

# 胶印机中印刷压力分布的有限元仿真

李文威<sup>1</sup>, 陈南<sup>2</sup>

(1. 华南智能机器人创新研究院, 佛山 528315; 2. 东南大学, 南京 211189)

**摘要:** 目的 揭示胶印机中印刷压力分布的函数规律, 为胶印机设计和印刷质量控制提供参考依据。方法 选用 Mooney-Rivlin 模型作为橡胶材料本构模型, 在 MSC.Patran 中建立胶印机印刷滚筒与橡胶层接触挤压的有限元仿真模型。以 MSC.Marc 为求解器, 对有限元模型进行集材料非线性、几何非线性和边界条件非线性等 3 种因素于一体的有限元分析。利用最小二乘法拟合有限元节点处的接触应力计算结果。结果 经过计算, 某型胶印机的平均印刷压力为 0.548~0.643 MPa。结论 在压印接触区域中, 橡胶层外表面法向接触应力的分布函数为高斯函数, 且平均印刷压力可通过高斯函数的二重积分求出。

**关键词:** 胶印机; 印刷压力; 有限元分析; 橡胶材料; 非线性; 最小二乘拟合

**中图分类号:** TS803.6    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1001-3563(2018)17-0203-05

**DOI:** 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.17.034

## Finite Element Simulation for Printing Pressure Distribution within Offset Press

LI Wen-wei<sup>1</sup>, CHEN Nan<sup>2</sup>

(1. South China Robotics Innovation Research Institute, Foshan 528315, China;  
2. Southeast University, Nanjing 211189, China)

**ABSTRACT:** The work aims to unveil the distribution function law of the printing pressure within offset press to provide a reference basis for the offset press design and the printing quality control. Mooney-Rivlin model was taken as rubber material constitutive model, and the finite element model was established in MSC.Patran to simulate the contact between printing cylinder of offset press and rubber blanket. With MSC.Marc as the solver, the finite element analysis of the model was performed. The finite element analysis was integrated with three nonlinear factors, i.e. nonlinearity of material, geometry and boundary conditions. The contact stress calculations at the finite element nodes were fitted by the least square method. By calculation, the average printing pressure of an offset press was 0.548~0.643 MPa. In the pressing contact area, the distribution function of the normal contact stress on rubber blanket's outer surface is Gaussian function, and the average printing pressure can be obtained by double integral of Gaussian function.

**KEY WORDS:** offset press; printing pressure; finite element analysis; rubber material; nonlinear; least square fitting

印刷必须在一定的压力下进行, 这种压力指的是油墨由印版向承印物转移的过程中, 压印体之间相互作用的力<sup>[1]</sup>。在胶印机中, 油墨向纸张表面转移是通过印刷滚筒与橡皮滚筒表面包覆的橡胶层之间的对滚挤压实现的, 所需的印刷压力来源于橡胶层的弹性变形。一般来说, 印刷压力过大, 会造成网点的扩大和变形; 印刷压力过小, 会造成印色过淡和不实; 印刷压力分布不均, 会导致套印不准、重影等印刷缺陷,

因此, 确定合适的印刷压力成为胶印机设计及胶印质量控制的一个重要环节。

获得印刷压力目前主要有 3 种途径, 即理论分析、仿真模拟或样机试验。黄军等<sup>[1]</sup>、唐万有等<sup>[2]</sup>、潘光华<sup>[3]</sup>利用弹性体赫兹接触理论或材料力学理论对压印过程进行了理论分析, 初红艳等<sup>[4]</sup>应用弹性流体动力润滑理论对油墨在软、硬两墨辊间接触区内的最大压力进行了分析。WU S 等<sup>[5]</sup>通过薄片式压力传

---

收稿日期: 2018-05-11

作者简介: 李文威 (1981—) 男, 博士, 助理研究员, 主要研究方向为智能机器人、印刷机械、CAE 仿真和优化、机械动力学。

感器对印刷过程中的压力进行了测量, 刘澎等<sup>[6]</sup>采用纳米压痕仪实验测试了橡皮布的压力-位移曲线。张少华等<sup>[7]</sup>对压印过程进行了有限元接触分析, 蔡田甜等<sup>[8]</sup>、李彦军<sup>[9]</sup>对印刷滚筒结构进行了有限元分析, 获得了压印接触区域的变形情况。

基于理论计算或样机试验的方法只能获得接触区的平均或最大印刷压力, 不能获得精确的印刷压力分布函数。以往关于印刷压力分布的有限元分析研究, 或由于分析模型不够精确, 或由于对分析结果的后处理不够深入, 也都没有求得印刷压力分布函数。有鉴于此, 文中利用有限元非线性接触分析精确地模拟胶印机中橡胶层的变形过程, 并利用最小二乘法拟合有限元节点的应力计算数据, 获得准确反映橡胶接触区印刷压力分布的显示函数。

## 1 滚筒压印有限元建模

### 1.1 滚筒压印模型

三滚筒型的胶印机由印版滚筒、橡皮滚筒、压印滚筒组成一个印刷单元<sup>[10]</sup>。某胶印机印刷滚筒装配位置见图1, 图1中由上至下呈“七点钟”形式排列的3个滚筒分别为印版滚筒、橡皮滚筒和压印滚筒。

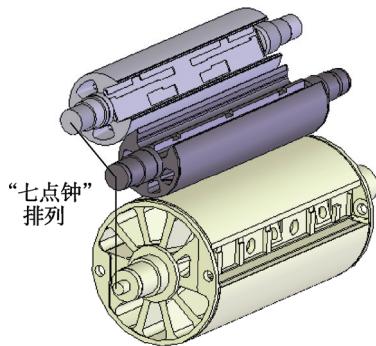


图1 胶印机印刷滚筒相对位置

Fig.1 Relative positions of printing cylinders of offset press

在滚筒合压状态下, 胶印机印版滚筒和橡皮滚筒、橡皮滚筒和压印滚筒之间的橡胶层受挤压变形形成2个压印接触面。两印刷滚筒的压印模型见图2<sup>[3]</sup>。图2中,  $O_1$ 和 $O_2$ 分别为印刷滚筒1, 2的中心,  $R_1$ 和 $R_2$ 分别为印刷滚筒1, 2的半径,  $F$ 是使两滚筒相挤压的径向力。印刷压力可以用橡胶层压缩变形量 $\lambda=(R_1+R_2)-d$ 、接触区单位长度上的线压力 $p_l=F/L$ 或接触区单位面积上的平均压力 $p_a=F/bL$ 表示。

### 1.2 有限元建模

有限元分析为胶印机等大型复杂装备的设计提供了一种简便而又准确的技术手段。借助有限元接触分析模拟橡胶压印的接触状态, 以研究印刷压力的分布规律, 提炼印刷压力分布数学模型。

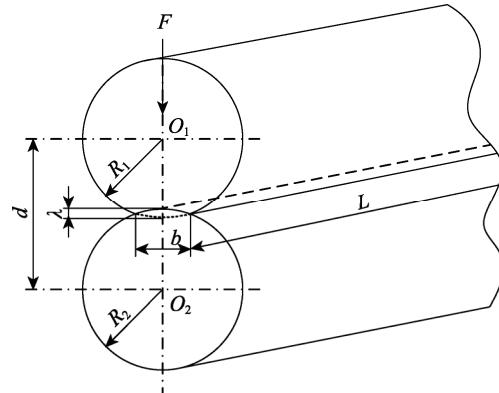


图2 印刷滚筒压印模型  
Fig.2 Pressing model of printing cylinders

橡胶与印刷滚筒的接触分析属于典型的非线性问题, 其中包含了橡胶材料本构关系的非线性、大变形引起的几何非线性和表面接触形成的边界条件非线性等3种非线性因素。为简化模型起见, 作如下假设: 纸张的厚度远小于橡胶层的厚度(2.5 mm), 计算印刷压力时忽略纸张的影响; 橡胶层的压印变形量远大于印刷滚筒的轴向挠曲变形量, 在印刷过程中两两相对的滚筒可以认为是橡胶层与一个刚性滚筒的相互滚压; 接触表面的摩擦力不影响接触压力分布和接触区尺寸<sup>[11]</sup>, 因而将其忽略。

基于以上假设, 可建立刚性滚筒与橡胶层接触分析的有限元模型, 其具体步骤如下所述。

1) 建立几何模型。在MSC.Patran中创建几何模型。将印刷滚筒按刚体处理, 不必考虑其内部形状, 仅用与实际滚筒外径和长度相等的刚性圆柱面代替。初始时, 各滚筒位置保持离压状态。

2) 建立网格模型。采用Quad4四节点四边形单元生成平面网格, 并作为网格操作的基础。拉伸二维Quad4网格生成橡胶层的三维Hex8八节点六面体网格。在保证分析精度的同时, 为了减小运算量, 在划分网格的过程中使用种子点控制网格的疏密过渡, 使接触区网格较稠密(单元边长1.1 mm), 而非接触区网格较稀疏(单元边长7.5 mm)。建立的橡胶层有限元网格模型见图3, 该模型共有12万个单元。

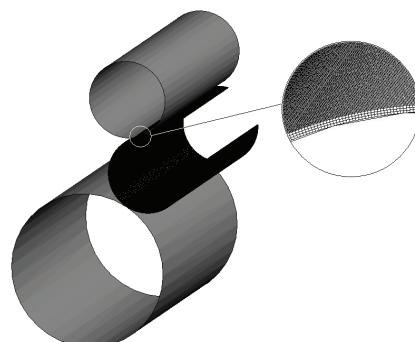


图3 橡胶层压印分析有限元模型  
Fig.3 Finite element model for rubber blanket pressing analysis

3) 定义载荷和边界条件。定义圆柱面为刚性接触体, 橡胶层为可变形接触体。在接触表中设定印版滚筒与橡胶层、压印滚筒与橡胶层之间的接触约束, 橡胶层与橡皮滚筒之间的粘接约束。施加 $-z$  方向的重力载荷。

4) 定义材料属性。橡胶是一种超弹性材料, 其本构关系可以用应变能密度函数表示, 常见的模型有 Mooney-Rivlin, Ogden, Van der Waals 等<sup>[12]</sup>。以上本构模型中, Mooney-Rivlin 模型对实验数据的拟合效果较好, 因而在工程中获得广泛应用<sup>[12—15]</sup>。该本构模型是 Mooney J M 于 1940 年提出的, 其应变能密度表达式为:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (1)$$

式中:  $C_{10}$ ,  $C_{01}$  为材料模型参数;  $I_1$ ,  $I_2$  为第 1, 2 阶应变不变量。分析中, 采纳文献[7]中给出的  $C_{10}=169.9$  kPa 和  $C_{01}=362.9$  kPa 为橡胶设置材料属性。

## 2 非线性有限元分析

基于 MSC.Marc 完成集材料非线性、几何非线性和边界条件非线性于一体的橡胶层非线性接触分析。在 MSC.Marc 中设定印版滚筒和压印滚筒位置固定不变, 而橡皮滚筒在运动中逐渐向其他两滚筒靠拢, 并最终达到合压位置。设置增量步数为 20, 接触迭代算法为 Newton-Raphson 方法, 将 MSC.Patran 有限元模型提交 MSC.Marc 进行分析计算。在每个增量步内, MSC.Marc 都会基于直接约束的接触算法探测接触区域。一旦探测到接触发生, MSC.Marc 便将所需的接触约束和节点力施加到接触边界的节点上, 同时, 重新生成刚度矩阵进行新一轮运算。MSC.Marc 根据设定的位移判据判断计算是否收敛, 当橡胶层的压入深度达到预设的 0.15 mm 时, 有限元分析结束。

有限元分析结果见图 4—6, 其中, 合压过程中刚性印刷滚筒受力变化曲线见图 4, 完全合压状态下的橡胶层法向 Von Mises 接触应力云图见图 5, 图 5 所示某一横截面上橡胶层外表面法向 Von Mises 接触应力分布曲线见图 6。图 5 和图 6 中, A 区域为压印滚筒与橡胶层接触区, B 区域为印版滚筒与橡胶层接触区。

分析图 4—6 的有限元计算结果可得结论如下所述。

1) 印刷滚筒受力。合压过程中, 各印刷滚筒受力不断增大, 且在完全合压时印刷滚筒受力达到最大。

2) 印刷压力分布范围。接触区橡胶层内外两侧均有接触应力, 而橡胶层中间区域和远离接触区部分则没有接触应力, 说明滚压只使橡胶局部产生变形。橡胶层与橡皮滚筒粘接处的接触应力较外表面接触应力有所下降, 但接触应力分布范围却有所扩展。

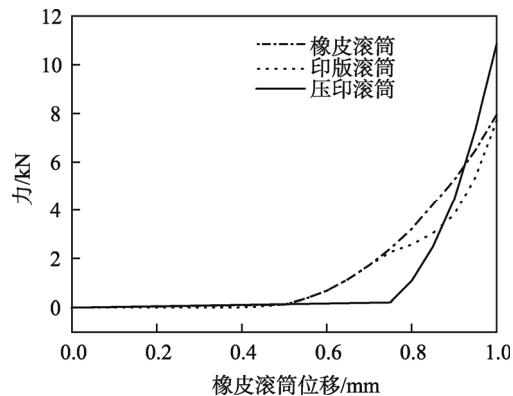


图 4 合压过程中各印刷滚筒受力变化  
Fig.4 Force changes of each printing cylinder during lamination

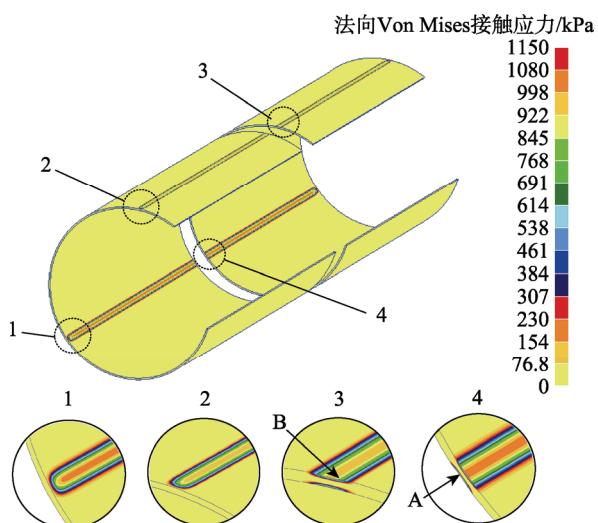


图 5 橡胶层法向 Von Mises 接触应力云图  
Fig.5 Von Mises contact stress nephogram of rubber blanket in normal direction

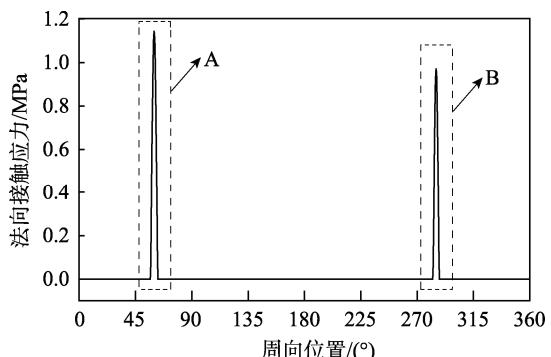


图 6 橡胶层外侧法向 Von Mises 接触应力分布  
Fig.6 The distribution of Von Mises contact stress on outer surface of rubber blanket in normal direction

3) 印刷压力分布规律。轴向接触应力分布基本一致, 只是在橡胶层两端边缘处的非印刷区域应力值较低; 周向接触应力呈对称钟形分布, 且中点最大, 两端为 0。根据印刷压力的轴向和周向分布规律, 提

出印刷压力分布函数曲面见图 7。

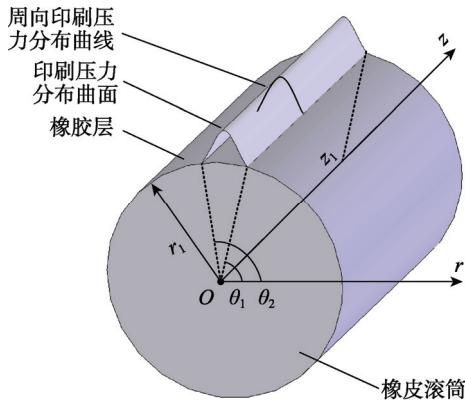


图 7 印刷压力的分布曲面

Fig.7 Distribution surface of printing pressure

该曲面用柱坐标下的柱面方程可表示为：

$$\begin{cases} \sigma = \sigma(\theta) \\ r = r_1 \\ 0 < z < z_1 \end{cases} \quad (2)$$

式中： $\sigma$  为周向印刷压力（接触应力）分布函数； $r_1$  为橡胶层半径； $z_1$  为滚筒长度。

### 3 接触应力分布函数拟合

为寻求周向接触应力分布函数  $\sigma=\sigma(\theta)$ ，采用最小二乘法（LSM）对橡胶层接触区表面周向接触应力进行非线性函数拟合，以期获得印刷压力的最佳逼近曲线。用最小二乘法拟合有限元数据，其基本思路是通过最小化偏差平方和寻求能与数据获得最佳匹配的函数，即对于给定的有限元分析数据  $(x_i, y_i)$  ( $i=1,2,\dots,m$ )，在一定的拟合函数类  $s(x_i, \varphi_1, \dots, \varphi_n)$  中，寻找一组参数  $\varphi_1, \dots, \varphi_n$ ，使得  $\sum_{i=1}^m [s(x_i, \varphi_1, \dots, \varphi_n) - y_i]^2$  达到最小。

对于图 6 中 A, B 区域中的曲线，选择如图 8 所示的高斯函数拟合节点的接触应力数据，其表达式为：

$$\sigma = \sigma_0 + Ae^{-\frac{(\theta-\theta_c)^2}{2w^2}} \quad (3)$$

式中： $\sigma$  为接触应力； $\theta$  为节点周向位置； $\sigma_0$  为基线位置； $A$  为峰顶位置； $\theta_c$  为峰值位置； $w$  为与半高宽  $w_1$  有关的参数， $w=w_1/\sqrt{\ln 4}$ 。

利用式（3）的高斯函数拟合橡胶层外侧径向接触应力，所得回归曲线见图 9。拟合的相关系数  $R^2$  都在 0.995 以上，说明拟合程度相当好。图 9a 中回归参数： $\sigma_0=-0.3931$ ,  $\theta_c=60.0006$ ,  $w=1.81881$ ,  $A=1.5570$ 。图 9b 中回归参数： $\sigma_0=-0.3263$ ,  $\theta_c=285.1459$ ,  $w=1.5548$ ,  $A=1.3178$ 。

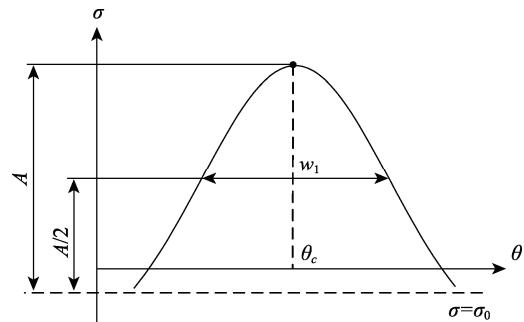
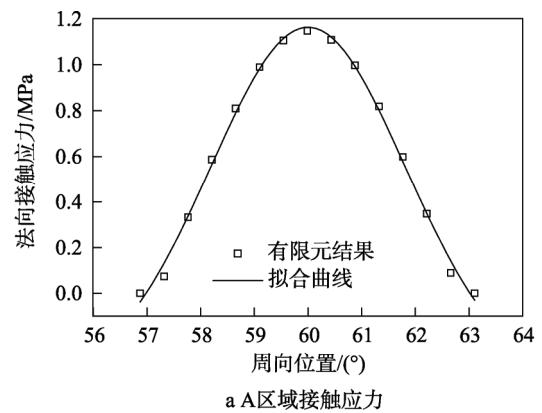
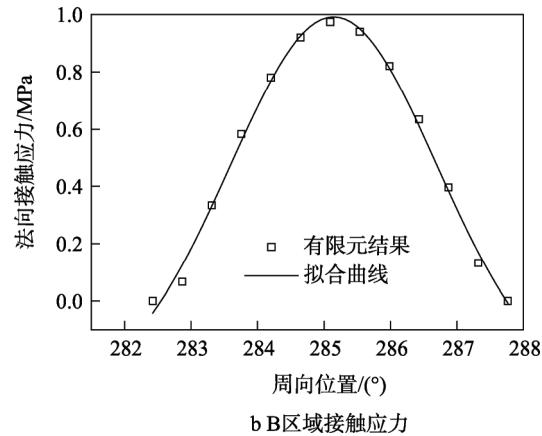


图 8 高斯函数及其参数

Fig.8 Gauss function and its parameters



a A区域接触应力



b B区域接触应力

图 9 橡胶层外表面法向 Von Mises 接触应力函数拟合  
Fig.9 The function fitting for Von Mises contact stress on outer surfaces of rubber blanket in normal direction

工程应用中，采用接触区单位面积上的平均压力表示印刷压力的居多。接触区平均印刷压力可由柱坐标下接触应力分布函数的二重积分计算，即：

$$\bar{P} = \frac{\int_0^{z_1} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sigma(\theta) d\theta dz}{(\theta_2 - \theta_1) z_1} \quad (4)$$

根据式（4）计算得到的压印接触区平均印刷压力数值，A 区域为 0.643 MPa，B 区域为 0.548 MPa，这些数值与大多数文献公布的结果相接近，都在合理范围以内。

## 4 结语

以 Mooney-Rivlin 模型作为橡胶材料本构模型, 在 MSC.Patran 中建立了胶印机中刚性印刷滚筒与柔性橡胶层接触挤压的非线性有限元分析模型。

以 MSC.Marc 为有限元求解器, 对橡胶层压印有限元模型进行了集材料非线性、几何非线性和边界条件非线性于一体的刚柔接触非线性分析, 获得了橡胶层表面节点的印刷压力数据。

利用最小二乘法拟合有限元节点处的接触应力计算结果, 获得了可显式表达的印刷压力分布函数, 从而为胶印机设计和印刷质量控制提供了必要的参考数据。

## 参考文献:

- [1] 黄军, 胡更生. 在胶印中印刷压力的分析[J]. 株洲工学院学报, 2006, 20(2): 11—14.  
HUANG Jun, HU Geng-sheng. Analysis of Printing Pressure in Offset[J]. Journal of Zhuzhou Institute of Technology, 2006, 20(2): 11—14.
- [2] 唐万有, 王文凤. 对胶印机刚性滚筒与弹性滚筒间压力的研究[J]. 轻工机械, 2007, 25(1): 37—40.  
TANG Wan-you, WANG Wen-feng. Researching of the Press Between Rigid Cylinder and Rubber Cylinder[J]. Packaging Engineering, 2007, 25(1): 37—40.
- [3] 潘光华. 多色胶印机印刷压力的单独修正[J]. 包装工程, 2010, 31(3): 71—74.  
PAN Guang-hua. Separate Modification of Printing Pressure of Multicolor Offset Press[J]. Packaging Engineering, 2010, 31(3): 71—74.
- [4] 初红艳, 安然, 陈立博, 等. 弹流润滑下的胶印机油墨墨层分析[J]. 北京工业大学学报, 2018, 44(4): 507—513.  
CHU Hong-yan, AN Ran, CHEN Li-bo, et al. Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of Ink Layer in Offset Printing[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2018, 44(4): 507—513.
- [5] 吴 S, 王 Y, 蔡 C, 等. 研究印刷压力测量方法[C]// International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation, IEEE, 2009: 342—344.
- [6] 刘澎, 赵宁, 张海燕. 胶版印刷机橡皮布蠕变行为及其对印刷的影响[J]. 西安理工大学学报, 2014, 30(4): 431—436.  
LIU Peng, ZHAO Ning, ZHANG Hai-yan. The Creep Behavior of Offset Blanket and its Effect on Printing[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2014, 30(4): 431—436.
- [7] 张少华, 王仪明, 武淑琴, 等. 胶印机印刷压力分布规律的理论及实验研究[J]. 包装工程, 2010, 31(7): 60—62.  
ZHANG Shao-hua, WANG Yi-ming, WU Su-qin, et al. Pressure Distribution of the Offset Printing[J]. Packaging Engineering, 2010, 31(7): 60—62.
- [8] 蔡田甜, 郭俊忠. 滚筒对角线调节误差对印刷压力的影响分析[J]. 北京印刷学院学报, 2012, 20(4): 25—27.  
CAI Tian-tian, GUO Jun-zhong. The Impact Analysis of Printing Pressure from Diagonal Adjustment Error in Printing Roller[J]. Journal of Beijing Institute of Graphic Communication, 2012, 20(4): 25—27.
- [9] 李彦军. 印刷机滚筒的有限元分析与结构优化[J]. 西安文理学院学报(自然科学版), 2013, 16(1): 114—116.  
LI Yan-jun. Finite Element Analysis and Structure Optimization of Printing Cylinder[J]. Journal of Xi'an University of Arts and Science (Natural Science Edition), 2013, 16(1): 114—116.
- [10] 韩玄武, 郑莉. 胶印机工作原理与操作技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2004.  
HAN Xuan-wu, ZHENG Li. Working Principal and Operating Technology of Offset Press[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2004.
- [11] KOROCHKINA V T, JEWELL H E, CLAYPOLE C T, et al. Experimental and Numerical Investigation into Nonlinear Deformation of Silicone Rubber Pads During Ink Transfer Process[J]. Polymer Testing, 2008, 27(6): 778—791.
- [12] 张良, 李忠华, 马新强. 橡胶 Mooney-Rivlin 超弹性本构模型的参数特性研究[J]. 噪声与振动控制, 2018(S2): 427—430.  
ZHANG Liang, LI Zhong-hua, MA Xin-qiang. Study on Parameter Characteristics of Rubber Mooney-Rivlin Model[J]. Noise and Vibration Control, 2018(S2): 427—430.
- [13] 潘孝勇. 橡胶隔振器动态特性计算与建模方法的研究[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2009.  
PAN Xiao-yong. An Investigation on Modeling and Calculation Methods for Dynamic Properties of a Rubber Isolator[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2009.
- [14] 梁良, 李小勇, 刘俊, 等. 基于 Mooney-Rivlin 模型的车用橡胶衬套刚度计算及试验验证[J]. 武汉大学学报(工学版), 2018, 51(1): 65—71.  
LIANG Liang, LI Xiao-yong, LIU Jun, et al. Stiffness Calculation and Experimental Verification for Automobile Bushing Based on Monney-Rivlin Model[J]. Engineering Journal of Wuhan University(Science and Technology), 2018, 51(1): 65—71.
- [15] MOONEY J M. A Theory of Large Elastic Deformation[J]. Journal of Applied Physics, 1940, 11(9): 582—592.