

立方非线性隔振系统动力学特性与设计分析

姚绍雯

(江西科技学院, 南昌 330098)

摘要: **目的** 研究非线性隔振系统的动力学行为。**方法** 以立方非线性系统为研究对象, 研究了阻尼系数 ξ 、无量纲参数 R 对放大倍数的影响规律, 并进行了隔振设计。**结果** 随着阻尼系数 ξ 和无量纲参数 R 的增大, 放大倍数峰值减小。**结论** 系统的非线性行为有利于系统隔振性能, 即便阻尼系数等于 0 的情况下, 也不会出现放大倍数无穷大的情况; 系统阻尼的增加, 有利于改善隔振性能。

关键词: 立方非线性; 隔振; 动力学; 阻尼; 放大倍数

中图分类号: TB485.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2018)19-0087-04

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2018.19.016

Dynamic Characteristics and Design Analysis of Cubic Nonlinear Vibration Isolation System

YAO Shao-wen

(Jiangxi University of Technology, Nanchang 330098, China)

ABSTRACT: The paper aims to study the dynamic behavior of the nonlinear vibration isolation system. Influences of damping coefficient ξ and dimensionless parameter R on the magnification of the cubic nonlinear system were studied, and the isolation design was carried out. The magnification peak decreased with the increase of damping coefficient ξ and dimensionless parameter R . The nonlinear behavior of the system was conducive to the isolation performance of the system. Even if the damping coefficient equals zero, there will be no infinite magnification; the increase of the system damping is conducive to the improvement of the isolation performance.

KEY WORDS: cubic nonlinearity; vibration isolation; dynamics; damping; magnification

在非线性力学系统中, 对其缓冲性能的研究较多^[1-5], 特别是针对理想非线性系统, 例如立方非线性^[6]、正切非线性^[7]、双曲正切非线性^[8]等典型系统, 一些学者研究其在脉冲加速度激励下的冲击响应, 得到了冲击谱及常用于评价产品破坏的破损边界曲线。这些理论成果对应的是冲击跌落载荷, 其特点为: 载荷所经历的时间短, 载荷本身巨大, 可达到几十甚至数百个加速度的水平。跌落情况不一定发生, 人为因素有时可以避免跌落现象的发生。

对非线性所组成的隔振系统, 在运输过程中, 其受到的激励是无法消除的, 因此研究非线性系统的隔振性能尤其必要。为了计算及分析的简便, 通常把非线性系统简化为单自由度有阻尼的线性振动, 忽略其非线性部分, 但对非线性系统的隔振系统研究较少。

文献[9—14]研究了发泡塑料、瓦楞纸板与蜂窝纸板的非线性隔振性能, 但仅限于载荷较小的情况, 即最大压缩应变小于 10%, 其结果主要用于线性系统的经验公式进行分析。对于较大载荷隔振系统的隔振性能, 尤其是发生共振工况, 仅限于试验研究, 还未见有理论报道^[15-16]。

鉴于以上分析, 以立方非线性隔振系统为研究对象, 评估一些参数对系统隔振性能的效果, 从而为隔振系统的结构设计提供参考。

1 立方非线性隔振系统

重物质量为 m , 在立方非线性系统作用下, 受到简谐激励, 示意图 1。

收稿日期: 2018-08-10

作者简介: 姚绍雯 (1984—), 女, 硕士, 江西科技学院讲师, 主要研究方向为艺术设计。

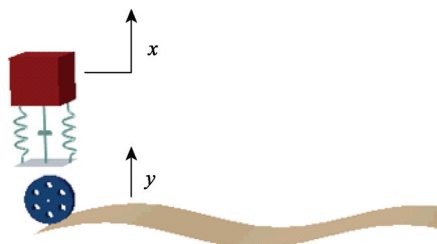


图1 非线性隔振系统

Fig. 1 Schematic diagram of nonlinear vibration isolation system

立方非线性系统力与变形的关系为：

$$f(z) = kz + rz^3 + c\dot{z} \quad (1)$$

$$m\ddot{x} + k(x - y) + c(\dot{x} - \dot{y}) + r(x - y)^3 = 0 \quad (2)$$

式中： $y = y_m \sin(\omega_1 t)$ 。

经过无量纲变化，把系统方程(2)转化成无量纲的振动方程：

$$u'' + 4\pi^2[u - \sin(2\pi\lambda T)] + 4\xi\pi[u' - 2\pi\lambda \cos(2\pi\lambda T)] + R[u - \sin(2\pi\lambda T)]^3 = 0 \quad (3)$$

式中： $u = \frac{x}{y_m}$ ； $R = \frac{ry_m^2 t_s^2}{m}$ ； $T = \frac{t}{t_s}$ ； $\lambda = \frac{\omega_1}{\omega}$ ； $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ；

$$t_s = \frac{2\pi}{\omega}；\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}。$$

因此，放大倍数为：

$$\beta = \frac{x_m}{y_m} \quad (4)$$

当 $R=0$ 时，式(4)退化为线性系统的放大倍数，即：

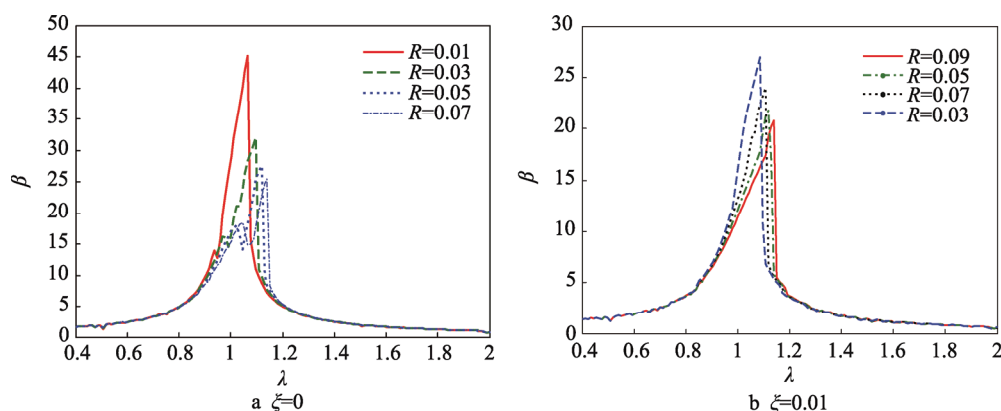
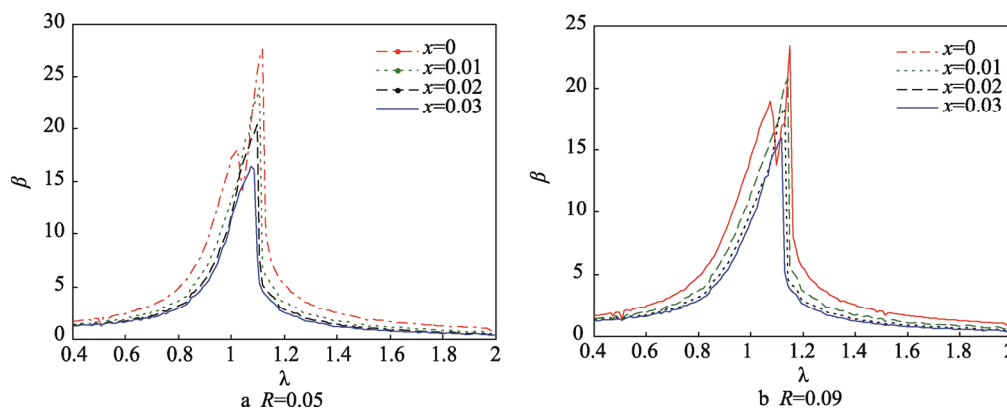
$$\beta = \sqrt{\frac{1 + (2\xi\lambda)^2}{(1 - \lambda^2)^2 + (2\xi\lambda)^2}} \quad (5)$$

由式(3)可知，系统响应与阻尼系数 ξ 、无量纲参数 R 及频率比 λ 等3个参数有关，下面将分析这3个参数对立方非线性系统的隔振性能的影响规律。

2 数值算例

在 $\xi=0$ ， $R=0.01, 0.03, 0.05, 0.07$ 的情况下，得到放大倍数与频率比的关系，见图2a，可以看出放大倍数峰值随 R 的增加而减少，其值分别为45.4, 32.1, 27.4, 25.2。这表明，随着系统的非线性行为增加，系统的隔振性能得到加强。还可以看出，峰值点向右偏移。在 $\xi=0.01$ ， $R=0.03, 0.05, 0.07, 0.09$ 情况下，得到放大倍数与频率比的关系，见图2b，与图2a呈现相同的规律。

在 $R=0.05$ ， $\xi=0, 0.01, 0.02, 0.03$ 情况下，得到放大倍数与频率比的关系，见图3a，可以看出放大

图2 放大倍数随系数 R 的变化Fig. 2 Variation of amplitude coefficient with parameter R 图3 放大倍数随阻尼 ξ 的变化Fig. 3 Variation of amplitude coefficient with parameter ξ

倍数峰值随阻尼的增加而减少, 其值分别为 27.9, 23.8, 19.9, 16.4。这表明, 增加系统的阻尼, 有利于提高系统的隔振性能。在 $\xi=0, 0.01, 0.02, 0.03, R=0.09$ 条件下, 得到放大倍数与频率比的关系, 见图 3b, 可以看出与图 3a 呈现相同的规律。

3 算例

为了突出放大倍数规律对隔振系数设计的应用, 这里举一个数值算例。有一隔振系统, 受到频率是不断变化的半正弦加速度激励, 频率比范围在 0.4~2 之间, 半正弦的幅值为 $4g$ (g 是重力加速度, 9.8 m/s^2), 产品脆值为 $60g$ 。试设计隔振系统参数 R 与阻尼系数比 ξ 。

由产品脆值与幅值的比值, 得到放大倍数不能超过 15, 取阻尼 0.01~0.1, R 为 0.02~0.12 范围, 得到放大倍数与二者之间的关系, 见图 4a, 其对应的等高线见图 4b。从图 4b 可知, 在所选择的阻尼系数比范围, 只要阻尼系数大于 0.035, 其放大倍数即可小于 15, 在这个范围, 放大倍数基本与参数 R 无关。如果阻尼小于 0.035, 则 R 为 0.02~0.12 范围不能满足放大倍数小于 15 的要求。当 R 在 0.12~0.2, 阻尼在 0.01~0.035 之间, 放大倍数的等高线见图 5, 虚线所包围的范围为合理的参数范围。

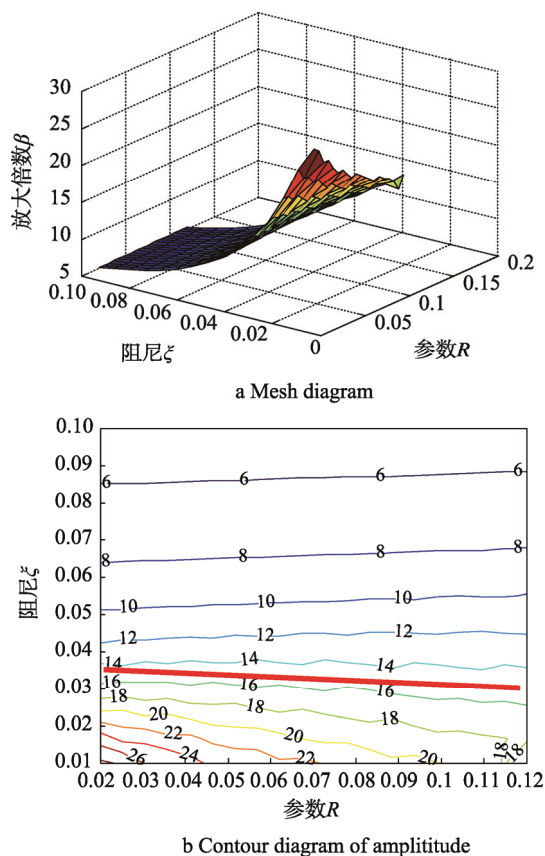


图 4 设计结果
Fig.4 Results of design

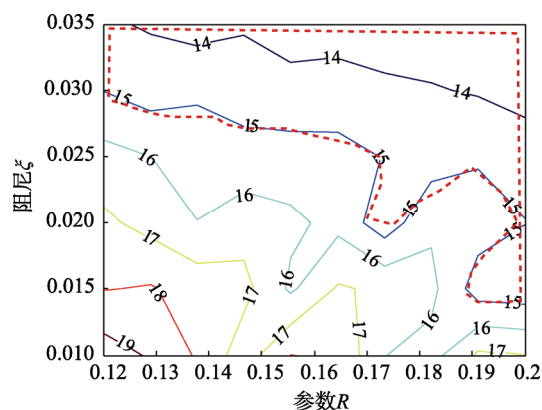


图 5 放大倍数的等高线
Fig.5 Contour diagram of amplitude ($R=0.12\sim0.2$)

4 结语

通过计算, 进行了无量纲参数 R 、阻尼系数对隔振系统的影响规律分析, 得到如下结论: 系统的非线性行为与线性系统隔振行为有具体的不同; 非线性系统不会出现放大倍数无穷大的情况; 阻尼对非线性系统与线性系统的影响规律并没有较大不同。

参考文献:

- [1] LU F D, LIU X J, GAO D. Compression Response of Composite Cushioning Materials in Series by Virtual Parameter Methods[J]. Packaging Technology and Science, 2015, 28(10): 901—914.
- [2] LU F D, GAO D. Quasi-static and Impact Responses of Multi-layered Corrugated Paperboard Cushion by Virtual Mass Method[J]. Packaging Technology and Science, 2014, 27(11): 867—881.
- [3] LU F D, TAO W M, GAO D. Virtual Mass Method for Solution of Dynamic Response of Composite Cushion Packaging System[J]. Packaging Technology and Science, 2013, 26(S1): 32—42.
- [4] 卢富德, 高德. 蜂窝纸板一维动态本构关系及应用[J]. 振动工程学报, 2016, 29(1): 38—44.
LU Fu-de, GAO De. One-dimension Constitutive Relationship and Its Application for Honeycomb Paperboard[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(1): 38—44.
- [5] 高德, 卢富德. 聚乙烯缓冲材料多自由度跌落包装系统优化设计[J]. 振动与冲击, 2012, 31(3): 69—72.
GAO De, LU Fu-de. Optimization Design of MDOF Package Cushioning System Made of Polyethylene[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(3): 69—72.
- [6] 陈思佳, 许富华, 阮丽, 等. 正矢波激励下简支印制电路板的跌落响应研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(4): 203—207.
CHEN Si-jia, XU Fu-hua, RUAN Li, et al. Dropping Response of Simple Supported PCB under Versine In-

- centive[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(4): 203—207.
- [7] 卢富德, 高德, 梁爱锋. 立方非线性双层包装在矩形方波冲击下破损边界曲线的研究[J]. 包装工程, 2008, 29(12): 7—10.
LU Fu-de, GAO De, LIANG Ai-feng. Study of Damage Boundary Curve of Cubic Non-linear Double Layer Package under Rectangular Pulse[J]. Packaging Engineering, 2008, 29(12): 7—10.
- [8] 高德, 卢富德. 考虑转动的双曲正切与正切组合模型缓冲系统冲击响应研究[J]. 振动工程学报, 2012, 25(1): 6—11.
GAO De, LU Fu-de. The Shock Response of Hyperbolic Tangent and Tangent Comprehensive Model on Cushion System Considering Rotary Motion[J]. Journal of Vibration Engineering, 2012, 25(1): 6—11.
- [9] 卢富德, 张绍云, 杜启祥. 发泡聚乙烯隔振性能研究[J]. 包装工程, 2011, 32(11): 1—4.
LU Fu-de, ZHANG Shao-yun, DU QI-XIANG. [J]. Packaging Engineering, 2011, 32(11): 1—4.
- [10] PARK J, KIM G, KIM H, et al. Characteristics of Vibration Transmissibility for Corrugated Paperboard[J]. Journal- Faculty of Agriculture Kyushu University, 2011, 56(2): 327—333.
- [11] GUO Y, XU W, FU Y, et al. Dynamic Shock Cushioning Characteristics and Vibration Transmissibility of X-PLY Corrugated Paperboard[J]. Shock & Vibration, 2014, 18(4): 525—535.
- [12] PARK J, HORVATH L, WHITE M S, et al. The Influence of Package Size and Flute Type of Corrugated Boxes on Load Bridging in Unit Loads[J]. Packaging Technology & Science, 2017, 30(1).
- [13] JIN N K, SIM J M, MIN J P, et al. Analysis and Modelling of Vibration Performance for Multi-layered Corrugated Structure[J]. Journal of Biosystems Engineering, 2013, 38(4): 327—334.
- [14] BATT G S, GIBERT J M, DAQAQ M. Small Strain Vibration of a Continuous, Linearized Viscoelastic Rod of Expanded Polymer Cushion Material[J]. Journal of Sound & Vibration, 2015, 349: 330—347.
- [15] LU F, ISHIKAWA Y, KITAZAWA H, et al. Effect of Vehicle Speed on Shock and Vibration Levels in Truck Transport[J]. Packaging Technology & Science, 2010, 23(2): 101—109.
- [16] PATERNOSTER A, CAMP J V, VANLANDUIT S, et al. The Performance of Beer Packaging: Vibration Damping and Thermal Insulation[J]. Food Packaging & Shelf Life, 2017, 11: 91—97.