

# 基于 LWT-QR 分解和 Laplacian Pyramid 的水印算法

陈青, 吴继伟, 孙峰  
(上海理工大学, 上海 200093)

**摘要:** **目的** 为了提高数字水印的鲁棒性和不可见性, 提出一种基于 Laplacian Pyramid 和 LWT-QR 分解的水印算法。**方法** 首先对宿主图像进行 2 层 Laplacian Pyramid 分解, 取其第 2 层 Laplacian 残差图像进行一层 LWT 分解, 取其低频子带进行大小为  $4 \times 4$  的非重叠分块处理。然后, 基于提升小波系数的相关属性, 再对每个选中的低频子块进行 QR 分解, 取分解后  $R$  矩阵的第 1 行为目标进行水印的嵌入, 同时对水印进行 Arnold 置乱, 置乱后的水印图像嵌入到  $R$  矩阵的第 1 行元素中。**结果** 嵌入水印后图像的 PSNR 能够达到 45 dB, 而且该方案对常见的信号处理攻击有较好的鲁棒性, NC 均值在 0.9 以上。**结论** 理论分析和大量的实验数据表明, 该方案能够很好地改善图像操作过程中的鲁棒性和不可见性。

**关键词:** Laplacian Pyramid; LWT-QR 分解; 鲁棒性; 数字水印

**中图分类号:** TS206 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)03-0217-06

**DOI:** 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.03.041

## Watermarking Algorithm Based on the LWT-QR Decomposition and Laplacian Pyramid

CHEN Qing, WU Ji-wei, SUN Feng  
(University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**ABSTRACT:** The work aims to improve the robustness and invisibility of digital watermarking and put forward a kind of watermarking algorithm based on the Laplacian Pyramid and LWT-QR decomposition. First, the two layers' Laplacian Pyramid decomposition of host image was conducted. The second layer of Laplacian residual image was taken for a layer of LWT decomposition, and the low frequency subband size was subject to the  $4 \times 4$  non-overlapping block processing. Then, based on the related properties used to improve the wavelet coefficient, the QR decomposition of each selected line frequency sub-block was done. The watermark was embedded with the first line of the decomposed  $R$  matrix as the target. Meanwhile, Arnold scrambling of the watermark was conducted. The scrambled watermark image was embedded into the first-line elements of  $R$  matrix. The PSNR of the watermarked images could reach 45 dB, and such scheme had better robustness against the common signal processing attacks with the average NC values all above 0.9. Theoretical analysis and a lot of experimental data show that the scheme can well improve the robustness and invisibility in the operation process of the image.

**KEY WORDS:** Laplacian Pyramid; LWT-QR decomposition; robustness; digital watermarking

在过去的几年里, 随着互联网和多媒体技术的日益增长, 多媒体数据的所有权、非法复制、版权保护和数据安全问题日趋严重。数字水印的出现为这些问题提供了有效的解决方法<sup>[1]</sup>。数字水印主要是在宿主信号中以一种不可见的方式嵌入水印信息。设计数字

水印方案的目标主要有透明性、鲁棒性、安全性和有效性<sup>[2]</sup>。目前, 水印的研究主要在变换域下进行。相较于空间域, 在变换域下嵌入水印具有更好的鲁棒性和透明性。

Verma V S<sup>[2]</sup>提出一种提升小波变换下, 基于有

收稿日期: 2017-01-08

基金项目: 国家高技术研究发展计划 (863) (2012AA050206); 上海自然科学基金 (12ZR1420800); 上海理工大学国家级项目培育基金 (16HJPY-MS06)

作者简介: 陈青 (1962—), 女, 博士, 上海理工大学副教授、硕导, 主要研究方向为信号处理。

效区域的图像水印算法。此算法是以 LWT 三级分解后的系数为目标,选定低频子块处理,基于最小系数差和阈值标准来嵌入水印。该算法在一定程度上能够抵抗常见的信号处理攻击,但水印的透明性不是很理想。Tun A<sup>[3]</sup>提出了一种基于提升小波和 DCT 的水印方案。该方案对宿主图像进行 1 层 LWT,再对变换后的子块进行 DCT 处理,水印嵌入在子块经 DCT 变换的系数中。该方案实现了水印不可见性的改进,但是鲁棒性一般。Prabha<sup>[4]</sup>提出了基于最大小波系数量化的数字水印方案。此方案中不同子带的小波系数被分为不同的块,水印信息嵌入到通过不同小波系数叠加而得到的最大的小波系数中,这样提取出来的水印的 NC 值很低效果不佳。Loukhaokha<sup>[5]</sup>提出了基于 LWT-SVD 和多目标遗传优化的水印方案。结合奇异值分解和 LWT,使得水印的不可见性有所提高,遗传算法同时也增强了水印的鲁棒性。Rajesh<sup>[6]</sup>提出了一种基于 LSVR 和提升小波的水印算法。该算法运用拉格朗日支持向量回归来进行水印的嵌入,在算法高效性上有所突破,但是水印鲁棒性亦不高。严敏、陈军<sup>[7]</sup>提出了基于轮廓域和 QR 分解的数字水印算法。该算法是通过对宿主图像进行 Contourlet 变换选低频子带进行分块处理,然后再选定块进行 QR 分解,在  $R$  矩阵的第 1 行元素上进行水印的嵌入,结果表明水印的鲁棒性和不可见性有所提高。包观笑等<sup>[8]</sup>提出了基于 Laplacian pyramid 的数字水印技术。其主要是先对宿主图像进行 Laplacian pyramid 分解,然后取其 2 层残差图像经余弦变换后嵌入水印,该算法在一定程度上提高了水印的鲁棒性,但是水印的不可见性仍有待提高。Lei B 等<sup>[9]</sup>提出了一种基于 LWT-SVD 的鲁棒性自适应水印方案,该算法是对宿主图像进行一级 LWT 变换后直接在经 SVD 分解后的低频部分进行水印嵌入,这样得到的水印鲁棒性效果也不是很好。鉴于此,为了使水印在鲁棒性和不可见性上都能达到一个很好的效果,文中提出一种基于 LWT-QR 分解和 Laplacian Pyramid 的水印算法。

## 1 算法分析

### 1.1 QR 分解

QR 分解也叫正三角分解,其定义可以表示为:

$$[Q, R] = qr(A) \quad (1)$$

$$\text{即 } [A]_{M \times N} = [Q]_{M \times M} [R]_{M \times N} \quad (2)$$

$$\text{式中: } A = [a_1, a_2, a_3, a_4] = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,4} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,4} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,4} \\ a_{4,1} & a_{4,2} & a_{4,3} & a_{4,4} \end{bmatrix};$$

$$Q = [q_1, q_2, q_3, q_4] = \begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} & q_{1,4} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} & q_{2,4} \\ q_{3,1} & q_{3,2} & q_{3,3} & q_{3,4} \\ q_{4,1} & q_{4,2} & q_{4,3} & q_{4,4} \end{bmatrix};$$

$$R = [r_1, r_2, r_3, r_4] = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & r_{1,4} \\ 0 & r_{2,2} & r_{2,3} & r_{2,4} \\ 0 & 0 & r_{3,3} & r_{3,4} \\ 0 & 0 & 0 & r_{4,4} \end{bmatrix}。Q \text{ 是一个 } M \times M$$

的正交矩阵,  $R$  是  $M \times N$  的上三角矩阵,由于 SU Q 等<sup>[10]</sup>已经得到了 QR 分解的矩阵的第 1 行元素的绝对值都大于其他行中相应列的绝对值,在较大值的范围允许内,修改的范围也变大,这样就比较适合水印的嵌入。对  $R$  分解可知,在  $r_{1,1}, r_{1,2}, r_{1,3}, r_{1,4}$  中嵌入水印具有较好的性能,同时 QR 分解的复杂性也小于等于其他的分解方法。

### 1.2 提升小波变换

近年来,提升小波变换在图像处理与分析中已经变成了一个强有力的工具,相比小波变换它更快更有效率。同时, LWT 在图像去噪,图像压缩以及图像水印上的优势更加明显<sup>[11]</sup>。基于此特点,它不仅节约了时间而且还有很好的频率特性。提升小波变换在信息处理中主要分为 3 步,即分解、预测和更新。

1) 分解。将原始信号  $x[n]$  分解为非重叠的偶数和奇数样本。

$$x_e[n] = x[2n], x_o[n] = x[2n+1] \quad (3)$$

2) 预测。如果偶数样本和奇数样本是相关的,然后就可以预测其他的值公式定义为:

$$d[n] = x_o[n] - P(x_e[n]) \quad (4)$$

式中:  $d[n]$  为原始样本的与其预测值的差值,又被定义为高频细节分量;  $P$  为预测算子。预测算子  $P$  可用预测函数  $P_k$  来表示,而预测函数可以取为  $x_e[n]$  本身。

$$P_k(x_e[k], k) = x_o[k], k = x[2k] \quad (5)$$

3) 更新。在更新算子  $U(\cdot)$  和细节信号  $d[n]$  的作用下可以更新偶数样本,得到的低频信号分量  $l[n]$ ,则代表着原始信号的大致形状。

$$l[n] = x_e + U(d[n]) \quad (6)$$

这里更新算子  $U$  由更新函数  $U_k$  表示为:

$$U_k(d[k]) = \frac{d[k]}{2} \quad (7)$$

### 1.3 Laplacian Pyramid

Laplacian Pyramid 的概念是以金字塔为模型建立多分辨率与尺度变化的图像组。其实际上是将 Gaussian Pyramid 的塔底图像  $G$  作为原图像,通过高斯核对其进行卷积运算,再得到的图像的基础上下采

样,依次得到上一层图像  $G_l^{[12]}$ 。假设第  $l$  层图像为  $G_l$ , 获得次级图像的具体过程为:

$$G_l(i, j) = \sum_{m=-2}^2 \sum_{n=-2}^2 W(m, n) G_{l-1}(2i+m, 2j+n) \quad (8)$$

(1 ≤ l ≤ N, 0 ≤ i < R<sub>l</sub>, 0 ≤ j < C<sub>l</sub>)

式中:  $N$  为顶层信号;  $R_l$  和  $C_l$  分别为第  $l$  层的行数和列数。  $W(m, n)$  为一个二维的具有可分离特性的窗口函数, 其表达式为:

$$W = \frac{1}{256} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 14 & 24 & 14 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 14 & 24 & 14 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

由式(9)可以构造一个 Gaussian Pyramid, 然后对其每一层图像与上一层图像的差值进行高斯卷积, 这样得到的差值图称为 Laplacian Pyramid 分解图像<sup>[13]</sup>。同样, 对分解后的图像进行至上而下的重构就能恢复出原始图像。经过拉普拉斯分解后的图像可以很好地表示图像的多重信息, 选择分解后的中高频即第2层残差图像进行LWT变换, 嵌入水印能够较好地平衡鲁棒性和透明性。

#### 1.4 Arnold 变换

Arnold 变换是一种常见的图像加密方案, 被广泛应用于图像置乱技术中, 主要是因为其实现起来较简单<sup>[14]</sup>。对水印图像进行置乱变换, 使水印信息的安全性和鲁棒性都得以提高。一幅  $N \times N$  的图像, 其 Arnold 变换后像素点由  $(x, y)$  变为  $(x', y')$  见式(10)。

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \bmod N \quad (10)$$

式中: Mod 为取模运算。使用 Arnold 变换可以实现图像像素位置的变换, 实际上是把离散的图像矩阵中的每一个点进行重新编排。由于矩阵中的点数量有限, 这种置乱具有周期性, 因此在该方案中置乱次数不能等于置乱周期的整数倍<sup>[15]</sup>。在水印没有嵌入时, 先对未嵌入水印进行 Arnold 置乱预处理, 当嵌入后的水印图像遭受攻击时, 水印值因被置乱而分散, 信息丢失的就少, 从而减少了人眼感官影响, 呈现良好的鲁棒性。

## 2 水印的嵌入和提取

### 2.1 水印的嵌入

1) 对水印进行 Arnold 置乱操作, 同时对宿主图像进行多层拉普拉斯金字塔分解。

2) 选取分解后的第2层残差图像, 对其进行LWT变换, 获得变换后的低频子带。

3) 将低频子带划分为  $M$  个  $4 \times 4$  大小的不重叠子块。

4) 对各子块进行 QR 分解, 得到  $Q$  矩阵和  $R$  矩阵; 然后选择各子块  $R$  矩阵的第1行元素重复自适应量化嵌入1 bit 水印信息, 量化公式为:

$$d_{i,j} = \text{floor}(r_{i,j} / r_i) \quad (11)$$

式中:  $\text{floor}()$  为向下取整;  $r_i$  为第  $i$  个子块的自适应量化步长。针对实际的需要, 量化步长定义为:

$$r_i = (\log_2 E_i \times 1000) / 1000 + r_0 \quad (12)$$

式中:  $r_0$  为基础量化步长;  $A_i(x, y)$  为子块元素;

$E_i = \frac{\sum_{x=1}^N \sum_{y=1}^N |A_i(x, y)|^2}{N \times N}$ 。嵌入水印后的  $R$  矩阵的第1行元素 ( $i=1, 2, 3 \dots M; j=1, 2, 3 \dots N$ ) 为: 当

$\text{mod}[(r_{i,j} + w_i'), 2] = 1$  时,  $r'_{i,j} = (r_{i,j} + \frac{3}{2})r_i$ ; 否则

$r'_{i,j} = (r_{i,j} + \frac{1}{2})r_i$ 。

5) 用  $r'_{ij}$  替换原来子块  $R$  矩阵的第1行元素, 再进行 QR 逆变换得到含水印信息的各低频子块。对各子块进行运算合成, 反提升小波变换, Laplace pyramid 重构得到含水印的图像。

### 2.2 水印的提取

1) 对含水印的图像进行 Laplace Pyramid 分解, 获得多层拉普拉斯残差图像。

2) 选取第2层残差图像, 将残差图像进行LWT变换, 提取其低频子带, 并对低频子带进行  $4 \times 4$  无重叠分块。

3) 对各子块进行 QR 分解, 量化各子块  $R$  矩阵的第1行元素, 根据多数原则从每个子块提取1 bit 水印信息, 公式为  $r_{i,j} = \text{floor}(r'_{i,j} / r_i)$ 。当  $\text{num}[\text{mod}(r'_{i,j}, 2) = 1] \geq \text{num}[\text{mod}(r'_{i,j}, 2) = 0]$ , ( $i=1, 2, 3 \dots M; j=1, 2, 3 \dots N$ ) 时,  $w'_i = 1$ ; 否则  $w'_i = 0$ 。

4) 将一维水印序列生成二维图像, 然后进行 Arnold 反变换, 就得到了水印图像。

## 3 实验结果分析

实验是基于 Matlab 2014a 平台来完成的。不可见性和鲁棒性的测试是整个实验的关键也是该算法强调的重点。

### 3.1 不可见性评估

该算法对不同宿主图像进行水印嵌入, 通过 PSNR 峰值信噪比来评价嵌入水印后的图像质量, 峰值信噪比 PSNR 定义为:

$$\text{PSNR} = 10 \lg \frac{255^2}{\text{MSE}} \quad (13)$$

式中:  $I(x, y)$  和  $I'(x, y)$  分别为原始宿主图像和嵌入水印后图像的像素值;  $MSE = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (I(x, y) - I'(x, y))^2}{M \times N}$ 。通过对不同的宿主图像嵌入水印, 得到嵌入水印后的图像见图 1。

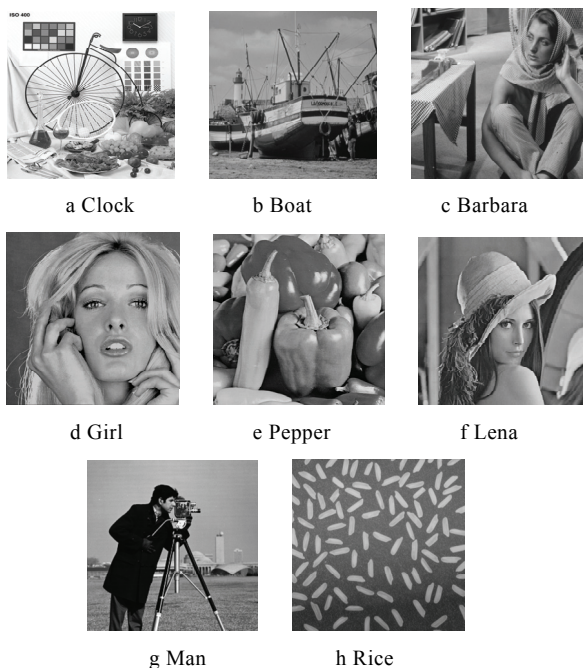


图 1 嵌入水印后的图像  
Fig.1 The watermarked image

针对不同宿主图像嵌入水印后的 PSNR 值见表 1。对比文中和文献[2]、文献[7]、文献[8]、文献[9]的仿真实验数据, 可以明显看出, 文中的 PSNR 值得到了很大改善, 水印嵌入的图像与原图像基本上无明显差异, 水印的透明性效果很好。

### 3.2 鲁棒性评估

鲁棒性是水印质量的很好验证, 通常判定数字水印的鲁棒性用 NC 值来估计, NC 值即是提取的水印和原始水印的归一化相关系数, 其定义为:

表 1 PSNR 值测试  
Tab.1 The test of PSNR value

| 图片      | 文中      | 文献[2]   | 文献[7]   | 文献[8]   | 文献[9]   |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Clock   | 45.9024 | 42.0763 | 44.9681 | 45.7213 | 44.3871 |
| Boat    | 45.5763 | 40.5497 | 45.1645 | 45.5742 | 43.9973 |
| Barbara | 45.1352 | 43.7961 | 43.5961 | 45.1072 | 45.3490 |
| Girl    | 45.6751 | 43.0765 | 45.6327 | 45.5096 | 44.1853 |
| Pepper  | 45.9863 | 42.1968 | 45.2633 | 45.7362 | 45.0163 |
| Lena    | 45.9823 | 41.7948 | 44.9850 | 44.9802 | 44.9654 |
| Man     | 44.0758 | 44.4517 | 43.6244 | 44.1476 | 44.0639 |
| Rice    | 44.0758 | 40.9064 | 44.0483 | 44.0578 | 44.0321 |

$$NC = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N W(i, j) W'(i, j)}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N W^2(i, j)} \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N W'^2(i, j)}} \quad (14)$$

式中:  $W(i, j)$  为原始水印的像素值;  $W'(i, j)$  为提取出来的水印像素值。为了充分证明文中算法的鲁棒性, 对含水印的图像进行噪声、JPEG 压缩、滤波、剪切等常规的信号处理攻击和旋转, 缩放等几何攻击。缩放采用了双线性插值, 利用宿主图像虚拟点四周的 4 个真实像素值来共同决定。同时为了避免偶然性, 采用了大量的实验数据来证明这一算法的可行性。含水印的宿主图像在经过信号处理攻击后提取的水印见图 2。水印在受到不同的信号处理攻击时都能准确地识别水印信息的内容。



图 2 常见攻击后提取的水印  
Fig.2 Watermarking extracted after common attacks

文中算法在信号处理攻击下提取出水印归一化相关系数 NC 见表 2。NC 值越大, 提取出来的水印越完整, 水印的鲁棒性越好。由仿真实验数据可以看出在受到不同的信号攻击时, 该方案所提取出来的 NC 值均能满足水印信号的完整性。

为了进一步说明方案的鲁棒性, 文中大量的实验采集数据与文献[2]、文献[7]、文献[8]和文献[9]进行对比后, 统计各种攻击所对应的 NC 见表 3。由表 3 可以看出, 文中较文献[2]、文献[7]、文献[8]和文献[9]的 NC 值有一定幅度的提升, 说明在受到信号处理攻击时文中算法的性能也相当可靠, 同时也证明了该方案对常见的信号处理攻击有着良好的鲁棒性。

在实际信息的交换传播中, 信号不可能只受到单一的一种攻击, 可能是几种攻击的叠加。文中算法针对信号受到不同程度的组合攻击进行测试, 实验仿真结果得出受到组合攻击后水印的 NC 值见表 4。通过

表 2 信号处理攻击下的 NC 值  
Tab.2 NC value under signal processing attacks

| 攻击方式   | 参数    | 文中NC值 |
|--------|-------|-------|
| 高斯噪声   | 0.005 | 0.941 |
|        | 0.010 | 0.934 |
|        | 0.015 | 0.901 |
| 椒盐噪声   | 0.01  | 0.967 |
|        | 0.03  | 0.921 |
|        | 0.05  | 0.901 |
|        | 3×3   | 0.961 |
| 高斯滤波   | 5×5   | 0.933 |
|        | 7×7   | 0.906 |
|        | 3×3   | 0.970 |
| 中值滤波   | 5×5   | 0.862 |
|        | 7×7   | 0.719 |
|        | 30    | 0.997 |
| JPEG压缩 | 20    | 0.964 |
|        | 10    | 0.925 |
|        | 1/16  | 0.984 |
| 左上剪切   | 1/8   | 0.949 |
|        | 1/4   | 0.901 |
|        | 0.75  | 0.898 |
| 缩放     | 1.25  | 0.932 |
|        | 1.5   | 0.951 |

表 3 抗攻击性 NC 值对比  
Tab.3 Contrast of anti-attack NC value

| 攻击类型                | 文中    | 文献[2] | 文献[7] | 文献[8] | 文献[9] |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Gaussian            | 0.913 | 0.912 | 0.906 | 0.912 | 0.876 |
| Salt                | 0.924 | 0.921 | 0.896 | 0.921 | 0.901 |
| Mid-filter          | 0.976 | 0.959 | 0.919 | 0.959 | 0.942 |
| JPEG                | 0.967 | 0.961 | 0.916 | 0.961 | 0.926 |
| Rotate              | 0.962 | 0.934 | 0.921 | 0.934 | 0.899 |
| Cut                 | 0.957 | 0.915 | 0.898 | 0.915 | 0.933 |
| Translation scaling | 0.987 | 0.918 | 0.966 | 0.918 | 0.954 |

表 4 组合攻击下的 NC 值  
Tab.4 NC value under compounding attacks

| 攻击类型               | 文中NC值 |
|--------------------|-------|
| 旋转10°+JPEG ( 30% ) | 0.886 |
| 旋转10°+JPEG ( 40% ) | 0.905 |
| 剪切1/16+缩放0.75倍     | 0.864 |
| 剪切1/16+缩放1.5倍      | 0.938 |
| JPEG(40%)+缩放0.75倍  | 0.886 |
| JPEG(40%)+缩放1.5倍   | 0.912 |

NC 值可以看出在受到不同程度的信号组合攻击时提取出来的水印也能清晰可辨,进而证明了该算法具有很好的鲁棒性。

4 结语

文中算法结合了提升小波变换和 QR 分解的优点,也结合 Laplace Pyramid 图像融合领域的特点,进行水印算法的分析,进而提出了新的水印算法。从实验结果来看达到了预期效果,提取出来的水印清晰可见,并且嵌入水印的后宿主图像并没有因为嵌入水印而失真。由对比文献数据可以看出,文中算法不仅在水印不可见性和鲁棒性上有很好的提高,而且在平衡水印信息的鲁棒性和不可见性上有着明显的改善,比常见的基于 SVD 分解的水印算法计算复杂度低。除此之外,该算法在抵抗信号攻击方面也表现出一定的优越性,单一信号和组合信号攻击后提取出来的水印都能清晰可见。

参考文献:

[1] AGARWAL C, MISHRA A, SHARMA A. Gray-scale Image Watermarking Using GA-bpn Hybrid Network[J]. Vis Commun Image Represent, 2013, 24(7): 1135—1146.

[2] VERMA V S, JHA R K, OJHA A. Significant Region Based Watermarking Scheme in Lifting Wavelet Transform Domain[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(21): 8184—8197.

[3] TUN A, THEIN Y. Digital Image Watermarking Scheme Based on LWT and DCT[J]. International Journal of Engineering and Technology, 2013, 5(2): 272—277.

[4] JASMINE J S L, PRABHA L. An Efficient Secure Image Watermarking Using Wavelet Transform[J]. International Journal of Computer Trends and Technology, 2014, 17(3): 133—137.

[5] LOUKHAOUKHA K, CHOUINARD J Y. Multi-Object Genetic Algorithm Optimization for Image Watermarking Based on Singular Value Decomposition and Lifting Wavelet Transform[J]. Lect Notes Comput Sci, 2010, 61(34): 394—403.

[6] RAJESH M, NAVIN R, VISHWAKARMA V P. LWT-QR Decomposition Based Robust and Efficient Image Watermarking Scheme Using Lagrangian SVR [J]. Multime Tools Appl, 2016, 75(3): 4129—4150.

[7] 严敏, 陈军. 基于 QR 分解的 Contourlet 域抗几何攻击水印算法[J]. 计算机应用研究, 2016, 33(9): 2814—2818.

YAN Min, CHEN Jun. Anti-geometric Attack Watermarking Algorithm Based on QR Decomposition in Contourlet Domain[J]. Application Research of Computers, 2016, 33(9): 2814—2818.

[8] 包观笑, 孙刘杰, 于海娇. 基于拉普拉斯金字塔的数字水印防伪技术[J]. 包装工程, 2016, 37(1): 130—133.

BAO Guan-xiao, SUN Liu-jie, YU Hai-jiao. Digital

- Security Technology of Watermarking Based on Laplacian Pyramid[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(1): 130—133.
- [9] LEI B, SOON I Y, ZHOU F, et al. A Robust Audio Watermarking Scheme Based on Lifting Wavelet Transform and Singular Value Decomposition[J]. Signal Process, 2012, 92(9): 1985—2001.
- [10] SU Q, NIU Y, WANG G, et al. Color Image Blind Watermarking Scheme Based on QR Decomposition[J]. Process Signal, 2014, 94(3): 219—235.
- [11] ZHAO Yu-xia, FAN Jing-bo. A Double-function Digital Watermarking Algorithm Based on Chaotic System and LWT[J]. Physics Procedia, 2012, 33(5): 1947—1956.
- [12] 苗启广, 王宝树. 基于改进的拉普拉斯金字塔变换的图像融合方法[J]. 光学学报, 2007, 27(9): 1605—1610.
- MIAO Qi-guang, WANG Bao-shu. Multi-Sensor Image Fusion Based on Improved Laplacian Pyramid Transform[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(9): 1605—1610.
- [13] GAO G, CAI B, XU S, et al. Watermark Performance Contrast Between Contourlet and Non-subsampled Contourlet Transform[C]// International Conference on Information and Automation, 2012: 507—511.
- [14] YANG H Y, WANG P, WANG X Y, et al. Robust Digital Watermarking Based on Local Invariant Radial Harmonic Fourier Moments[J]. Multimedia Tools & Applications, 2014, 74(23): 1—21.
- [15] XU G, XIN Z. Research on a New Rotated-Resistant Transform Domain Digital Watermarking Algorithm[J]. Research Journal of Applied Sciences Engineering & Technology, 2014, 5(5): 1731—1735.