

串联式球面剪叉机构的运动学建模与轨迹规划

王秀娇, 李瑞琴, 樊晓琴, 郭旺旺

(中北大学 机械工程学院, 太原 030051)

摘要: **目的** 研究一种用于球体表面装饰的串联式球面剪叉机构的运动学性能与轨迹规划。**方法** 运用螺旋理论和修正的 Kutzbach-Grübler 公式计算机机构的自由度, 利用球面三角运算法则和坐标变换法, 建立串联式球面剪叉机构的运动学模型, 并采用 Denavit-Hartenberg (D-H) 四元数法对机构进行正运动学和逆运动学的求解, 利用 Matlab 软件进行机构的工作空间求解, 利用 SolidWorks 动态仿真法对机构进行轨迹规划, 并进行运动性能分析。**结果** 通过实例得出了机构在球面上按给定轨迹运行时的运动规律与实际规划轨迹的运动规律性能相符。**结论** 串联式球面剪叉机构具有工作空间大、运动灵活、运动性能良好等优点, 适用于在球体外包装表面上雕刻、喷绘以及其他相关应用领域。

关键词: 球面机构; 剪叉机构; 运动学; D-H 四元数法; 轨迹规划

中图分类号: TB486; TH112 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2019)07-0162-06

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.07.024

Kinematics Modeling and Trajectory Planning of Series Spherical Scissors Mechanism

WANG Xiu-jiao, LI Rui-qin, FAN Xiao-qin, GUO Wang-wang

(School of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

ABSTRACT: The work aims to study the kinematic performance and trajectory planning of a series spherical scissors mechanism used in spherical surface decoration. The degree of freedom of the mechanism was calculated by screw theory and modified Kutzbach-Grübler formula. The kinematics model of the series spherical scissors mechanism was established by spherical triangle operation rule and coordinate transformation method. The forward kinematics and inverse kinematics of the mechanism were solved by Denavit-Hartenberg (D-H) quaternion method. The workspace of the mechanism was solved by Matlab software. The trajectory planning of the mechanism was simulated by SolidWorks dynamic simulation method and the kinematic performance was analyzed. Through the example, the kinematic performance of the mechanism running according to a given trajectory on the sphere was proved to be consistent with that according to actual planned trajectory. The mechanism has the advantages of large workspace, flexible movement and good motion performance and is suitable for engraving and spray painting on the spherical surface, and other related application fields.

KEY WORDS: spherical scissors mechanism; kinematics; D-H quaternion method; trajectory planning

球面机构的特点是转动副轴线汇交于一点, 球面机构始终围绕球心转动, 且机构上的各点始终在球面上运动^[1-2]。Mira 等^[3]提出了一种基于可展开剪叉式

棚屋, 进行了结构设计、有限元分析, 且实验验证了该机构的可行性。Kocabas^[4]采用投影法分析了单自由度球面平行四边形机构的空间运动特性, 结果证明

收稿日期: 2018-12-03

基金项目: 山西省重点研发计划 (201803D421027, 201803D421028); 先进制造技术山西省重点实验室基金项目 (XJZZ201702)

作者简介: 王秀娇 (1993—), 女, 中北大学硕士生, 主攻康复机器人机构。

通信作者: 李瑞琴 (1964—), 女, 中北大学教授、博导, 主要研究方向为康复机器人机构。

可作为夹持机构。球面剪叉机构作为球面机构的一种具有可展性好、组合方便等特点,已用于肩关节康复、建筑、桥梁设计等领域^[5-8]。

李端玲^[9]、Bai^[10]、刘伟等^[11]从不同角度研究了球面剪叉机构的运动特性。李端玲等研究了任意个球面剪叉机构构成的球面可展机构的运动特性,开发了此类可展机构的通用运动学分析软件,实现对机构运动学的自动分析。Bai 等研究了双平行四边形串联球面机构,采用 D-H 法对其进行了运动学分析。刘伟等通过改变 5R 机构尺寸和位置实现重构,利用旋量理论对机构进行运动学分析。

文中采用一种串联式球面剪叉机构用于球面图案的雕刻与喷绘,对其进行运动学分析和 workspace 求解,给出应用实例,对机构进行轨迹规划及运动性能分析^[12]。

1 串联式球面剪叉机构的自由度特性

串联式球面剪叉机构由 2 个球面四边形和一个末端杆串联组成,见图 1。2 个球面四边形与基座通过转动副连接。交叉弧形杆的杆长是其余弧形杆杆长的 2 倍,所有弧形杆通过转动副连接,且所有转动副的转动轴线都交于一点,即球心。机构的所有点都在球面上运动。

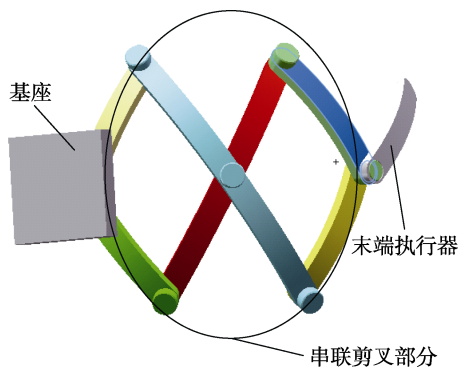


图 1 串联式球面剪叉机构构型
Fig.1 Configuration of the series spherical scissors mechanism

建立串联式球面剪叉机构的螺旋坐标系,见图 2。 z 轴沿与基座连接的杆件的转动副轴线方向。

由螺旋理论可得,中间 2 个串联剪叉机构的反螺旋:

$$\begin{cases} \mathbf{S}_1^r = (1 & 0 & 0; 0 & 0 & 0) \\ \mathbf{S}_2^r = (0 & 1 & 0; 0 & 0 & 0) \\ \mathbf{S}_3^r = (0 & 0 & 1; 0 & 0 & 0) \end{cases} \quad (1)$$

由反螺旋可知,机构分别沿 3 个坐标轴的移动自由度被约束。采用修正的 Kutzbach-Grübler 公式^[13]计算机机构的自由度 M , 即:

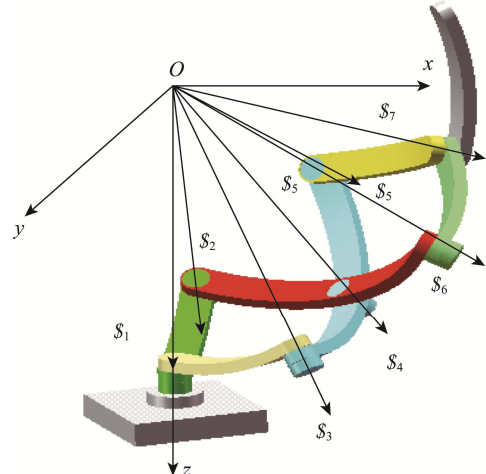


图 2 运动螺旋
Fig.2 Kinematic screw

$$M = d(n - g - 1) + \sum_{i=1}^g f_i + \nu - \xi = 1 \quad (2)$$

式中: d 为机构的阶数; n 为机构的构件数目; g 为运动副数目; f_i 为第 i 个运动副的自由度数目; ν 为冗余自由度数目; ξ 为局部自由度数目。

结合剪叉机构的运动特性可知,机构只有一个绕通过球心的轴线的转动自由度,且该轴线垂直始终末 2 点连线圆弧所在的平面。除此之外,机构还包括一个串联球面机构整体绕通过基座连接转动副轴线转动的自由度和末端杆绕末端连接转动副的转动自由度,因此该串联机构一共有 3 个转动自由度。

2 串联式球面剪叉机构的运动学分析

2.1 正向运动学分析

由于串联式球面剪叉机构与单个剪叉机构的运动特性完全相同,所以取单个剪刀机构进行运动学分析。记弧形杆对应的圆心角为 α , 杆件关节角记为 φ_i ($i=1, 2, 3, 4$), 3 个转动对应的输入角为 θ_i ($i=1, 2, 3$), 方向定义为顺时针为负, 逆时针为正。以过球体球心的横截面为参考面(图 3 中灰色部分)。根据 Querfelli 和 Kumar^[14]证明的方法建立如图 3 所示的连杆坐标系,以球心 O 为坐标原点,建立固定坐标系 $O-x_0y_0z_0$, 建立各杆件的动坐标系 $O-x_iy_iz_i$, z_i ($i=1, 2, 3, 4$) 轴与杆件左侧转动副轴线重合, x_i ($i=1, 2, 3, 4$) 轴垂直于弧形杆所在圆弧面。相应的 Denavit-Hartenberg (D-H) 参数见表 1。

记串联机构末端杆的坐标系为 $\{A\}$, 坐标系 $\{A\}$ 中的矢量记为 ${}^A\mathbf{P}$, 用四元数^[15]表示为 ${}^A\mathbf{P}$, 在固定坐标系 $O-x_0y_0z_0$ 中表示为 ${}^O\mathbf{P}$ 。

由于只有旋转变换,则由 D-H 四元数法表示机构的运动学方程式为:

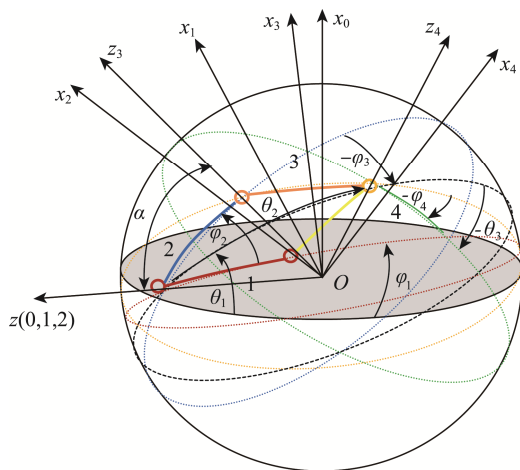


图3 连杆坐标系

Fig.3 Coordinate systems of the connecting rod

表1 机构的 D-H 参数
Tab.1 D-H parameters of the mechanism

弧形杆 i	α_{i-1}	φ_i
1	0	φ_1
2	0	φ_2
3	α	$-\varphi_2$
4	α	$-\varphi_4$

$${}^O\mathbf{P} = \mathbf{r}_{OA} {}^A\mathbf{P}\tilde{\mathbf{r}}_{OA} = \mathbf{r}_{O4} {}^4\mathbf{P}\tilde{\mathbf{r}}_{O4} = \mathbf{r}_{O4} = \mathbf{r}_{O4} = a + bi + cj + dk \quad (3)$$

由于姿态方程是由旋转变换得到, 旋转变换 $\mathbf{r}_{om}$ 足以确定末端姿态, 因此, 可将姿态方程 (3) 简化为:

$$\begin{aligned} {}^O\mathbf{P} = \mathbf{r}_{O4} = {}^{x_0}\mathbf{r}_{01} {}^{z_1}\mathbf{r}_{12} {}^{x_2}\mathbf{r}_{23} {}^{z_3}\mathbf{r}_{34} {}^{x_4}\mathbf{r}_{44} = \\ \left(\cos \frac{\alpha_0}{2} + i \cdot \sin \frac{\alpha_0}{2} \right) \left(\cos \frac{\varphi_1}{2} + k \cdot \sin \frac{\varphi_1}{2} \right) \cdot \\ \left(\cos \frac{\alpha_1}{2} + i \cdot \sin \frac{\alpha_1}{2} \right) \cdot \left(\cos \frac{\varphi_2}{2} + k \cdot \sin \frac{\varphi_2}{2} \right) \cdot \\ \left(\cos \frac{\alpha_2}{2} + i \cdot \sin \frac{\alpha_2}{2} \right) \left(\cos \frac{\varphi_3}{2} + k \cdot \sin \frac{\varphi_3}{2} \right) \cdot \\ \left(\cos \frac{\alpha_3}{2} + i \cdot \sin \frac{\alpha_3}{2} \right) \left(\cos \frac{\varphi_4}{2} + k \cdot \sin \frac{\varphi_4}{2} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: i, j, k 为四元数的虚部。

式 (4) 整理得:

$$\begin{aligned} {}^O\mathbf{P} = \left(\cos \frac{\varphi_1}{2} + k \cdot \sin \frac{\varphi_1}{2} \right) \left(\cos \frac{\varphi_2}{2} + k \cdot \sin \frac{\varphi_2}{2} \right) \cdot \\ \left(\cos \frac{\alpha}{2} + i \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \left(\cos \frac{-\varphi_2}{2} + k \cdot \sin \frac{-\varphi_2}{2} \right) \cdot \\ \left(\cos \frac{\alpha}{2} + i \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \right) \left(\cos \frac{-\varphi_4}{2} + k \cdot \sin \frac{-\varphi_4}{2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

经计算, 得出末端姿态的四元数表示为:

$$\begin{aligned} {}^O\mathbf{P} = \cos \alpha \cos \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_4) + \\ \left[\sin \alpha \left(\cos \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_4) + \cos^2 \left(\frac{\varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1}{2} \sin \alpha \frac{\varphi_4}{2} \right) \right) \right] i + \\ \sin \alpha \left[\cos \frac{\varphi_1}{2} \sin^2 \frac{\varphi_2}{2} \sin \alpha \frac{\varphi_4}{2} - \sin \alpha \left(\frac{\varphi_1}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_4}{2} \right) \right] j + \\ \left[\cos \alpha \sin \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_4) \right] k \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 逆运动学分析

运动学逆解是已知末端杆姿态求各杆件关节角 φ_i ($i=1,2,3,4,5$), 即姿态方程:

$${}^O\mathbf{P} = \mathbf{r}_O = \mathbf{r}_{O4} = a + bi + cj + dk \quad (7)$$

式 (7) 中实部与虚部对应相等, 可得:

$$\begin{cases} a = \mathbf{r}_1(\varphi_1, \varphi_2, -\varphi_2, \varphi_4) \\ b = \mathbf{r}_2(\varphi_1, \varphi_2, -\varphi_2, \varphi_4) \\ c = \mathbf{r}_3(\varphi_1, \varphi_2, -\varphi_2, \varphi_4) \\ d = \mathbf{r}_4(\varphi_1, \varphi_2, -\varphi_2, \varphi_4) \end{cases} \quad (8)$$

即:

$$\begin{cases} a = \cos \alpha \cos \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_4) \\ b = \sin \alpha \left(\cos \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_4) + \cos^2 \frac{\varphi_2}{2} \cos \frac{\varphi_1}{2} \sin \frac{\varphi_4}{2} \right) \\ c = \sin \alpha \left[\cos \frac{\varphi_1}{2} \sin^2 \frac{\varphi_2}{2} \sin \frac{\varphi_4}{2} - \sin \left(\frac{\varphi_1}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_4}{2} \right) \right] \\ d = \cos \alpha \sin \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_4) \end{cases} \quad (9)$$

由式 (9) 可得运动学逆解。

由图 3 各杆件之间的关系及球面三角形原理, 可得:

$$\begin{cases} \theta_1 = \varphi_1 + \frac{\varphi_2}{2} \\ \theta_2 = \arccos[\cos \alpha \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos(\pi - \varphi_2)] \\ \theta_3 = \varphi_4 + \frac{\varphi_2}{2} \end{cases} \quad (10)$$

2.3 工作空间分析

串联式球面剪叉机构的工作空间是指末端杆参考点能够到达的点的集合。当驱动杆在一定的角度范围内运动时, 机构的工作空间为球面的一部分, 实际应用中, 是需要考虑各种干涉条件, 以求得干涉条件下的工作空间。给定机构的结构参数及运动参数见表 2。

在 Matlab 中进行编程得到机构的工作空间, 见图 4。

表 2 机构的结构参数及运动参数
Tab.2 Structure parameters and kinematic parameters of the mechanism

弧形杆 半径 r/mm	弧形杆对应的 圆心角 $\alpha/(\text{^\circ})$	输入变量 θ_1 的 运动范围/rad	输入变量 θ_2 的 运动范围/rad	输入变量 θ_3 的 运动范围/rad
60	35	$[0, 2\pi]$	$[\pi/9, 2/3\pi]$	$[0, \pi]$

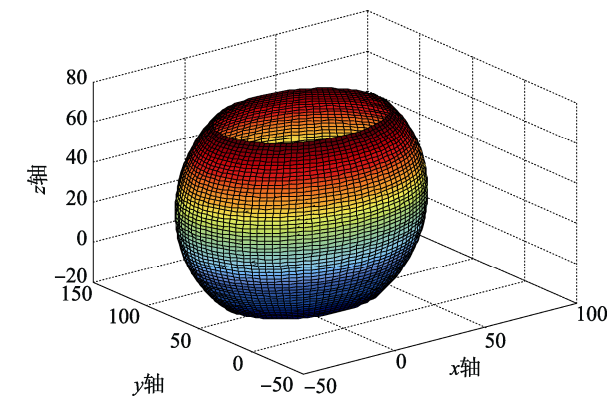


图 4 机构的工作空间
Fig.4 Workspace of the mechanism

由图 4 可以看出，球面剪叉机构的工作空间是以弧形杆为半径球体上的一部分。通过改变输入参数 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 可改变机构末端执行器所达工作空间的位置。

3 轨迹规划及仿真分析

3.1 轨迹规划

通过 SolidWorks 在机构的工作空间内绘制球体上的五角星轨迹，并将轨迹矢量化获得轨迹的数据点，将数据导入到 Matlab 软件通过编程得到所规划的球面轨迹，见图 5。

在 SolidWorks 中建立机构的三维模型，将轨迹数据点制作成 SolidWorks 中 Motion 模块的数据点驱动文件，直接驱动机构末端执行器参考点即刻刀位置，完成目标轨迹的绘制，见图 6。

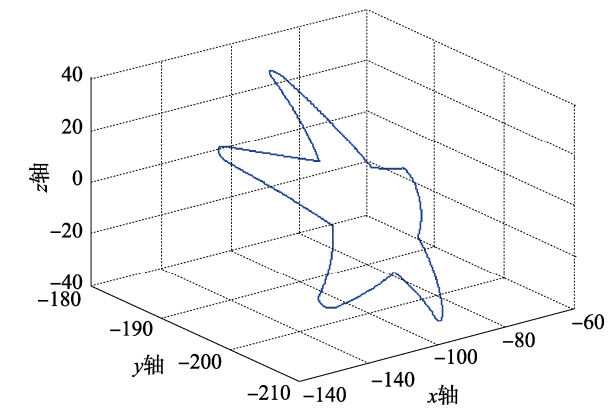
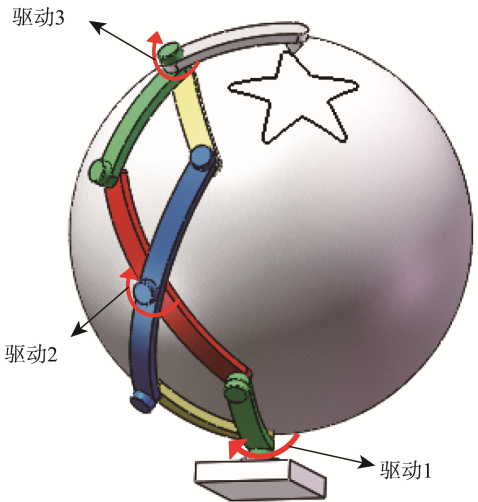
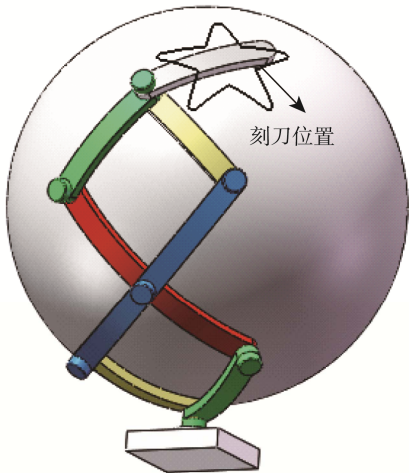


图 5 球面五角星轨迹
Fig.5 Spherical pentagram trajectory



a 机构的初始位置



b 机构运行14 s时的位置

图 6 运动轨迹
Fig.6 Motion trajectory

3.2 仿真结果分析

由于机构走过五角星中 5 个角时的运动规律相同,所以取 14 s之内末端杆画过五角星的第 1 个角(即从图 6a 位置运行到图 6b 位置对应的角)时的角位移、角速度和角加速度的运动性能变化规律进行分析,见图 7。由图 7 可以看出,角位移曲线与 14 s 内的轨迹曲线完全吻合; 4 s 时机机构处于五角星的一个角的拐点,角速度和角加速度也有相应的变化,由此验证了机构运动的正确性以及机构的灵活性较好,能够适应较为复杂的图案。

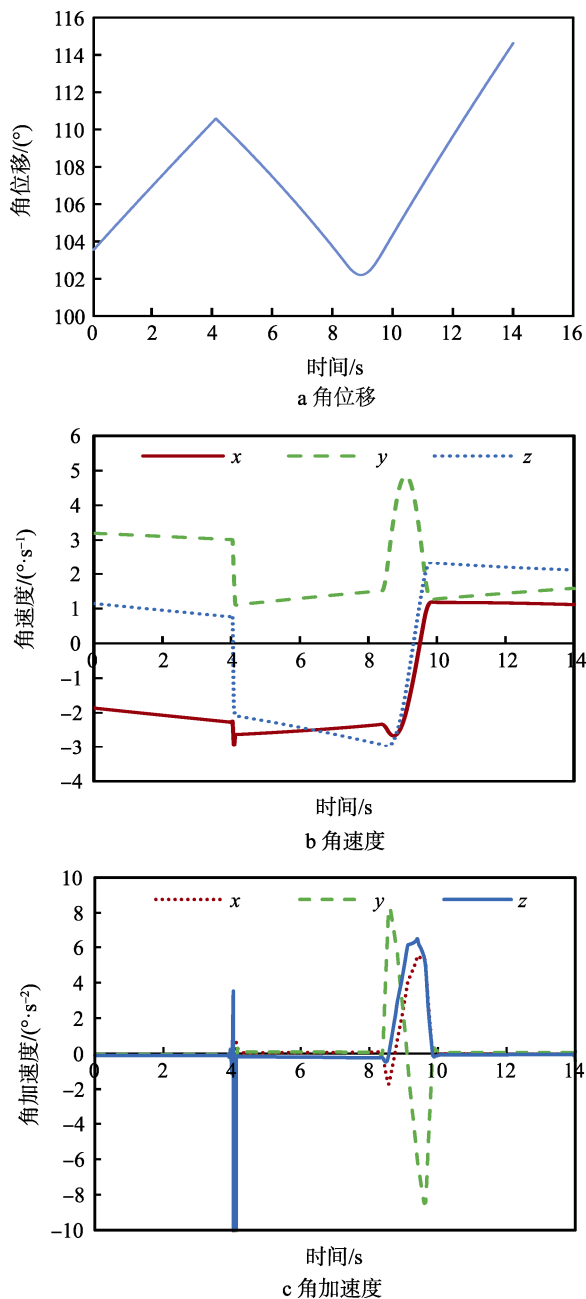


图7 串联式球面剪叉机构的运动学变化规律
Fig.7 Kinematics results of the series spherical scissors mechanism

4 结语

串联式球面剪叉机构具有结构简单、可展性好且可以多级串联的优势。基于 D-H 四元数法对机构进行了正逆运动学分析。通过 Matlab 编程求得机构的工作空间。基于机构的运动特性,以五角星图案为实例,对机构进行了轨迹规划。应用 SolidWorks 软件对机构进行角位移、角速度、角加速度仿真。结果表明,串联式球面剪叉机构运动灵活、工作空间大,适合于在球体外表面上雕刻、喷绘图案的实际应用中。

参考文献:

- [1] 梁世杰, 李瑞琴, 孟宏伟, 等. RPR/RRPR 球面并联机构的建模与工作空间分析[J]. 包装工程, 2017, 38(23): 128—132.
LIANG Shi-jie, LI Rui-qin, MENG Hong-wei, et al. Modeling and Workspace Analysis of RPR/RRPR Spherical Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(23): 128—132.
- [2] 赵建文, 宋胜涛, 李瑞琴, 等. 2-RPR+RRP 球面混联机构的可达工作空间研究[J]. 机械传动, 2017, 41(1): 24—27.
ZHAO Jian-wen, SONG Sheng-tao, LI Rui-qin, et al. Research of Reachable Workspace of 2-RPR+RRP Spherical Hybrid Mechanism[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2017, 41(1): 24—27.
- [3] MIRA L A, THRALL A P, TEMMERMAN N. Deployable Scissor Arch for Transitional Shelters[J]. Automation in Construction, 2014, 43(1): 123—131.
- [4] KOCABAS H. Gripper Design With Spherical Parallelogram Mechanism[J]. Journal of Mechanical Design, 2009, 131(1): 1—9.
- [5] 杨毅, 丁希仑. 剪式单元可展机构静力学分析与拓扑优化设计[J]. 中国机械工程, 2010, 21(2): 184—189.
YANG Yi, DING Xi-lun. Analysis and Topology Optimization of Deployable Mechanism Based on Pantograph[J]. China Mechanical Engineering, 2010, 21(2): 184—189.
- [6] ALEGRIA M L, FILOMENO C R, THRALL A P, et al. Parametric Evaluation of Deployable Scissor Archs[J]. Engineering Structures, 2015, 99: 479—491.
- [7] ALEGRIA M L, THRALL A P, TEMMERMAN N D. Deployable Scissor Arch for Transitional Shelters[J]. Automation in Construction, 2014, 43: 123—131.
- [8] CASTRO M N, RASMUSSEN J, ANDERSEN M S, et al. A Compact 3-DOF Shoulder Mechanism Constructed with Scissors Linkages for Exoskeleton Applications[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 132: 264—278.
- [9] 李端玲, 张忠海, 于振. 球面剪叉可展机构的运动特性分析[J]. 机械工程学报, 2013, 49(13): 1—7.
LI Duan-ling, ZHANG Zhong-hai, YU Zhen. Kinematic Characteristic Analysis of Spherical Scissors Deployable Mechanisms[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(13): 1—7.
- [10] BAI Shao-ping, CHRISTENSEN S, ISLAM M R U. An Upper-body Exoskeleton with a Novel Shoulder Mechanism for Assistive Applications[C]// 2017 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Munich, Germany, 2017, 978: 2159—6255.
- [11] 刘伟, 曹亚斌, 张洪军, 等. 一种新型可重构 5R 机构的运动学分析[J]. 包装工程, 2018, 39(7): 157—161.

- LIU Wei, CAO Ya-bin, ZHANG Hong-jun, et al. Kinematics Analysis of a New Reconfigurable 5R Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2018, 39(7): 157—161.
- [12] 宋涛, 王乐炯, 杨丽萍. 四自由度串联机器人运动学仿真分析[J]. 煤矿机械, 2017, 38(1): 43—45.
- SONG Tao, WANG Le-jiong, YANG Li-ping. Kinematics Simulation Analysis of 4-DOF Serial Robot[J]. Coal Mine Machinery, 2017, 38(1): 43—45.
- [13] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学(第2版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Advanced Spatial Mechanism (2 Edition)[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014.
- [14] OUFERELLI M, KUMAR V. Optimization of a Spherical Five-bar Parallel Drive Linkage[J]. Journal of Mechanical Design, 1994, 116(1): 166—173.
- [15] 李臻. 球面机构运动学[M]. 武汉: 武汉工业大学出版社, 1997.
- LI Can. Kinematics of Spherical Mechanisms[M]. Wuhan: Wuhan University of Technology Press, 1997.