

基于插值与神经网络的包装薄膜热封参数分析

陈明霞, 郑谊峰

(桂林理工大学, 桂林 541000)

摘要: **目的** 研究塑料薄膜热封工艺中热封参数之间的非线性关系, 建立一种可用于自动包装机热封过程的数学模型。**方法** 通过实验采集样本数据, 并用附加动量法训练 BP 神经网络, 建立热封参数之间的非线性数学模型, 最后通过神经网络预测热封时间, 并采用插值算法建立目标热封强度下热封温度和热封时间之间的多项式数学模型。**结果** 通过插值算法与神经网络的结合运用, 较为精确地描述了热封温度和热封时间之间的数学关系, 插值函数实现了神经网络模型的简化, 两者误差较小。**结论** 通过文中方法确定了包装材料热封参数之间的非线性关系, 将其用于热封包装设备, 可提高设备的智能化程度。**关键词:** 神经网络; 热封温度; 热封时间; 热封强度; 样条插值

中图分类号: TB486; TB487 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2018)09-0067-06

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.09.012

Heat Sealing Parameters of Packaging Film Based on Interpolation and Neural Network

CHEN Ming-xia, ZHENG Yi-feng

(Guilin University of Technology, Guilin 541000, China)

ABSTRACT: The work aims to study the nonlinear relationship between the heat sealing parameters in the heat sealing process of plastic film, and establish a mathematical model which can be used in the heat sealing process of automatic packaging machine. The BP neural network was trained by the additional momentum method under the sample data collected from experimental data to establish the nonlinear mathematical model between the heat sealing parameters. Finally, the neural network was used to predict the heat sealing time, and the interpolation algorithm was used to establish the polynomial mathematical model between the heat sealing temperature and the heat sealing time under the targeted heat sealing strength. Through the combination of interpolation algorithm and neural network, the mathematical relationship between heat sealing temperature and heat sealing time was described accurately; at the same time, the interpolation function realized the simplification of the neural network model, and the error of the both was small. The nonlinear relationship between the heat sealing parameters of packaging materials can be determined in the proposed method, and it can be applied to the heat sealing packaging equipment, which can improve the intelligence level of the equipment.

KEY WORDS: neural network; heat sealing temperature; heat sealing time; heat sealing strength; spline interpolation

塑料包装材料热封是利用外界条件(如电加热、超声波等),使包装薄膜进入热熔状态,并在外部压力的作用下,薄膜分子在分子间隙中进行相互渗透,从而形成分子间作用力——范德华力^[1]。这种薄膜热熔而形成的范德华力在热封工艺中被称为热封强度。热封强度在热封工艺中是一项极其重要的指标,其影响了包装成品的美观性、包装食品的安全性等^[2]。影响热封强度的因素主要有热封温度、热封时间、热封

压力、环境温度、环境相对湿度等^[3],其中热封温度、热封时间和热封压力为主要因素。在化学上,范德华力只是一种定性的描述,没有确定的数学模型对其进行定量的描述^[4]。这使得在热封工艺中,为了达到目标热封强度而寻找最优热封参数往往需通过大量的实验,而实验所得到的参数只适用于某一生产速度。由于没有明确的数学模型用于映射热封参数之间的关系,在日常生产中,随着热封器件连续热封造成的

收稿日期: 2017-11-28

作者简介: 陈明霞(1971—),女,桂林理工大学教授,主要研究方向为运动控制、装备自动化技术。

热封温度降低,而热封速度恒定不变,这样就导致了热封强度低于目标值,降低了包装质量。同时,在改变生产速度时,又需重新通过实验寻找最优热封参数,而在热封温度达到目标值的过程中,包装设备需停机预热或冷却,这对生产效率产生了一定的影响^[5]。若能用一种数学模型来描述热封参数之间的非线性关系,那么在某一热封参数发生变化时,其他热封参数也随之变化,既保证了包装质量,同时也提高了生产效率。为了实现这一目的,文中拟通过BP神经网络来建立热封参数之间的非线性关系,并以此为基础,通过样条插值法建立热封速度与热封温度之间的插值多项式,实现热封参数非线性数学模型的简化。

1 热封参数对强度的影响实验

参考张旭良等发表的《软塑包装热封强度影响因素研究》实验论文中的数据,通过固定热封速度、变化热封温度来测量同速度、不同温度的包装样品的热封强度,再固定温度、变化热封速度来测量同温度、

不同速度包装样品的热封强度^[6],实验材料采用厚度为0.02 mm的PE包装薄膜。

按照试验标准,对热封材料进行湿热预处理,模拟环境温度和环境相对湿度。得到的试验数据见表1,张旭良等的实验并未提供环境温度和环境相对湿度,笔者在进行研究时,将这2个热封因素加入样本数据中,其取值即湿热处理条件范围内的值,由于篇幅问题并未列出每个样本的湿热处理参数,但在神经网络的训练样本集合中加入湿热处理参数。

2 BP神经网络及训练

2.1 BP神经网络模型

BP神经网络能学习和存储大量的输入-输出模式映射关系,而无需事先揭示描述这种映射关系的数学方程^[7-8],是一种多层前馈神经网络,由输入层、隐含层和输出层组成,通过连接权值、偏置以及激活函数,将上一层输出作为下一层输入。层与层之间有2种信号在流通,即前向传播工作信号和反向传播误差信号,其拓扑结构见图1。

表1 样品在不同温度、速度下的热封强度

Tab.1 Heat sealing strength of specimens at different temperatures and speeds

N

温度/℃	速度/(m·s ⁻¹)						
	0.02	0.045	0.068	0.084	0.128	0.158	0.2
110	0.07	0	0	0	0	0	0
120	0.27	0.23	0.23	0.23	0.20	0.20	0
130	0.73	0.54	0.47	0.43	0.43	0.43	0.43
140	3.03	2.53	2.22	1.99	1.80	1.74	1.41
150	5.57	4.29	2.87	2.66	2.51	2.24	2.04
160	10.11	9.28	5.34	4.42	2.80	2.40	2.30
170	0.7	11.43	8.31	7.92	4.16	2.91	2.70
180	断裂	6.20	9.54	8.77	7.42	3.68	2.98

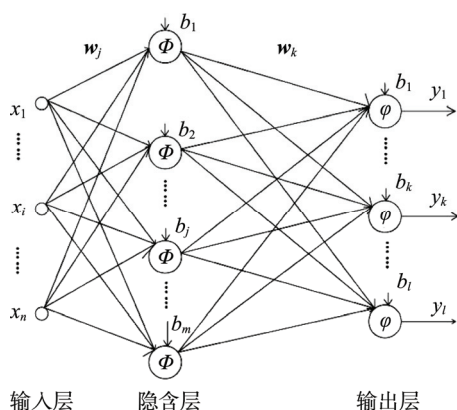


图1 3层BP神经网络结构

Fig.1 Structure of three-layer BP neural network

图1中 x_i 为输入层第 i 个节点输入, $i=1,2,\dots,n$; w_{ji} 为隐含层第 j 个节点与输入层第 i 个节点之间的连接权值, $j=1,2,\dots,m$; b_j 为隐含层第 j 个节点偏置; Φ

为隐含层激活函数; w_{kj} 为输出层第 k 个节点与隐含层第 j 个节点之间的连接权值; b_k 为输出层第 k 个节点偏置, $k=1,2,\dots,l$; φ 为输出层激活函数; y_k 为输出层第 k 个节点输出。

2.2 BP神经网络算法

BP神经网络算法包括2个方面,即信号的前向传播和误差的反向传播。前向传播通过样本输入计算网络的实际输出;误差的反向传播通过误差梯度下降法依次修正各层的连接权值和偏置,使修改后网络的最终输出能接近期望值^[9]。

2.2.1 信号前向传播

隐含层第 j 个节点的输入 v_j :

$$v_j = \sum_{i=1}^n w_{ji} x_i + b_j \quad (1)$$

隐含层第 j 个节点的输出 y_j :

$$y_j = \Phi(\sum_{i=1}^n w_{ji}x_i + b_j) \quad (2)$$

输出层第 k 个节点的输入 v_k :

$$v_k = \sum_{j=1}^m w_{kj}\Phi(\sum_{i=1}^n w_{ji}x_i + \theta_j) + b_k \quad (3)$$

输出层第 k 个节点的输出 y_k :

$$y_k = \varphi(\sum_{j=1}^m w_{kj}\Phi(\sum_{i=1}^n w_{ji}x_i + b_j) + b_k) \quad (4)$$

2.2.2 误差的反向传播

系统对 P 个训练样本的代价函数为:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^l (d_k^{(p)} - y_k^{(p)})^2 \quad (5)$$

式中: $d_k^{(p)}$ 为第 p 个训练样本的输出层第 k 个神经元的目标输出值。

根据梯度下降法, 可得:

$$\begin{aligned} \Delta w_{kj} &= -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = \eta \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^l (d_k^{(p)} - y_k^{(p)}) \cdot \varphi'(v_k) \cdot y_j \\ \Delta b_k &= -\eta \frac{\partial E}{\partial a_k} = \eta \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^l (d_k^{(p)} - y_k^{(p)}) \cdot \varphi'(v_k) \\ \Delta w_{ji} &= -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ji}} = \eta \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^l (d_k^{(p)} - y_k^{(p)}) \cdot \varphi'(v_k) \cdot w_{kj} \cdot \Phi'(v_j) \cdot x_i \\ \Delta b_j &= -\eta \frac{\partial E}{\partial \theta_j} = \eta \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^l (d_k^{(p)} - y_k^{(p)}) \cdot \varphi'(v_k) \cdot w_{kj} \cdot \Phi'(v_j) \end{aligned} \quad (6)$$

式中: η 为学习率。

2.3 附加动量法 BP 神经网络训练

用样本数据对神经网络进行训练, 通过权值、阈值调整公式, 调整各层之间的连接权值和阈值。根据实验所得数据, 将热封温度、热封强度、环境温度和湿度以向量的形式作为网络的输入, 热封速度作为网络的输出, 将样本数据集按 7:3 的比例进行训练数据集和测试数据集的划分, 得到训练样本数据矩阵 P_1 , 输出向量 t_1 , 测试数据矩阵 P_2 , 输出向量 t_2 , P_1 用于训练神经网络, P_2 用于验证所训练神经网络的性能。其中, P_1 不包含 P_2 , 并且矩阵最后 2 行为假设的环境温度和环境相对湿度。

$$P_1 = \begin{pmatrix} 110 & \cdots & 160 & \cdots & 180 \\ 0.07 & & 10.11 & & 3.68 \\ 23.0 & & 23.0 & & 23.0 \\ 0.50 & \cdots & 0.51 & \cdots & 0.51 \end{pmatrix}$$

$$t_1 = (0.045 \quad \cdots \quad 0.020 \quad \cdots \quad 0.158)$$

$$P_2 = \begin{pmatrix} 120 & 130 & 140 & 150 & 160 & 170 & 180 \\ 0.23 & 0.54 & 3.03 & 2.87 & 2.80 & 2.91 & 2.98 \\ 23.5 & 23.0 & 23.0 & 23.0 & 23.5 & 23.0 & 23.5 \\ 0.50 & 0.50 & 0.51 & 0.50 & 0.52 & 0.50 & 0.51 \end{pmatrix}$$

$$t_2 = (0.084 \quad 0.045 \quad 0.020 \quad 0.068 \quad 0.128$$

$$0.158 \quad 0.200)$$

标准 BP 神经网络由于其算法的局限性, 当误差落在误差曲面的平坦区域时, 误差对权值的变化不敏感, 误差下降偏缓慢, 调整时间长, 影响收敛速度^[10]。同时, 由于误差曲面存在多个极小点, 这容易使得训练得到的权值是局部最优值而非全局最优值, 故引入附加动量法改进 BP 神经网络算法, 降低陷入局部最优值的可能性^[11]。

$$\Delta w_{ji}(t+1) = (1-m_c)\eta\delta_j x_i + m_c \Delta w_{ji}(t) \quad (7)$$

$$\Delta b_j(t+1) = (1-m_c)\eta\delta_j + m_c \Delta b_j(t) \quad (8)$$

式中: t 为训练次数; m_c 为动量因子; $\delta_j = \frac{\partial E}{\partial v_j}$,

为误差梯度; x_i 为本层输入。隐含层和输出层之间的权值调整都通过式 (7—8) 的方式。

取 $\eta=0.01$, $m_c=0.95$, 隐含层节点个数 $m=6$, 输出节点个数 $l=1$, 隐含层激活函数 $\Phi = \frac{2}{1+e^{-2v_j}} - 1$,

输出层激活函数 $\varphi = \frac{1}{1+e^{-v_k}}$, 对训练样本 P_1 进行归一化处理^[12], 训练神经网络, 经过迭代训练, 训练样本总误差 E_p 收敛于 7.419×10^{-5} 。将测试样本 P_2 进行归一化处理, 对网络进行验证得到输出向量:

$$t_3 = (0.0840 \quad 0.0415 \quad 0.0204 \quad 0.0727 \quad 0.1318$$

$$0.1299 \quad 0.1987)$$

可得 t_2 和 t_3 的方差为 5.99×10^{-5} 。

训练样本总误差 E_p 和测试样本方差 E 表明训练后的神经网络很好地映射了热封参数之间的非线性关系。实验表明, 当热封强度为 4.16 N, 环境温度为 23.5 °C, 环境相对湿度为 53% 时, PE 塑料薄膜热封效果最好。热封温度在 110~140 °C 之间时, 材料处于高弹态转变为黏流态, 虽然存在热封强度, 但值较低, 无法形成全面的热封, 因此将热封温度选择在 140~180 °C, 其他热封参数取上述值。用神经网络计算在不同热封温度下要达到目标热封强度所需的热封速度, 矩阵 P_3 作为网络输入, t_4 为网络输出向量。

$$P_3 = \begin{pmatrix} 140 & 150 & 160 & 170 & 180 \\ 4.16 & 4.16 & 4.16 & 4.16 & 4.16 \\ 23.5 & 23.5 & 23.5 & 23.5 & 23.5 \\ 0.53 & 0.53 & 0.53 & 0.53 & 0.53 \end{pmatrix}$$

$$t_4 = (0.0056 \quad 0.0413 \quad 0.0812 \quad 0.1313 \quad 0.2443)$$

3 三次样条插值函数

为使热封温度连续变化时热封速度也随之变化, 从而使得热封强度稳定于目标值, 将上述数据通过插值多项式来建立热封速度和热封温度之间较为简单的数学模型, 将这些离散的数据点连续化^[13-14], 且易于编程实现。多项式的精度依赖于插值点, 而该研究插值点由所训练神经网络预测而给定, 若所使用神经网络泛化能力差, 则所得到的多项式数学模型精度也较低。

在函数插值技术当中, 随着插值函数阶次的升高, 拉格朗日插值法、牛顿插值法在插值区间的端点处会出现插值多项式不收敛于真实函数的“龙格现象”, 分段低次插值法虽然有一致收敛性, 但光滑性较差, 而三次样条插值法较好地解决了上述问题^[15]。在三次样条插值法中, 三次样条插值函数的插值点可在需插值的区间内随意选取, 为方便计算, 该研究以等距的方式选取插值点。

3.1 三次样条函数定义

若函数 $S(x) \in C^2[a, b]$, 且在每个小区间 $[x_j, x_{j+1}]$ 上为三次多项式, 其中 $a=x_0 < x_1 < \dots < x_n=b$ 为给定的节点, 则称 $S(x)$ 是节点 $x_0, x_1, \dots, x_n$ 上的三次样条函数。若在节点 x_j 上给定函数 $y_j=f(x_j)$, $j=0, 1, \dots, n$, 并成立 $S(x_j)=y_j$, $j=0, 1, \dots, n$, 则称 $S(x)$ 为三次样条插值函数^[15]。

3.2 样条插值函数的建立

由于 $S(x)$ 在区间 $[x_j, x_{j+1}]$ 上为三次多项式, 故 $S''(x)$ 在 $[x_j, x_{j+1}]$ 上是线性函数, 可表示为:

$$S''(x) = M_j \frac{x_{j+1}-x}{h_j} + M_{j+1} \frac{x-x_j}{h_j} \quad (9)$$

式中: h_j 为区间长度。

对式(9)积分2次, 并利用 $S(x_j)=y_j$ 及 $S(x_{j+1})=y_{j+1}$, 于是得到三次样条表达式:

$$S(x) = M_j \frac{(x_{j+1}-x)^3}{6h_j} + M_{j+1} \frac{(x-x_j)^3}{6h_j} + \left(y_j - \frac{M_j h_j^2}{6} \right) \frac{x_{j+1}-x}{h_j} + \left(y_{j+1} - \frac{M_{j+1} h_j^2}{6} \right) \frac{x-x_j}{h_j} \quad (10)$$

$j=0, 1, \dots, n-1$

这里 M_j ($j=0, 1, \dots, n$) 是未知的, 为了确定 M_j , 对 $S(x)$ 求一阶导, 并将 $x=x_j^+$ 代入, 类似可以求出 $S(x)$ 在 $[x_{j-1}, x_j]$ 上的表达式, 并将 $x=x_j^-$ 代入, 令 $S'(x_j^+) = S'(x_j^-)$ 可得:

$$\mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1} = d_j \quad (11)$$

式中: $\mu_j = \frac{h_{j-1}}{h_{j-1}+h_j}$; $\lambda_j = \frac{h_j}{h_{j-1}+h_j}$; $d_j = 6f[x_{j-1}, x_j, x_{j+1}]$; $j=1, 2, \dots, n-1$; $f[x_{j-1}, x_j, x_{j+1}]$ 为二阶差商。

对于自然边界条件 $S''(x_0)=S''(x_n)=0$, 可导出:

$$M_0 = f_0'', \quad M_n = f_n'' \quad (12)$$

已知 P_3 和 t_4 , 将 t_4 所表示参数的单位转换为 mm/s, 可以得到 $h_0=h_1=h_2=h_3=10$, $x \in [140, 180]$, 在节点上的值如下:

$$f(x_0) = f(140) = 5.6$$

$$f(x_1) = f(150) = 41.3$$

$$f(x_2) = f(160) = 81.2$$

$$f(x_3) = f(170) = 131.3$$

$$f(x_4) = f(180) = 244.3$$

通过式(11—12), 令 $\lambda_0 = \mu_4 = 0$, $d_0 = 2f_0'' = 0$, $d_4 = 2f_4'' = 0$, 可得到线性方程组:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & & & \\ 0.5 & 2 & 0.5 & & \\ & 0.5 & 2 & 0.5 & \\ & & 0.5 & 2 & 0.5 \\ & & & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_0 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.126 \\ 0.3006 \\ 2.487 \\ 0 \end{pmatrix}$$

解得 M_0, M_1, M_2, M_3, M_4 , 代入式(10)得到插值多项式 $S(x)$:

$$S(x) = \begin{cases} 0.0015(x-140)^3 + 3.418(x-140) + 5.6 & x \in [140, 150] \\ -0.0034(x-150)^3 + 0.0456(x-150)^2 + 3.8739(x-150) + 41.3 & x \in [150, 160] \\ 0.0181(x-160)^3 - 0.0564(x-160)^2 + 3.7663(x-160) + 81.2 & x \in [160, 170] \\ -0.0162(x-170)^3 + 0.4858(x-170)^2 + 8.0611(x-170) + 131.3 & x \in [170, 180] \end{cases}$$

$S(x)$ 为在固定环境温度为 23.5 °C、环境相对湿度为 53% 下, 达到目标热封强度时的热封温度和热封速度的插值多项式, 反映了热封速度和热封温度之间的数学关系, 其曲线见图 2。

4 结果

取环境温度为 23.5 °C, 环境相对湿度为 53%, 目标热封强度为 4.16 N, 热封温度从 161~170 °C 连续变化, 分别用神经网络和插值函数 $S(x)$ 计算热封速度, 结果保留 4 位小数。得到的数据见表 2。

计算表 2 中插值函数 $S(x)$ 所得热封速度值与 BP 神经网络预测速度值的均方误差, 计算方法为:

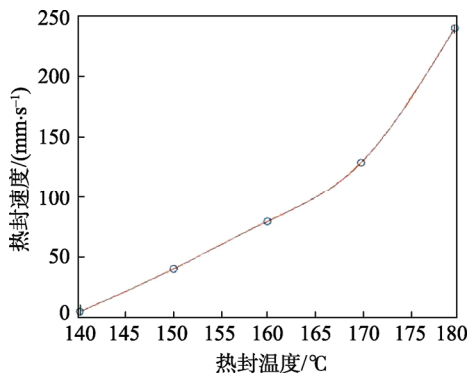


图 2 热封温度和热封速度的关系曲线
Fig.2 Curve of relationship between heat sealing temperature and heat sealing speed

表 2 连续热封速度的计算
Tab.2 Calculation of continuous heat sealing speed

热封温度/℃	目标热封强度/N	神经网络速度输出值/(m·s ⁻¹)	插值函数速度计算值/(m·s ⁻¹)
161	4.16	0.0851	0.0849
162	4.16	0.0892	0.0887
163	4.16	0.0935	0.0925
164	4.16	0.0979	0.0965
165	4.16	0.1026	0.1009
166	4.16	0.1076	0.1057
167	4.16	0.1129	0.1110
168	4.16	0.1186	0.1170
169	4.16	0.1247	0.1237
170	4.16	0.1313	0.1313

$$E = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N (d_i - y_i)^2 \tag{13}$$

可得均方误差 E 收敛于 8.46×10^{-7} 。

5 结语

在热封工艺当中，为了得到良好的包装外观和热封强度，热封参数的选择至关重要。由于热封参数存在多个，且之间存在非线性关系，使得其完全正确的数学模型难以建立。文中利用神经网络逼近这种非线性数学模型，通过神经网络预测了最佳热封参数对应的热封速度，并通过插值算法使复杂的神经网络模型简化成多项式形式，建立了热封温度和热封速度之间的数学模型。结果表明，通过样条插值法所构造的插值函数可用于简化神经网络模型。同时，由于其数学模型最终以多项式形式表示，从而在确定某一生产速率时，可以通过数学模型反解出最优热封温度。文中方法通过少量的材料参数测试实验，可建立热封参数间的非线性关系，依靠这种非线性关系，当生产速度发生改变时，无需重新进行实验来寻找最优热封参数，可实现智能调温、智能调速，将其用于热封包装设备，可提高设备的智能化程度。

参考文献：

[1] 霍英. 重包装薄膜的生产及包装工艺对包装质量的影响[J]. 塑料包装, 2014, 24(1): 26—28.
HUO Ying. Effect of the Production and Packaging Process of Heavy Packaging Film on the Quality of Packaging[J]. Plastic Packaging, 2014, 24(1): 26—28.

[2] 高雪, 张希栋, 孙明达. 基于热封合参数的食品包装袋封口热封合强度测试试验研究[J]. 森林工程, 2014, 30(5): 83—86.
GAO Xue, ZHANG Xi-dong, SUN Ming-da. Experimental Study on Heat Sealing Strength of Food Packaging Bags Based on Heat Sealing Parameters[J]. Forest Engineering, 2014, 30(5): 83—86.

[3] 杜玉宝, 骆光林. 浅谈包装材料热封性能的影响因素[J]. 塑料包装, 2007(4): 29—32.
DU Yu-bao, LUO Guang-lin. The Influence Factors of Heat Sealing Performance of Packaging Materials[J]. Plastic Packaging, 2007(4): 29—32.

[4] IWASAKI T, TAKARADA W, KIKUTANI T. Influence of Processing Conditions on Heat Sealing Behavior and Resultant Heat Seal Strength for Peelable Heat Sealing of Multilayered Polyethylene Films[J]. Journal of Polymer Engineering, 2016, 36(9): 909—916.

[5] PARK D H, SHIN S, KIM K Y. Module Packaging Effects on MEMS Airbag Sensor Performance for Automobiles[J]. Microelectronics Reliability, 2017, 79: 328—335.

[6] 张旭良, 刘刚连. 软塑包装热封强度影响因素研究[J]. 科技风, 2010(18): 259—260.
ZHANG Xu-liang, LIU Gang-lian. Study on the Factors Influencing the Sealing Strength of Soft Plastic Packaging[J]. Science and Technology, 2010(18): 259—260.

[7] RICARDO R M, PATRICIA L V, FRANCISCO O T, et al. Use of Artificial Neural Networks for Prediction of the Convective Heat Transfer Coefficient in Evaporative Mini-tubes[J]. Ingeniería Investigación Y Tecnología, 2016, 17(1): 23—34.

[8] 王树森, 赵冬玲. 一种基于附加动量法的改进 BP 算法[J]. 济源职业技术学院学报, 2012, 11(3): 9—13.
WANG Shu-sen, ZHAO Dong-ling. An Improved BP Algorithm Based on the Additional Momentum Method[J]. Journal of Jiyuan Vocational and Technical College, 2012, 11(3): 9—13.

[9] 李友坤. BP 神经网络的研究分析及改进应用[D]. 淮南: 安徽理工大学, 2012.
LI You-kun. BP Neural Network Research, Analysis

- and Improved Application[D]. Huainan: Anhui University of Science and Technology, 2012.
- [10] LIU Q J, YUE J H, WANG Y F, et al. A Parametric Curve Interpolation Algorithm for High Speed Machining[J]. Key Engineering Materials, 2011, 458: 35—41.
- [11] QU Zhi-ming. Application of Prediction Model in Monitoring LAN Data Flow Based on Grey BP Neural Network[M]. Berlin: Springer Heidelberg, 2009.
- [12] 杨松, 邵龙潭, 高天一, 等. 基于改进RBF神经网络的变形场插值算法研究[J]. 计算机测量与控制, 2015, 23(8): 2847—2850.
- YANG Song, SHAO Long-tan, GAO Tian-yi, et al. Improved RBF Neural Network Research Field Deformation[J]. Interpolation Algorithm Based on Computer Measurement and Control, 2015, 23(8): 2847—2850.
- [13] MARMORAT J P, OLIVI M. Nudelman Interpolation, Parametrizations of Lossless Functions and Balanced Realizations[J]. Automatica, 2007, 43(8): 1329—1338.
- [14] YANG J, HU Q, DING H. A Two-stage CNC Interpolation Algorithm for Corner Smoothing Trajectories with Geometric Error and Dynamics Constraints[J]. Procedia CIRP, 2016, 56: 306—310.
- [15] 李庆扬, 王能超, 易大义. 数值分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008.
- LI Qing-yang, WANG Neng-chao, YI Da-yi. Numerical Analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2008.