q} \dot{q} = 0 \quad (10)$$

通过整理可以得到:

$$\dot{q} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial p} \dot{p}}{\frac{\partial F}{\partial q}} \quad (11)$$

对时间 t 求导, 得:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial p^2} \dot{p}^2 + \frac{\partial F}{\partial p} \ddot{p} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial p \partial q} \dot{p} \dot{q} + \frac{\partial^2 F}{\partial q^2} \dot{q}^2 + \frac{\partial F}{\partial q} \ddot{q} = 0 \quad (12)$$

通过整理得到:

$$\ddot{q} = \frac{(\frac{\partial^2 F}{\partial p^2} \dot{p}^2 + \frac{\partial F}{\partial p} \ddot{p} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial p \partial q} \dot{p} \dot{q} + \frac{\partial^2 F}{\partial q^2} \dot{q}^2)}{(-\frac{\partial F}{\partial q})} \quad (13)$$

4.1 雅可比矩阵

雅可比矩阵可以将关节机构和末端的执行机构搭建起速度之间的关系^[12], 则 3-PUPU 型并联机构的雅可比矩阵为:

$$J_1 \dot{p} + J_2 w = 0 \quad (14)$$

方程可简化为:

$$J \dot{p} = w \quad (15)$$

$$J = -J_2^{-1} J_1 \quad (16)$$

式中: J_1 和 J_2 分别为机构正运动学和逆运动学的雅可比矩阵; $\dot{p}$ 为驱动关节速度矢量; w 为动平台角速度。 J_1 和 J_2 的计算见式 (17—18)。

$$J_1 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$J_2 = \begin{bmatrix} -(r_1 \times t_1)^T \\ -(r_2 \times t_2)^T \\ -(r_3 \times t_3)^T \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中: $c_i = (r_i \times t_i)^T w_i$ 。

4.2 速度、加速度分析

由式 (8) 得, 执行终端的角速度 ω 为:

$$w_k \dot{\gamma}_k - r_k \dot{\mu}_k - t_k \dot{\beta}_k = \omega \quad (19)$$

式中: $\dot{\beta}_k$ 为移动副的角速度; $\dot{\mu}_k$ 为被动转动副的角速度。

式 (19) 两端同乘 r_k^T 和 t_k^T , 得:

$$\dot{\mu}_k = -r_k^T \omega \quad (20)$$

$$\dot{\beta}_k = \dot{\gamma}_k t_k^T w_k - t_k^T \omega \quad (21)$$

式 (21) 为 3-PUPU 上动平台的 ω 和 $\dot{\gamma}$ 与驱动器 v 和 ω 的对应关系。

式 (19) 两端同乘 $(r_k \times t_k)$ 得:

$$(r_k \times t_k)^T w_k \dot{\gamma}_k - (r_k \times t_k)^T \omega = 0 \quad (22)$$

根据式 (8), 可以得到驱动器上的角速度 $\dot{\gamma}$ 为:

$$\dot{\gamma} = -J_1^{-1} J_2 \omega \quad (23)$$

式 (22) 对时间 t 求导, 得

$$w_k \ddot{\gamma}_k - r_k \ddot{\mu}_k - \dot{\gamma}_k \dot{\mu}_k (w_k \times r_k) - t_k \ddot{\beta}_k - \dot{\beta}_k (\omega \times t_k) = \dot{\omega} \quad (24)$$

式中: $\ddot{\gamma}_k$, $\ddot{\mu}_k$ 和 $\ddot{\beta}_k$ 分别为驱动器的角加速度、被动旋转副角加速度和移动副角加速度。

式 (24) 两端同乘 $(r_k \times t_k)^T$ 得:

$$(r_k \times t_k)^T w_k \ddot{\gamma}_k - (r_k \times t_k)^T \dot{\omega} - \dot{\gamma}_k \dot{\mu}_k (r_k \times t_k)^T (w_k \times r_k) - \dot{\beta}_k (r_k \times t_k)^T (\omega \times t_k) = 0 \quad (25)$$

简化式 (25) 得:

$$(r_k \times t_k)^T w_k \ddot{\gamma}_k - (r_k \times t_k)^T \dot{\omega} - 2 \dot{\gamma}_k (r_k^T \omega) (t_k^T w_k) + (r_k^T \omega) (t_k^T \omega) = 0 \quad (26)$$

得驱动器的角加速度为:

$$\ddot{\gamma} = -J_1^{-1} (J_2 \dot{\omega} + J_3 \dot{\gamma} + J_4) \quad (27)$$

对式 (27) 进行简化变换得:

$$J_1 \ddot{\gamma} + J_2 \dot{\omega} + J_3 \dot{\gamma} + J_4 = 0 \quad (28)$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} -(r_1^T \omega)(t_1^T w_1) & 0 & 0 \\ 0 & -(r_2^T \omega)(t_2^T w_2) & 0 \\ 0 & 0 & -(r_3^T \omega)(t_3^T w_3) \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} -(r_1^T \omega)(t_1^T \omega) \\ -(r_2^T \omega)(t_2^T \omega) \\ -(r_3^T \omega)(t_3^T \omega) \end{bmatrix} \quad (30)$$

通过对该并联机构的运动学分析以及其各部分间的对应关系, 得出的结果可为将来 3-PUPU 机构的研究奠定基础。

5 3-PUPU 并联机构的参数研究与仿真

前文对 3-PUPU 并联机构的构型、自由度理论、运动学等方面进行了分析与计算。为了保证该构型能达到理论设定要求, 首先进行三维建模, 再利用 ADAMS 进行分析。通过虚拟样机来进一步研究如下所述。

5.1 3-PUPU 型并联机构的虚拟样机

仿真分析的前提就是必须有恰当的模型。文中使用 SolidWorks 进行建模, 将建立好的模型导入 ADAMS 中, 通过对模型添加适当的约束, 得到模型见图 3。

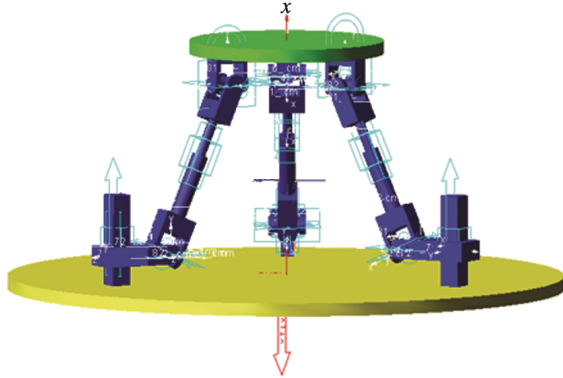


图 3 3-PUPU 型并联机构的虚拟样机模型

Fig.3 Virtual prototype model of 3-PUPU parallel mechanism

5.2 构型的运动学仿真分析

首先进行正运动学仿真分析, 先对模型添加适当驱动, 然后利用软件仿真获得运动末端的位移、速度以及加速度等数值, 对获得的图像数据进行分析与研究。因为文中提出的 3-PUPU 属于对称机构, 为了能够得到所有的运行情况, 必须通过对各个驱动的杆件添加不同的驱动来实现^[13-14]。添加规律为:

$$\begin{cases} q_1 = 20\sin(p_1 t) + 5t \\ q_2 = 10t \\ q_3 = 30\sin(1.5p_1 t) \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} l_1 = 10t \\ l_2 = 30\sin(1.5p_1 t) \\ l_3 = 20\sin(p_1 t) + 5t \end{cases} \quad (32)$$

式中: q_i , l_i 分别为驱动副的运动位移; t 为对应时间, 设定为 0 s, 步数是 150。机构执行末端的各数据见图 4。

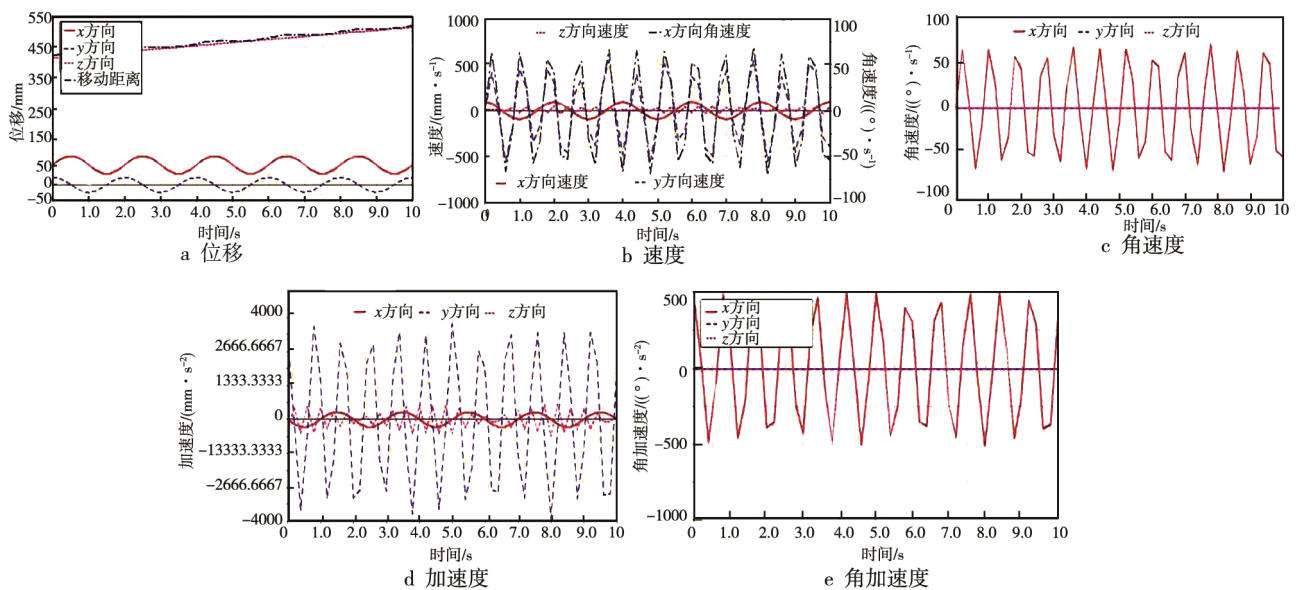


图 4 执行末端各参数的变化曲线

Fig.4 The execution end displacement change curve

由图 4a 可知, 执行末端在 x 轴和 y 轴方向上的位移呈严格有规律的周期性震荡变化, z 方向缓慢匀速向上, 因此可确定在这种驱动作用下, 可实现类似于缓慢向上的筛选运动。实际生活中, 食堂里的刀削面机器人恰好需要这样的运动。由图 4b—e 可知, 其各项性能都能严格地落到较小的变化范围内, 因此, 3-PUPU 型并联机构的可控性能良好, 运动性能突出。然后进行逆运动学仿真。逆运动学仿真需要明确执行终端的运动学性能参数, 通过相应的方程求解出其对应的驱动部件上的给定点的运动规律。文中采用螺旋线作为执行终端的给定运动性能, 因为此方法不仅分析性较好, 同时可以将 x, y, z 3 个轴的情况都进行考

量, 符合研究需求^[15]。添加规律为:

$$\begin{cases} x = 15\sin(p_1 t) \\ y = 15\cos(p_1 t) \\ z = 5t \end{cases} \quad (33)$$

式中: t 为对应时间, 设置仿真时间为 10 s, 步长为 150。因为该机构是对称的, 所以选取一条 PUPU 支链作为研究对象, 支链上驱动点的各项数据见图 5—6。由图 5—6 可知, 现滑块的各项参数按照一定的规律进行周期性变化, 曲线较为平缓, 没有出现突变点。由此可以看出滑块的运动性能优越, 驱动性能良好, 具有很强的可控性和稳定性。由图 6 可知, 虽然移动副的各项参数没有完全按照一定的规律周期

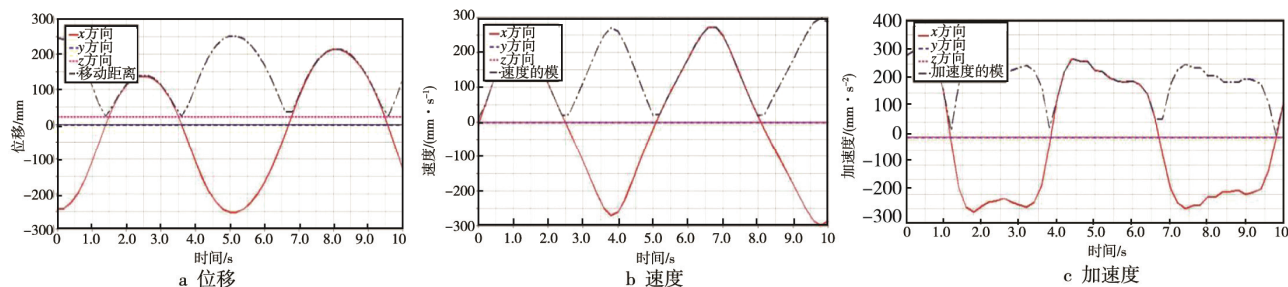


图5 滑块运动曲线
Fig.5 Slider motion curve

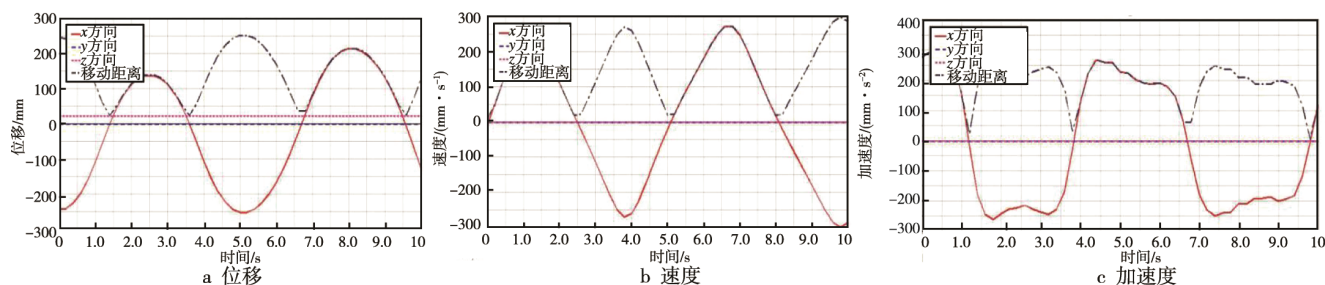


图6 移动副运动曲线
Fig.6 Secondary motion curve of the movement

变化,但曲线并未出现断点等冲击现象指标,变化范围较为稳定,可分析出移动副所受的冲击较小,驱动性和可控性较强。

6 结语

以一种新型的3-PUPU并联机构为研究对象,利用SolidWorks软件建立其三维模型。首先通过螺旋理论对其自由度进行分析,通过修正的(G-K)公式计算得出自由度数目为6。然后利用雅可比矩阵,研究了3-PUPU机构执行末端和各部件主要节点的速度和加速度等运动学性能。最后利用ADAMS软件对机构进行正运动学与逆运动学仿真,得到了机构执行末端的位移、速度和加速度的数据图像。通过对图像数据进行分析可知该3-PUPU构型的运动性能良好,具有很强的可靠性,同时逆运动学仿真结果表明逆向设计具有很好的可实现性,各项仿真参数良好,驱动部件受力均匀,无突变,可控性和可延续性良好。充分验证了3-PUPU并联机构的优越性,为其进一步的研究和实际应用奠定了理论基础。

参考文献:

- [1] 叶伟,方跃法,郭盛,等.一种新型并联机构的运动分岔特性及运动学分析[J].机械工程学报,2013,49(13):8—16.
YE Wei, FANG Yue-fa, GUO Sheng, et al. Trajectory

Characteristics and Kinematics Analysis of a New Parallel Mechanism[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 8—16.

- [2] 韩霄,李虹,李瑞琴.基于BP法的3-RRP并联机构位置正解研究[J].组合机床与自动化加工技术,2015(2):94—96.
HAN Xiao, LI Hong, LI Rui-qin. Positive Location Solution of 3-RRP Parallel Mechanism Based on BP Method[J]. Machinery & Automation Technology, 2015(2): 94—96.
- [3] NIE Song-hui, LI Bin. Kinematic Configuration Analysis of Planar Mechanisms Based on Basic Kinematic Chains[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(10): 1327—1334.
- [4] IBRAHIM O, KHALIL W. Inverse and Direct Dynamic Models of Hybrid Robots[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010(45): 627—640.
- [5] THANH T D, KOTLARSKI J. Dynamics Identification of Kinematically Redundant Parallel Robots Using the Direct Search Method[J]. Mechanism and Machine Theory, 2012, 55(52): 277—295.
- [6] 王国明,马履中.一种新颖柔性关节三平移并联机构的设计与仿真[J].机械设计,2011,28(11):28—31.
WANG Guo-ming, MA Lv-zhong. Design and Simulation of a Novel Flexible Joint Three-translational Parallel Mechanism[J]. Mechanical Design, 2011, 28(11): 28—31.
- [7] 牛晓辉,孙江宏,潘尚峰,等.3-PUPU并联机器人运动学分析[J].机械传动,2016(6):12—17.

- NIU Xiao-hui, SUN Jiang-hong, PAN Shang-feng, et al. K-inematic Analysis of 3-PUPU Parallel Robot[J]. Mechanical Drive, 2016(6): 12—17.
- [8] 李俊帅, 马春生, 李瑞琴, 等. 3-PUPU 并联机构的运动学与工作空间分析[J]. 包装工程, 2017, 38(11): 123—128.
- LI Jun-shuai, MA Chun-sheng, LI Rui-qin, et al. Kinematics and Workspace Analysis of 3-PUPU Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(11): 123—128.
- [9] 淡卜绸, 鲁开讲, 郭旭侠. 基于 Pro/E 和 ADAMS 软件的平面 3RRR 并联机构运动求解[J]. 机械设计, 2015(5): 97—100.
- DAN Bu-chou, LU Kai-jiang, GUO Xu-xia. Model Solution of Planar 3RRR Parallel Mechanism Based on Pro/E and ADAMS Software[J]. Mechanical Design, 2015(5): 97—100.
- [10] 刘延斌, 底复龔. 一种新型 3-RRRU 并联机构及其运动学分析[J]. 中国机械工程, 2013, 24(4): 476—481.
- LIU Yan-bin, DI Fu-yan. A New 3-RRRU Parallel Mechanism and Its Kinematics Analysis[J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(4): 476—481.
- [11] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Higher Space Institutions[M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [12] 于靖军, 刘辛军. 机器人机构学的数学基础[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008.
- YU Jing-jun, LIU Xin-jun. The Mathematical Foundation of Robot Mechanism[M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2008.
- [13] 陈修龙, 孙先洋, 邓昱. 4-UPS-RPS 空间 5 自由度并联机构运动学分析[J]. 农业机械学报, 2013, 44(8): 257—261.
- CHEN Xiu-long, SUN Xian-yang, DENG Yu. Kinetic Analysis of 5-DOF Parallel Mechanism in 4-UPS-m RPS Space[J]. Acta Automatic Mechanics, 2013, 44(8): 257—261.
- [14] KWON S H, CHOI H J, LEE J W, et al. Magnetorheology of Xanthan-gum-coated Soft Magnetic Carbonyliron Microspheres and Their Polishing Characteristics[J]. Journal of the Korean Physical Society, 2013, 62(12): 2118—2122.
- [15] KONG X, JIN Y. Type Synthesis of 3-DOF Multimode Translational/Spherical Parallel Mechanisms with Lockable Joints[J]. Mechanism & Machine Theory, 2015, 96(25): 323—333.