

缓冲与隔振

基于改进后 Sherwood-Frost 本构模型对 EPE 冲击模拟

雷鹏¹, 付志强¹, 张蕾¹, 徐雅¹, 曹恩国²

(1.天津科技大学, 天津 300222; 2.江南大学, 无锡 214000)

摘要: **目的** 为了改进 Sherwood-Frost 本构模型, 提升 EPE 高速、大变形冲击仿真精度。**方法** 通过万能材料试验机对 EPE 进行静态压缩试验, 获得不同压缩速率下的应力-应变曲线, 结合热激活机制 Seeger 模型与反比例函数模型, 对 Sherwood-Frost 本构模型应变率项进行改进, 并用试验验证模型的可靠性; 基于改进后的 Sherwood-Frost 本构模型, 以 ABAQUS 软件为平台, 对 EPE 材料进行冲击模拟仿真, 并用试验数据验证仿真的准确性。**结果** 模拟仿真结果与试验数据吻合良好; 在冲击高度为 1200, 1300 mm 的条件下, 最大加速度误差分别为 6%, 2.03%。**结论** 改进后的 Sherwood-Frost 本构模型具有良好的可靠性; 基于该模型对 EPE 进行高速、大变形的冲击仿真, 准确性较高。

关键词: 发泡聚乙烯; Sherwood-Frost 本构模型; 冲击; 仿真

中图分类号: TB485.1 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2019)07-0032-06

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.07.005

EPE Impact Simulation Based on Improved Sherwood-Frost Constitutive Model

LEI Peng¹, FU Zhi-qiang¹, ZHANG Lei¹, XU Ya¹, CAO En-guo²(1.Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China;
2.Jiangnan University, Wuxi 214000, China)

ABSTRACT: The work aims to improve Sherwood-Frost constitutive model and improve the simulation accuracy of EPE impact with high speed and large deformation. Static compression tests were carried out on EPE with a universal material testing machine to obtain stress-strain curves at different compression rates. The strain rate terms of Sherwood-Frost constitutive model were improved by combining Seeger model of thermal activation mechanism with inverse proportional function model, and the reliability of the model was verified by experiments. The Sherwood-Frost constitutive model was used to simulate the impact of EPE materials on the ABAQUS software, and the accuracy of the simulation was verified by the test data. The improved constitutive model was in good agreement with the experimental data, and the maximum acceleration errors were 6% and 2.03% respectively at the impact height of 1200 mm and 1300 mm. The improved Sherwood-Frost constitutive model has good reliability, and the impact simulation of EPE with high speed and large deformation based on the model has good accuracy.

KEY WORDS: foamed polyethylene; Sherwood-Frost constitutive model; impact; simulation

由于发泡聚乙烯 (EPE) 具有良好的耐低温性能和耐腐蚀性能, 被广泛应用于易碎品、食品、军工、电子机械等行业的包装。EPE 材料的力学性能是包装

设计的重要依据, 因此, 国内外很多专家学者对其力学性能和本构关系进行了研究。Zhou^[1]通过试验表明, 聚合物泡沫的力学性能依赖于应变速率和温度。

收稿日期: 2018-12-02

基金项目: 国家自然科学基金 (51505191); 江苏省社会科学基金 (16ZHC003); 天津科技大学青年创新基金 (2016LG27)

作者简介: 雷鹏 (1993—), 男, 天津科技大学硕士生, 主攻包装动力学。

通信作者: 付志强 (1982—), 男, 博士, 天津科技大学讲师, 主要研究方向为运输包装数值模拟技术。

这表明泡沫材料是一种对应变率、温度敏感的材料,并提出了一种包含应变率和温度影响的弹塑性泡沫本构模型。Tateyama^[2]等对聚乙烯泡沫进行了不同速率的压缩试验,结果表明聚乙烯泡沫应变率敏感性受泡沫中气体流动的影响。Simon^[3]等采用先进测试技术表征了 $500\sim 2500\text{ s}^{-1}$ 应变率下发泡材料的力学性能,表明泡沫塑料的本构方程是体现材料力学性能的最佳方式。李俊^[4]等在压缩试验的基础上,基于 Sherwood-Frost 本构模型建立了低密度聚乙烯压缩条件下的本构方程。饶聪超^[5]等在试验的基础上,基于 Sherwood-Frost 本构模型建立了高密度聚乙烯拉伸条件下的本构方程。胡时胜等^[6]基于 Sherwood-Frost 本构模型,并考虑了密度 ρ 与应变 ε 的耦合,对其中的密度项进行了修正,将密度项 $G(\rho)$ 改写为 $G(\rho, \varepsilon)$,最后结合试验拟合了包括应变率效应的压缩本构关系。

随着有限元技术的发展,应用数值分析和计算机仿真来分析振动冲击已成为众多学者的研究热点。Aitor^[7]等基于 Perzyna 粘塑性本构模型,通过有限元软件对聚丙烯材料制品进行了冲击模拟,通过与试验的速度-时间曲线和载荷-时间曲线相对比来验证仿真的可靠性。Emanoil^[8]等基于 Abaqus/Explicit 软件,采用可压碎泡沫本构模型,在低速条件下(速度为 3.09 m/s)对室温下 7 种不同密度的闭孔硬质聚氨酯泡沫进行了动态冲击分析,得出密度对能量吸收的影响规律。随后将静态仿真结果与试验数据进行了对比,验证了静态条件下可压碎泡沫模型的可靠性。Ivañez^[9]等基于 ABAQUS 软件通过用户子程序建立了材料失效模型,并研究了夹层玻璃板、E 型玻璃纤维/聚酯面板和泡沫芯高速冲击后的失效响应,但未通过试验验证有限元分析的可靠性。雷鹏^[10]等基于 Johnson-Cook 本构模型,在低速、低应变条件下对 EPE 缓冲包装进行了冲击分析,并用试验证明了分析的准确性。在高速、大应变条件下,Johnson-Cook 本构模型会带来较大的误差。申展^[11]等在 Crushable Foam 模型的基础上定义了阻尼系数,采用 Ansys 软件对 EPE 缓冲件进行了冲击仿真模拟,由于添加了材料阻尼系数且测试跌落高度单一,因此未能证明 Crushable Foam 模型的普遍适用性。尽管许多专家学者运用有限元技术,在低速条件下对泡沫材料进行了大量研究,同时取得了一定成果,但在较高速率和大变形条件下的冲击仿真模拟还需进一步研究。

文中拟使用 Instron 材料试验机对 EPE 发泡材料的力学性能进行分析,并基于改进后的 Sherwood-Frost 本构模型,建立应力、应变、应变率三者之间的关系,为仿真分析提供准确的材料属性。随后以有限元软件 ABAQUS 为平台对 EPE 缓冲材料进行高速、大变形冲击仿真分析,该研究也将为重型包装件的跌落

和包装件的高速冲击分析提供参考。

1 EPE 材料性能测试

试验仪器主要有美国 instron 电子万能试验机(见图 1),产品编号为 3369,规格为 3 kN ,最大拉伸速率为 500 mm/min 。试验材料主要有尺寸为 $100\text{ mm}\times 100\text{ mm}\times 55\text{ mm}$,密度为 35 kg/m^3 的 EPE 缓冲垫。参照 GB/T 8168—2008《包装用缓冲材料静态压缩试验方法》在万能试验机上进行压缩测试,压缩速率分别为 $12, 100, 170, 200, 330, 500\text{ mm/min}$ 。EPE 压缩数据见图 2,压缩应变小于 0.05 时,应力-应变曲线具有线性特点,应变大于 0.05 时,应力-应变曲线具有非线性特点,这与文献[12]描述的发泡材料力学性能一致。此外,材料的力学性能随着压缩速率的增加而变化,压缩速率越高,强化效果越明显。



图 1 电子万能试验机

Fig.1 Electronic universal testing machine

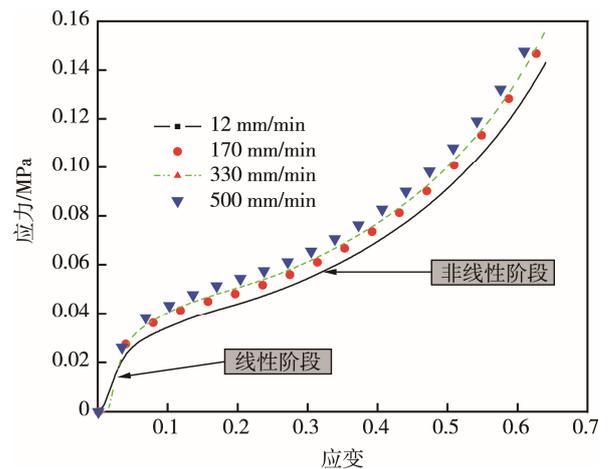


图 2 不同压缩速率下的应力-应变曲线

Fig.2 Stress-strain curves at different compression rates

2 EPE 本构模型的建立

2.1 建立 Sherwood-Frost 本构模型

Sherwood 等^[13]对聚氨酯泡沫压缩力学性能进行

研究时,在前人的基础上将密度和环境温度考虑进去,提出了比较全面的泡沫塑料本构关系框架。

$$\sigma_c = H(T)G(\rho)M(\epsilon, \dot{\epsilon})f(\epsilon) \tag{1}$$

式中: σ_c 为压缩应力; $H(T)$ 为温度影响项; $G(\rho)$ 为密度影响项; $M(\epsilon, \dot{\epsilon})$ 为应变率影响项; $f(\epsilon)$ 为形状函数,用来描述参考温度、参考密度、参考应变率条件下的应力-应变曲线; $\dot{\epsilon}$ 为任意压缩速率下的应变率。文中主要研究常温条件下同密度 EPE 的力学性能,因此只考虑应变率项 $M(\epsilon, \dot{\epsilon})$ 和形状函数 $f(\epsilon)$ 。Sherwood 等在研究应变率对高分子发泡材料力学性能的影响时,将应变率项定义为:

$$M(\epsilon, \dot{\epsilon}) = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right)^{n(\epsilon)} \tag{2}$$

$$n(\epsilon) = a + b\epsilon \tag{3}$$

式中: $\dot{\epsilon}_0$ 为参考应变率; a, b 为拟合参数。形状函数被定义为:

$$f(\epsilon) = \sum_{i=1}^n A_i \epsilon^i + B \tag{4}$$

式中: A_i 为形状函数拟合参数; B 为常量。由式(4)可知,随着 n 取值的增大,形状函数的精度会越高,但计算量也会随之增加。

2.1.1 形状函数的拟合

以常温、压缩速率为 12 mm/min 下的应力-应变数据为参考值,进行形状函数拟合。通过 Matlab 软件基于最小二乘法对形状函数进行拟合,最终结果见表 1。

表 1 形状函数拟合参数
Tab.1 Shape function fitting parameters

参数	数值
A_1	276.8
A_2	-846.6
A_3	1058
A_4	-687.3
A_5	244.4
A_6	-44.8
A_7	3.312
A_8	0.1647
B	-0.000 118 6

2.1.2 应变率项的拟合

根据 12 mm/min (准静态) 和 100 mm/min 压缩条件下的试验数据,基于最小二乘法对应变率项参数进行拟合。最小二乘法的原理如下:

$$Q_{\min} = \sum_{i=1}^n [\sigma_i - \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}\right)^{a+b\epsilon_i} f(\epsilon_i)]^2 \tag{5}$$

式中: $f(\epsilon_i)$ 为形状函数; σ_i 为速度 100 mm/min 压缩试验的真实应力; a, b 为拟合参数; Q_{\min} 为最小平

方和; $\dot{\epsilon}$ 为 100 mm/min 速度下的应变率; $\dot{\epsilon}_0$ 为 12 mm/min 速度下的应变率。根据应变率的求解公式可得出:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\Delta l}{l \times t} = \frac{v}{l} \tag{6}$$

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} = \frac{v}{v_0} = 8.33 \tag{7}$$

借助 Matlab 软件对参数 a, b 进行拟合,拟合结果为 $a=0.1589, b=-0.2743$ 。

2.2 本构模型的验证

对形状函数进行验证时,将 12 mm/min 压缩速率下的试验数据和形状函数拟合数据进行对比,对比结果见图 3。由图 3 可知,形状函数和参考应变率(12 mm/min)下的试验数据吻合度极高,这证明了形状函数的准确性。

在 100, 200 mm/min 条件下的拟合结果和试验数据对比见图 4—5。由图 4—5 可知,当应变大于 0.6 之后,本构方程拟合结果与试验数据差距逐渐增大。EPE 包装在跌落冲击环境中,经常出现大应变的变形,因此本构模型在大应变条件下的准确性直接影响 EPE 缓冲包装的设计与仿真分析。

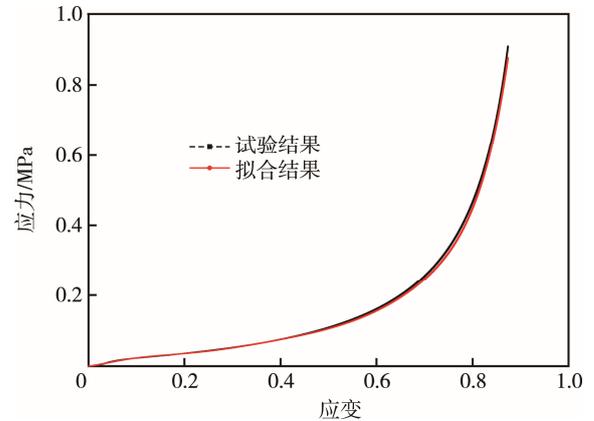


图 3 形状函数和试验数据的对比
Fig.3 Shape function and comparison of test data

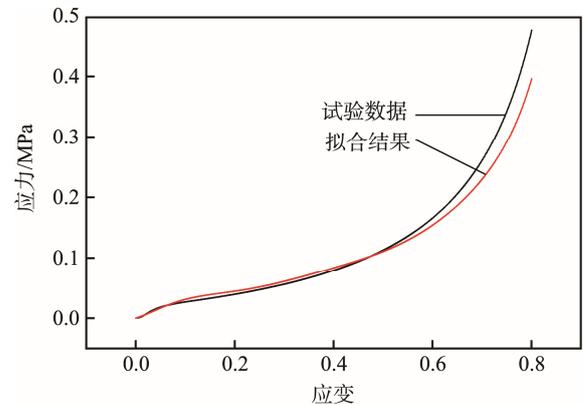


图 4 100 mm/min 条件下的拟合结果和试验数据对比
Fig.4 Comparison of fitting results and test data at 100 mm/min

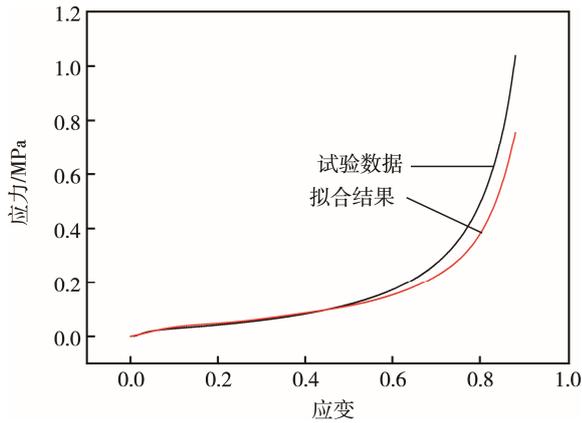


图 5 200 mm/min 条件下的拟合结果试验数据和对比
Fig.5 Test data and comparison of fitting results at 200 mm/min

2.3 本构模型的改进与验证

2.3.1 本构模型的改进

根据 12, 100 mm/min 条件下的应力-应变数据, 对应变率的影响进行量化分析。在相同应变下, 将 100 mm/min 速度下的应力和 12 mm/min 速度下的应力比值作为纵坐标, 应变作为横坐标, 作出曲线图, 见图 6。由图 6 可知, 当应变低于 0.025 时, 应力比值随应变的增大而增大; 当应变大于 0.025 时, 应力比值随应变的增大而减小, 最终趋于 1。

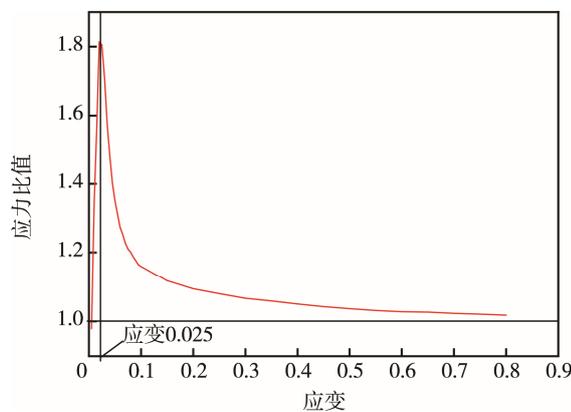


图 6 应力比值
Fig.6 Stress ratio

文中借助反比例函数的特点, 精确地描述应变率的影响。同时, 根据热激活机制 Seeger^[14]模型, 最终将应变率项改进为:

$$M(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \left[1 + \frac{c \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)}{\varepsilon} \right] \quad (8)$$

式中: c 为拟合参数; ε 为应变 ($\varepsilon > 0$); $\dot{\varepsilon}_0$ 为参考应变率; $\dot{\varepsilon}$ 为任意应变率 ($\dot{\varepsilon} > \dot{\varepsilon}_0$)。为了方便应变率项的拟合, 只考虑应变大于 0.025 后应变率的影响。通过 Matlab 软件进行应变率项的拟合, 拟合结果 $c=0.0086$, 最终的拟合精度对比见表 2。由表 2 可知,

改进后的应变率项拟合精度高于原模型, 因此最终的本构模型见式 (9)。

$$\sigma = \left[1 + \frac{c \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)}{\varepsilon} \right] \times \left(\sum_1^8 A_i \varepsilon^i + B \right) \quad (9)$$

表 2 应变率项拟合度比较

Tab.2 Comparison of fitting degrees of strain rate terms

应变率项	$\frac{c \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)}{1 + \frac{c \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)}{\varepsilon}}$	$\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^{a+bs}$
拟合度	0.9725	0.4852

2.3.2 改进后的本构模型验证

改进后本构模型的验证见图 7—8。改进应变率项后, 当应变大于 0.6 时, 拟合结果与试验数据吻合度良好, 这说明改进后的本构模型具有良好的可靠性。

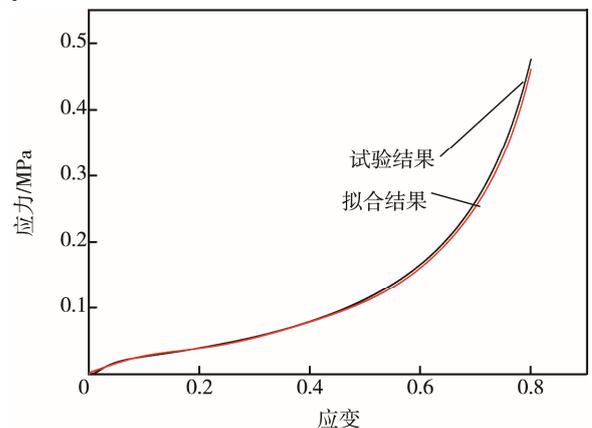


图 7 100 mm/min 条件下的拟合数据和试验结果对比
Fig.7 Comparison of fitting data and test results at 100 mm/min

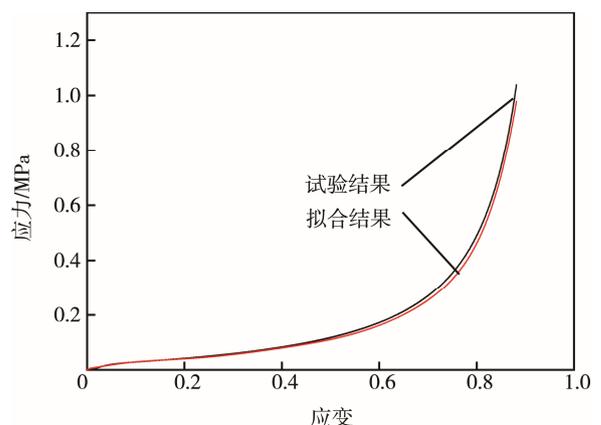


图 8 200 mm/min 条件下的拟合数据和试验结果对比
Fig.8 Comparison of fitting data and test results at 200 mm/min

3 有限元模型的建立

1) 建立三维模型。模型见图 9, 采用 SoliWorks

进行全尺寸建模，再导入 ABAQUS 软件中进行网格划分。单元类型定义为 C3D8R (8 节点 6 面体线性减缩积分单元)；上冲击板与下底板网格尺寸 (边长) 为 5 mm，EPE 网格尺寸 (边长) 为 2 mm，网格数量共计 74 800 个。

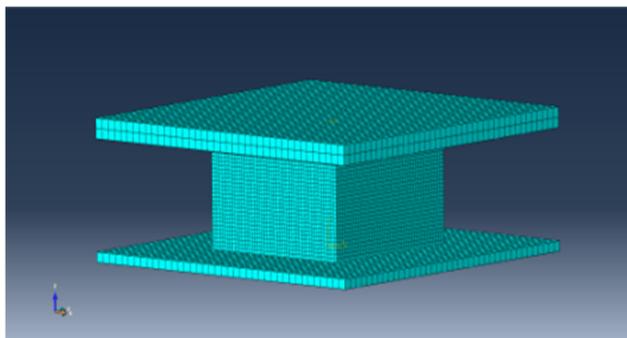


图 9 动态冲击模型
Fig.9 Dynamic impact model

2) 定义材料属性。冲击台和底座采用线弹性材料模型，冲击台的密度为 8525 kg/m³，弹性模量为 200 GPa；底座密度为 7850 kg/m³，弹性模量为 200 GPa。文中借用弹塑性材料模型去描述 EPE 的力学性能，线性阶段的弹性模量定义为 3 MPa，密度为 35 kg/m³，泊松比为 0.01^[15]。塑性阶段数据建立在本构模型的推导上，通过本构模型推导出不同应变率下的应力-应变曲线，再通过式 (10) 计算出塑性应变，最后将屈服应力和塑性应变数据输入 ABAQUS 中完成弹塑性材料模型的定义。

$$\varepsilon_{pl} = \varepsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (10)$$

式中： ε_{pl} 为塑性应变； ε 为总应变； σ 为屈服阶段应力； E 为材料弹性模量。

3) 定义边界条件。接触方式定义为“通用接触”，接触属性设置为法向“硬”接触，切向“无摩擦接触”。跌落高度为 1200 mm 和 1300 mm，由公式 $v = \sqrt{2gh}$ 得出，质量为 3.41 kg 的冲击台需要设定的速度分别为 4.85，5.05 m/s。

4 仿真结果与试验对比

4.1 试验设备与方法

试验设备见图 10，EPE 的跌落冲击试验在缓冲材料冲击试验机上进行，数据采集系统为 Lansmont 公司生产的 PCB 三向传感器，用于收集 EPE 冲击过程中的加速度-时间曲线等相关数据。试验材料为长、宽均为 100 mm，高为 55 mm，密度为 35 kg/m³ 的发泡聚乙烯 (EPE)。试验方法如下所述，将每个 EPE 试样进行 5 次冲击，最终采用 5 次数据的平均值；选取冲击高度为 1200，1300 mm，冲击台质量为 3.41 kg，

进行高速冲击测试。



a 缓冲材料冲击试验机



b 数据采集系统

图 10 缓冲材料冲击试验机和数据采集系统
Fig.10 Shock testing machine for buffer material and data acquisition system

4.2 仿真与试验对比

仿真与试验对比结果见图 11—12，跌落高度为 1200 mm 时，仿真结果的最大加速度为 73.303g，试验结果为 77.973g，误差为 6%；跌落高度为 1300 mm 时，仿真结果的最大加速度为 86.498g，试验结果最大加速度为 88.293g，误差为 2.03%。仿真误差均小于 10%，说明仿真结果具有良好的可靠性。

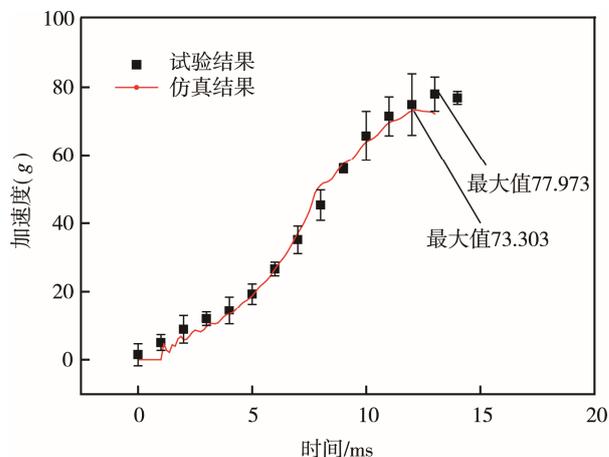


图 11 高度为 1200 mm 时仿真结果和试验对比
Fig.11 Simulation results and experimental comparison at 1200 mm altitude

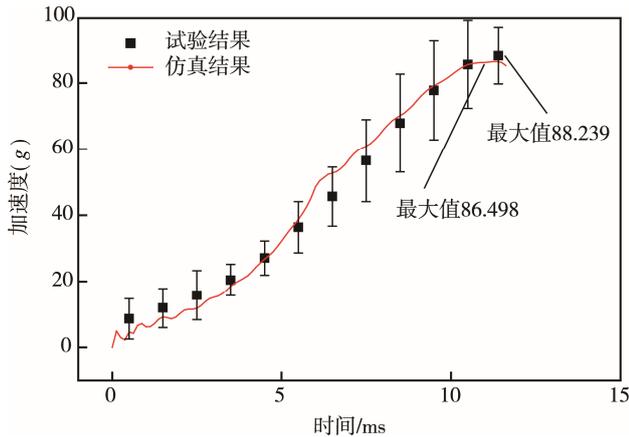


图12 高度为1300 mm时仿真结果和试验对比
Fig.12 Simulation results and experimental comparison at 1300 mm altitude

5 结语

1) 结合反比例函数模型与热激活机制 seeger 模型对应变率项进行改进后, Sherwood-Frost 本构模型能够更准确地描述 EPE 在不同压缩速率下的应力-应变数据。

2) 基于改进后的 Sherwood-Frost 本构模型, 对 EPE 进行高速、大变形冲击仿真分析, 仿真结果与试验数据具有良好的吻合性。这种方法也为高分子发泡材料的高速、大变形冲击仿真提供了参考价值。

参考文献:

- [1] ZHANG J, NOBORU K, VICTOR L. Constitutive Modeling of Polymeric Foam Material Subjected to Dynamic Crush Loading[J]. International Journal of Impact Engineering, 1998, 21(5): 369—386.
- [2] TATEYAMA K, YAMADA H, OGASAWARA N. Effect of Strain Rate on Compressive Properties of Foamed Polyethylene Film[J]. Polymer Testing, 2016, 52: 54—62.
- [3] SIMON O, DUANE C, MICHAEL W. Compressive Response of Polymeric Foams under Quasi-static, Medium and High Strain Rate Conditions[J]. Polymer Testing, 2006, 25: 731—743.
- [4] 李俊, 高德, 王振林. 低密度聚乙烯泡沫塑料压缩本构关系的研究[J]. 包装工程, 2008, 29(12): 25—26.
LI Jun, GAO De, WANG Zhen-lin. Study on Compressive Constitutive Relation of Low Density Polyethylene Foam Plastics[J]. Packaging Engineering, 2008, 29(12): 25—26.
- [5] 饶聪超, 姜献峰, 李俊源, 等. 高密度聚乙烯结构发泡塑料拉伸本构关系的研究[J]. 中国塑料, 2012, 26(7): 66—69.
RAO Cong-chao, JIANG Xian-feng, LI Jun-yuan, et al. Study on the Tensile Constitutive Relationship of High Density Polyethylene Structural Foaming Plastics[J]. China Plastics, 2012, 26(7): 66—69.
- [6] 胡时胜, 刘剑飞, 王梧. 硬质聚氨酯泡沫塑料本构关系的研究[J]. 力学学报, 1998(2): 23—28.
HU Shi-sheng, LIU Jian-fei, WANG Wu. Study on Constitutive Relationship of Rigid Polyurethane Foams[J]. Journal of Mechanics, 1998(2): 23—28.
- [7] AITOR A, RJKARDO P, ANE M Z, et al. Impact Testing and Simulation of a Polypropylene Component Correlation with Strain Rate Sensitive Constitutive Models in ANSYS and LS-DYNA[J]. Polymer Testing, 2010(29): 170—180.
- [8] EMANOIL L, DAN A S, LIVIU M, et al. Assessment of Collapse Diagrams of Rigid Polyurethane Foams under Dynamic Loading Conditions[J]. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2017(17): 457—466.
- [9] IVANEZ I, SANTIUSTE C, BARBERO E, et al. Numerical Modelling of Foam-cored Sandwich Plates Under High-velocity Impact[J]. Composite Structures, 2011(93): 2392—2399.
- [10] 雷鹏, 付志强, 张莉伟, 等. 基于 Johnson-cook 本构模型的 EPE 包装跌落冲击模拟[J]. 包装工程, 2018, 39(19): 70—74.
LEI Peng, FU Zhi-qiang, ZHANG Li-wei, et al. EPE Packaging Drop Impact Simulation Based on Johnson-cook Constitutive Model[J]. Packaging Engineering, 2018, 39(19): 70—74.
- [11] 申展, 陈东, 罗俊杰. 聚乙烯泡沫缓冲系统跌落冲击过载仿真分析[J]. 包装工程, 2016, 37(19): 128—131.
SHEN Zhan, CHEN Dong, LUO Jun-jie. Simulation Analysis of Drop Impact Overload of Polyethylene Foam Buffer System[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(19): 128—131.
- [12] CASTIGLIONI A, CASTELLANI L, CUDER G, et al. Relevant Materials Parameters in Cushioning for EPS Foams[J]. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, 2017, 534: 71—77.
- [13] SHERWOOD J A, FROST C C. Constitutive Modeling and Simulation of Energy Absorbing Polyurethane Foam[J]. Polymer Engineering Science, 1992, 32(16): 1138—1146.
- [14] 卢富德, 高德. 蜂窝纸板一维动态本构关系及应用[J]. 振动工程学报, 2016, 29(1): 38—44.
LU Fu-de, GAO De. One-dimensional Dynamic Constitutive Relation of Honeycomb Paperboard and Its Application[J]. Journal of Vibration Engineering, 2016, 29(1): 38—44.
- [15] 李俊. 发泡聚乙烯缓冲性能的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2010.
LI Jun. Study on Cushioning Properties of Foamed Polyethylene[D]. Hangzhou: ZheJiang University, 2010.