基于瓦楞辊齿廓啮合理论的运动学方程

陈水胜,孔加超,陈梦婷,周世棠

(湖北工业大学 机械工程学院,武汉 430068)

摘要:目的 为了优化瓦楞辊的齿形结构,研究瓦楞辊各齿廓啮合点的运动学方程,并对其啮合非线性 方程组求解,得到运动学分析图谱。方法 利用微分几何和相对运动学原理建立齿廓函数,采用加权拟 牛顿法,并编制相应计算程序,对各齿廓啮合点运动学方程进行求解。结果 通过计算实例,将 U,V 和 UV 型瓦楞辊各类楞型的原始参数代入啮合方程计算,得到一一对应的运动学性能分析图谱。该图谱 显示瓦楞纸板成型时,瓦楞辊齿廓啮合引起的中心距变化规律一致,仅是对称于不同的分度角坐标轴, 满足传动比 *i=q*₂/*q*₁=-1,且满足齿形侧楞平行条件,*q*₂-*q*₁=180°,即两切线平行时为啮合的交替点。结 该图谱揭示了楞型尺度参数与瓦楞辊工作时转角速度、中心距变化加速度和位移的关系,并能评价 各类楞型运动性能的优劣,给瓦楞辊的设计制造与误差分析提供了依据,特别是为其运动学、动力学和 加工原理分析奠定了理论基础。

关键词:瓦楞辊;啮合;加权拟牛顿法;运动学方程;楞型;图谱;尺度参数 中图分类号:TB486 文献标识码:A 文章编号:1001-3563(2019)07-0168-06 DOI:10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.07.025

Kinematics Equation Based on the Tooth Profile Meshing Theory of Corrugated Roller

CHEN Shui-sheng, KONG Jia-chao, CHEN Meng-ting, ZHOU Shi-tang

(School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China)

ABSTRACT: The work aims to study kinematics equations of tooth profile meshing point and solve the nonlinear equations of meshing to obtain the analysis diagram of kinematics performance in the optimization of corrugated roller tooth structure. Based on differential geometry and principle of relative kinematics, the tooth profile functions were established and the Weighed Quasi Newton method was used to solve the kinematics equations of tooth profile meshing point with the calculation program. Through the calculation example, the original parameters of U, V and UV corrugated rollers were substituted into the meshing equation for calculation, and the analysis diagram of kinematics performance was obtained. The diagram showed that the variation of center distance caused by the meshing of the tooth profile of corrugated roller was consistent when the corrugated board was formed and was only symmetric on the different indexing angle coordinate axis and in conformity with transmission ratio, $i=\varphi_2/\varphi_1=-1$ and the parallel conditions of side-corrugated tooth profile: $\varphi_2-\varphi_1=180^\circ$, namely the meshing alternating points when the two tangents were parallel. The diagram reveals the relation between corrugated scale parameters with the angular velocity of the corrugated roller at work, acceleration and displacement of variation in center distance and evaluates the kinematic performance of various types of corrugated rollers, thus providing the basis for error analysis and design calculation of corrugated roller, and laying a theoretical foundation for the analysis of kinematics, dynamics and machining principle specially.

收稿日期: 2018-12-24

KEY WORDS: corrugated roller; mesh; weighted quasi Newton method; kinematics equation; corrugated type; diagram; corrugated scale parameters

现在商业上使用的装运容器,最普通的是瓦楞纸 箱[1]。瓦楞纸箱占包装的80%,今年中国瓦楞箱纸年 产量为 4000 余万 t, 瓦楞纸板生产线有 2000 余条, 最高车速为 200~250 m/min, 最低车速为 30~ 80 m/min^[2-3]。单面瓦楞机是生产瓦楞纸板的核心机 器,瓦楞辊是单面瓦楞机的心脏^[4]。瓦楞辊的齿形(楞 型)、精度和刚度直接影响到机器的性能和瓦楞纸的 产品质量,如振动、噪声和断楞等。目前为止,国内 外有关瓦楞纸板机的研究论文、资料公诸于众的甚 少,齿廓函数和啮合方程相关论文较少[5]。就齿形而 言,国内争议也很大,主要存在是"准渐开线齿廓"、 "复合曲线齿廓"等说法,自然在制造原理上就各行其 说了[6-7]。主要的制造方法有滚齿、仿型强行磨削和 先范成滚齿再仿型磨削等[8]。研究瓦楞辊的啮合运 动规律及磨损(寿命)^[9],以及动力学是十分重要的 任务。

由于瓦楞纸板成型时,其楞型是由瓦楞辊齿形决 定的,因此,笔者在已建立的瓦楞辊齿廓函数和啮合 方程的理论研究之上,通过借助电子计算机编程,对 瓦楞辊的啮合非线性方程组运用拟牛顿法^[10],对啮合 点进行加权求解。文中分别就齿形 U, V, UV 型(瓦 楞纸型 A, B, E 型)具体参数进行运动学分析,得 出一一对应的齿形工作运动性能分析图谱;再从这族 图谱中优化综合瓦楞辊的最佳齿形(楞型)尺度参数 与运动参数的相互影响^[11—12],为瓦楞辊的设计与制 造奠定理论基础。

1 齿廓啮合运动学方程

要建立齿廓啮合运动学方程,首先要描述瓦楞辊 的标准参数及齿廓坐标,建立齿廓方程。然后根据啮 合理论及瓦楞纸成型时的啮合约束条件,依此确立两 瓦楞辊的啮合关系,可得到一对瓦楞辊共轭曲线的多 点啮合方程^[13]。该运动方程揭示了辊齿啮合的运动规 律以及运动参数的关系,描述了楞型尺度参数与齿廓 啮合运动速度、加速度和位移的相互关系。

该非线性多点啮合方程所描述的楞纸成型时各 个啮合点的运动情况、辊齿顶弧和齿沟弧以及各个啮 合点的起始参数见图 1—5,瓦楞纸在压力辊的辅助 作用压力下,经过主动瓦楞辊与被动瓦楞辊的齿形啮 合而成型,其啮合情况见图 1。

辊齿啮合参数及其齿廓坐标见图 2。图 2 中,坐 标原点(*O*)为瓦楞辊 1 的中心点, *y* 轴是瓦楞主动 辊 1 和瓦楞被动辊 2 的中心连线,再以此中心连线的 垂线作为 *x* 轴,以便建立齿廓方程。其中, $\overline{e_1}$, $\overline{e_2}$ 分 别为 *x* 轴、*y* 轴的单位矢量; *r*₁, *r*₂为圆 *O*₁, *O*₂的半 径; *K*₁, *K*₂分别为圆 *O*₁、圆 *O*₂上任一点; $\overline{p_1}$, $\overline{p_2}$ 分别为点 K_1 , K_2 的矢径; δ_1 , δ_2 为 $\overline{e_1}$ 分别到点 K_1 , K_2 的相角; $\overline{R_1}$, $\overline{R_2}$ 为圆心 O_1 , O_2 的矢径; P_1 , P_2 为圆 O_1 、 O_2 的切点; K_p 为内公切线 P_1P_2 上任一点; \overline{p} 为点 K_p 的矢径。



Fig.2 Schematic diagram of meshing

齿廓参数见图 3。其中 R₁为齿顶圆弧中心圆半 径, r₁为顶圆弧半径, R₂为齿沟圆弧中心圆半径, r₂为沟圆弧半径, z为齿数。两直线为顶弧与沟弧的内 公切线,组成辊的楞型,而顶沟弧半径、楞高和齿数 确定楞型,上述参数的不同确定瓦楞纸的楞型。

部分齿廓曲线图见图 4, 其中 *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* 为各曲线交点,曲线段 Γ₁, Γ₅ 为顶弧,对应圆心为 *A*, *D*; Γ₋₁, Γ₃ 为沟弧,对应圆心为 *C*, *B*; Γ₀, Γ₂, Γ₄ 为顶、沟弧圆的内公切线。

在辊 1、辊 2 分别建立动标架 $\sigma^{(1)}$ 和 $\sigma^{(2)}$ 见图 5, σ 与 $\sigma^{(1)}$ 的原点重合, $\overline{e_1}$ 和 $\overline{e_2}$ 为 σ 里相互垂直的幺矢。

文中基于瓦楞辊齿廓啮合理论,用微分几何和相 对运动学原理,参照图 1—5 所示坐标系来建立齿廓 的运动微分方程,可得出瓦楞辊 1,2 啮合方程,速 度、加速度和位移方程。数学模型及参数物理意义如 下所述。



图 3 瓦楞辊齿廓参数 Fig.3 Parameters of corrugated roller tooth profile



Fig.4 Partial tooth profile curve



图 5 啮合点矢量 Fig.5 Vector diagram of meshing point

$$\Gamma_1^{(2)} : \overline{\rho}_1^{(2)} = (R_1 + r_1 \cos \delta_1) \overline{e}_1^{(2)} + r_1 \sin \delta_1 \overline{e}_2^{(2)}$$
(1)
$$x^{(2)} = R_1 + r_1 \cos \delta_1 : \quad v^{(2)} = r_1 \sin \delta_1 :$$

$$x^{(2)'} = -r_1 \sin \delta_1 ; \quad y^{(2)'} = r_1 \cos \delta_1$$
(2)

$$\boldsymbol{\Gamma}_{3}^{(1)}: \boldsymbol{\overline{\rho}}_{3}^{(1)} = \left\lfloor R_{2}\cos(\varphi/2) + r_{2}\cos\delta_{2}\right\rfloor \boldsymbol{\overline{e}}_{1}^{(1)} + \left[-R_{2}\sin(\varphi/2) + r_{2}\sin\delta_{2}\right] \boldsymbol{\overline{e}}_{2}^{(1)}$$
(3)

$$x^{(1)} = R_2 \cos(\varphi/2) + r_2 \cos \delta_2 ;$$

$$y^{(1)} = -R_2 \sin(\varphi/2) + r_2 \sin \delta_2$$
(4)

$$x^{(1)'} = -r_2 \sin \delta_2 ; \quad y^{(1)'} = r_2 \cos \delta_2$$
(5)
$$\overline{n}^{(1)} = \cos \delta_2 \overline{e_1}^{(1)} + \sin \delta_2 \overline{e_2}^{(1)} ;$$

$$\overline{n}^{(2)} = \cos \delta_1 \overline{e_1}^{(2)} + \sin \delta_1 \overline{e_2}^{(2)}$$

$$= \cos \delta_1 \overline{e_1}^{(2)} + \sin \delta_1 \overline{e_2}^{(2)}$$
(6)

$$\begin{split} \bar{V}^{(21)} &= \bar{V}^{(2)} - \bar{V}^{(1)} \\ &= -\left[\left(dA/dt \right) \bar{e}_{1} - \omega A \bar{e}_{2} + \left(\omega - \Omega \right) \bar{e}_{3} \times \bar{\rho}^{(2)} \right] \quad (7) \\ \bar{V}^{(1)} &= \left[-\omega \left(x^{(1)} \sin \varphi_{1} + y^{(1)} \cos \varphi_{1} \right) \right] \bar{e}_{1} + \\ \left[\omega \left(x^{(1)} \cos \varphi_{1} - y^{(1)} \sin \varphi_{1} \right) \right] \bar{e}_{2} \quad (8) \\ \bar{a}^{(1)} &= \left[-d\omega/dt \left(x^{(1)} \sin \varphi_{1} + y^{(1)} \cos \varphi_{1} \right) - \\ -\omega^{2} \left(x^{(1)} \cos \varphi_{1} - y^{(1)} \sin \varphi_{1} \right) \right] \bar{e}_{1} + \\ \left[d\omega/dt \left(x^{(1)} \cos \varphi_{1} - y^{(1)} \sin \varphi_{1} \right) \right] \bar{e}_{2} \quad (9) \\ \bar{V}^{(2)} &= \left[-dA/dt - \Omega \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) \right] \bar{e}_{1} + \\ \left[\Omega \left(x^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) \right] \bar{e}_{2} \quad (10) \\ \bar{a}^{(2)} &= \left[-d^{2}A/dt^{2} - d\Omega/dt \\ \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) \right] \bar{e}_{1} + \\ \left[d\Omega/dt \left(x^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) \right] \bar{e}_{2} \quad (11) \\ d\Omega/dt &= -\omega^{2} (x^{(1)} \sin \varphi_{1} + y^{(1)} \cos \varphi_{1}) / (x^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2}) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2)} \sin \varphi_{2} + y^{(2)} \cos \varphi_{2} \right) - \\ \Omega^{2} \left(x^{(2$$

$$\Omega^{2} \left(x^{(2)} \cos \varphi_{2} - y^{(2)} \sin \varphi_{2} \right)$$
(13)

式(1—13)中: ρ_1 和 ρ_3 分别为切点 1,3 处的 矢径; δ_1 和 δ_2 为参变量; x和y为x,y方向上的位 移; φ_1 和 φ_2 为辊 1 和辊 2 的分度圆; $V^{(1)}$ 和 $V^{(2)}$ 为 点 1和点 2 的速度; $a^{(1)}$ 和 $a^{(2)}$ 为点 1和点 2 的加速 度; A 为两辊中心距; R 为齿顶圆半径; r 为顶圆 弧半径。

2 具体齿廓段啮合运动学方程求解

由于瓦楞辊齿廓曲线段啮合的非线性方程组较 复杂,而且涉及到齿顶圆、齿沟圆参数及半径参数这 类小变量参数,极其容易造成迭代中数值解的溢出, 因此选择一类合适的求解器极其重要,否则将难以得 到全部啮合解,文中选择 Matlab 求解器对啮合方程 组进行求解。

求解时,应重点考虑以下4个方面的问题。

1)因瓦楞辊的齿廓是分段的,可能啮合的齿廓 段有顶弧与沟弧、顶弧与切线。设辊 1 齿廓为 $\sum_{2}^{(1)}$, 辊 2 齿廓为 $\sum_{2}^{(2)}$,对具体齿廓段下标 *a* 将由文献[13] 所设曲线段序列数字表示。如辊 2 的顶弧 1 齿廓为 $\sum_{1}^{(2)}$ 。两辊齿廓是一样的。两辊齿廓的啮合,显然 一辊的顶弧必与另一辊的沟弧相啮合,首先是 $\sum_{1}^{(2)}$ 和 $\sum_{3}^{(1)}$ 的啮合,一个分度角之后是 $\sum_{3}^{(2)}$ 和 $\sum_{1}^{(1)}$ 的啮合。其中可能为顶弧与切线的啮合,以及两切线 的重合,如 $\sum_{2}^{(2)}$ 和 $\sum_{2}^{(1)}$ 。

2) $\left[\sum_{1}^{(2)}\sum_{3}^{(1)}\right]$ 和 $\left[\sum_{3}^{(2)}\sum_{1}^{(1)}\right]$ 啮合特征。 由于 $\Gamma_{1}^{(2)}$ 和 $\Gamma_{3}^{(1)}$ 所设的正侧方向一致,即法线方向 一致,则:

 $n^{(12)} = n^{(21)} \tag{14}$

将以上约束条件代入以上相关各式后,经化简得 到相邻齿廓[$\sum_{1}^{(2)} \sum_{3}^{(1)}]$ 及[$\sum_{3}^{(2)} \sum_{1}^{(1)}]$ 交替啮 合的具体方程,即:

$$\delta_1 = \delta_2 - \varphi_2 + \varphi_1; \quad \delta_2 = \delta_1 - \varphi_2 + \varphi_1$$
(15)

辊 1 和辊 2 的任一对齿廓的啮合并非是定轴转动 时的一对共轭齿廓^[14]。欲保证其正确的啮合,传动比 (*i=ω/Ω*)和中心距 $A(O^{(1)}O^{(2)})$ 必然各以某规律变 化。方程组啮合点的各参数是待求的,即 $\delta_1, \delta_2, \varphi_1, \varphi_2, \omega, \Omega, A 及 dA/dt_o ω$ 为已知量(主动辊输入的 运动), φ_1 作为自动量。

3)齿廓啮合曲线段的边界值及两切线
 (Γ₂⁽²⁾ Γ₂⁽¹⁾)平行的条件。

由于齿廓(齿形曲线)是分段的,求解时还需要 定出齿廓段的边界。2个相互啮合的齿廓任一个超出 其边界值,则齿廓啮合结束。各边界值可由文献[13] 中式(9)求得,再根据实际情况^[15]齿廓 δ₁,δ₂值的 取值范围为:

0< δ_1 <90; 0< δ_2 <90 (16) 当 $\sum_1^{(2)}$ 与 $\sum_3^{(1)}$ 啮合过渡到 $\sum_3^{(2)}$ 与 $\sum_1^{(1)}$ 的

啮合时,必然有某一时刻两切线 $\sum_{2}^{(2)}$ 和 $\sum_{2}^{(1)}$ 相 平行。两辊齿廓是一样的,在平行时将有 2 点

($\sum_{1}^{(2)} \sum_{3}^{(1)}$, $\sum_{3}^{(2)} \sum_{1}^{(1)}$)同时啮合,也可能 是两切线重合。通过对两切线方向的假设及实际情况 考察,得两切线 $\Gamma_{2}^{(2)}$, $\Gamma_{2}^{(1)}$ 平行时反向平行,其方 向幺矢为 $\bar{a}_{o2}^{(2)} = -\bar{a}_{o2}^{(1)}$, $\bar{a}_{o2}^{(2)}$ 和 $\bar{a}_{o2}^{(1)}$ 分别在 $\sigma^{(2)}$ 和 $\sigma^{(1)}$ 内,经转换的两切线平行的条件为:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pm \pi \tag{17}$$

4) 求一对齿廓啮合点参数时,需解 6 个非线性 联立方程组,利用计算机数值解法,采用拟牛顿法。 初始值选得合适时,收敛相当快。为避免溢出,对初 值进行加权处理,以不同的排列配给,迭代次数达到 某一不太大的值或溢出,就给初值加权重新开始。顶、 沟弧啮合顶弧的顶点和沟弧的底点是在两辊的连心 线上啮合的。故得到一个啮合点的参数。

$$\begin{split} \sum_{3}^{(2)} \pi \sum_{1}^{(1)} \text{ tr} \ominus : & \phi_{2} = \phi/2 ; \quad \phi_{1} = \pi ; \\ \delta_{1} = 0 ; & \delta_{2} = \pi - \phi/2 ; \quad A = R_{1} + R_{2} + r_{1} - r_{2} ; \quad \omega = -\Omega \Big[(R_{2} - r_{2})/(R_{1} + r_{1}) \Big] ; \quad dA/dt = 0 \; . \end{split}$$

该啮合点是求解顶、沟弧的各个啮合点的起 始参数,通过编程求解,得到了一段顶弧、沟弧 齿廓啮合满意的结果。瓦楞辊参数计算的程序框 图见图 6。



图 6 参数计算程序 Fig.6 Parameter calculation procedure

3 实例

通过上述求解过程,得出啮合方程,将瓦楞辊的 参数代入啮合方程计算^[16]。现有瓦楞辊原始数据:辊 外径为 280.32 mm;周节为 8.55 mm; *z*=103; *h*=4.6 mm; *r*₁=1.4 mm; *r*₂=1.9 mm; δ =0.2286 mm; φ /2= (360/*z*)/2=1.7476。*R*₂=(辊外径/2)-*r*₂=138.76 mm; *R*₂= *R*₁+*r*₁-*h*+*r*₂=137.46 mm; 实际 *r*₁=1.5143 mm; *r*₂=1.7857 mm; δ ₁₂=71.1358°, δ _{1b}=-71.1358°, δ _{ab}= 247.641°。

将以上数据代入啮合方程组解得结果:($\sum_{1}^{(2)}$, $\sum_{3}^{(1)}$)和($\sum_{3}^{(2)}$, $\sum_{1}^{(1)}$)啮合时,中心距变化 一致,仅对称于不同轴。

参照图 1—5 可以看出,对于一定齿数的瓦楞辊, 构成齿廓的顶弧、沟弧、齿高参数及其内公法线的位 置决定了辊齿的齿形结构,从而形成不同的瓦楞纸楞 型结构。根据楞型对纸板的强度、抗震性等使用性能 的影响,在包装行业通常将与之对应的瓦楞辊按齿形 分为 U, V, UV 型等。在工程实际中,一般把顶弧 与沟弧半径相近而齿高较大的齿形称为 U 型,把顶 弧半径较小、沟弧半径较大而齿高较小的齿形称为 V 型,介于 U 型和 V 型之间的齿形称为 UV 型,由此 获得对应的 A, B, E 型纸板,因此,根据啮合理论 建立运动学方程的数学模型,对于不同的齿形和楞型 结构,其本质是一样的。将 U, V, UV 型各类楞型 原始参数分别代入啮合方程计算,将结果通过加权拟 牛顿法,便可得到——对应的楞型尺度参数与速度、 加速度、位移的啮合运动规律以及运动学分析图谱 族,见图 7。其中,中心距变化见图 7a,表示分度角 与中心距 *A* 与楞型的关系;啮合时分度角关系见 图 7b,表示瓦楞纸板成型时,2个瓦楞辊分度角的关 系;分度角 φ_2 与传动比 *i* 的关系见图 7c;两啮合点 的分度角 φ_2 与(d*A*/d*t*)/ ω 的关系见图 7d。

如图 7a 所示,在一个啮合周期内,中心距 A 呈现由最大值逐渐减小,然后再逐渐增大至最大值,即两中心距曲线在 Q 点相交,最大中心距是当两辊齿顶与两辊中心在一连线上时。瓦楞辊的啮合是一对顶弧与沟弧啮合之后再由其相邻沟弧与顶弧啮合,这样彼此交替达到连续传动的目的。交点 Q 为瓦楞辊分度角 φ 的 φ/4。

从图 7b 可看出, φ2-φ1=180°, 说明瓦楞辊齿廓 啮合时满足齿形侧楞平行条件, 即两切线平行时为啮 合的交替点。从图 7c 可看出, 传动比 *i=φ2/φ1=−1*, 这是瓦楞纸板成型的必要啮合条件。从图 7d 可看出, 在瓦楞纸板成型时速度与角速度比值的变化规律呈 线性关系, 啮入与啮出过程的规律具有对称性, 说明 两辊的同步性能对楞型参数的影响较大。

各周期内的啮合为这一分度角内的啮合的重复, 其啮合都与这个情况相同。

由结果分析可知:啮合过程中,顶弧参数 δ₁ 始终为 0,表明主动辊始终参与啮合,而且是点啮 合。从动辊则不仅在齿顶啮合,在其齿顶周围的一 小段圆弧也参与啮合。故主动辊的齿顶磨损情况比 从动辊要严重。两辊啮合时传动比接近于 1,但略 有变动。啮合过程中始终为一对齿的啮合,即重合 度始终为 1,这是保证瓦楞辊正确啮合和成型的必 要条件。



图 7 啮合规律及运动学分析图谱 Fig.7 Meshing law and kinematics analysis diagram

4 结语

文中提供了求解瓦楞辊啮合运动非线性方程组 的解的程序框图,拟定了运动学分析准则和方法,可 得到运动学各参数的"满结果",即一个啮合周期内的 结果。文中的运动学分析数学模型,揭示了楞型尺度 参数与齿廓啮合运动速度、加速度和位移的相互关 系。所得的运动性能图谱,能评价各类楞型运动性能 的优劣。给瓦楞辊的设计与制造、误差分析提供了依 据。从动瓦楞辊始终是单齿对的齿顶点和底点接触, 相对滑动速度大,齿顶严重磨损。在从动辊周期性的 变速转动以及中心距的变速移动过程中,当齿形侧楞 平行的瞬间(即分度角 φ₂=φ/4 时),齿廓传动交替, 速度变化大,有强烈的冲击振动和噪声。

参考文献:

[1] 魏春梅,魏兵,周世棠.高速单面瓦楞机系统的研究 综述[J].包装工程,2007,28(5):175—176. WEI Chun-mei, WEI Bin, ZHOU Shi-tang. Overview on High Speed Single Sided Corrugating Machines[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(5): 175–176.

- [2] 唐辉. 瓦楞辊对瓦楞纸板质量的影响[N]. 中国包装 报, 2011-08-25(3).
 TANG Hui. Influence of Corrugated Roller on the Quality of Corrugated Board[N]. China Packing News, 2011-08-25(3).
- [3] 熊桂超,杜群贵.单面瓦楞机的瓦楞辊机构中心距变 动方程[J].科学技术与工程,2011,11(22):5290—5294.
 XIONG Gui-chao, DU Qun-gui. The Variation Equation of the Center Distance of the Corrugated Roller Mechanism of One Side Corrugated Machine[J]. Science Technology and Engineering, 2011, 11(22): 5290—5294.
- [4] LIN P M, WICKERT J A. Study of Rolling by Corrugated Rollers[J]. Theoretical Foundations of Chemical Engineering, 2006, 40(6): 655–662.
- [5] 黄孝成,廖道训. 瓦楞辊运动的确定性[J]. 湖北工 业大学学报,2008(2):1—3.
 HUANG Xiao-cheng, LIAO Dao-xun. Certainty of Corrugated Roller Motion[J]. Journal of Hubei University of Technology, 2008(2): 1—3.
- [6] ZHOU Shi-tang. Primary Vibration Analysis of Single-sided Corrugating Machine System[C]// Proceedings of International Conference on Mechanical Transmissions and Mechanisms (MTM'97), Tianjin: 262—265
- [7] 魏春梅,周世棠,王为,等. 瓦楞辊有限元模态分析
 [J]. 湖北工学院学报, 2003(4): 27—28.
 WEI Chun-mei, ZHOU Shi-tang, WANG Wei, et al. Finite Element Modal Analysis of Corrugated Roller[J]. Journal of Hubei Institute of Technology, 2003(4): 27—28.
- [8] 刘丕群,杜群贵,关文锦. 瓦楞机动辊振动特性的研究[J]. 机械设计与制造, 2013(2): 137—139.
 LIU Pi-qun, DU Qun-gui, GUAN Wen-jing. Research on Vibration Characteristics of the Corrugated Motor Roller[J]. Machinery Design and Manufacture, 2013(2): 137—139.
- [9] 王建刚, 胡建文, 毛磊, 等. 瓦楞辊的表面强化工艺

[J]. 金属热处理, 2015, 40(7): 148—152.

WANG Jian-gang, HU Jian-wen, MAO Lei, et al. Surface Strengthening of Corrugated Roller[J]. Heat Treatment of Metals, 2015, 40(7): 148–152.

- [10] LIN P M, WICKERTJ A. Corrugation and Buckling Defects in Wound Rolls[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2006, 128(1): 56—64.
- [11] MARSCHKE C R, PHILLIPS W. Single Facer with Resilient Small Diameter Corrugating Roll: US: 2001/0014644A1[P]. 2001.
- [12] 谢贝贝, 王允建, 王国东, 等. 瓦楞辊的分区分段电磁感应加热仿真研究[J]. 河南理工大学学报(自然科学版), 2013, 32(4): 467—471.
 XIE Bei-bei, WANG Yun-jian, WANG Guo-dong, et al. Simulation Study on Partition Segmented Electromagnetic Induction Heating Corrugated Roller[J]. Journal of Henan University of Science and Technology, 2013, 32(4): 467—471.
- [13] 周世棠,张旗,魏兵,等. 瓦楞辊啮合机理及其啮合 方程[J]. 机械设计与研究, 1992(2): 11—15.
 ZHOU Shi-tang, ZHANG Qi, WEI Bin, et al. Meshing Mechanism of Corrugated Roller and Its Meshing Equation[J]. Machinery Design and Manufacture, 1992(2): 11—15.
- [14] 尚雯, 杜群贵. 单面瓦楞机光辊机构动力学分析[J]. 振动与冲击, 2017, 36(2): 77—82.
 SHANG Wen, DU Qun-gui. Dynamic Analysis on the Pressure Roller Mechanism of the Single-sided Corrugating Machine[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(2): 77—82.
- [15] 黄孝成. 高速瓦楞纸板成型机的运动学与动力学研究[D]. 武汉: 华中理工大学, 1998.
 HUANG Xiao-cheng. Kinematics and Dynamics of High Speed Corrugated Board Forming Machine[D].
 Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 1998.
- [16] 周义军. 瓦楞辊的齿形设计[J]. 包装与食品机械, 2007(4): 17—19.
 ZHOU Yi-jun. Profile Designing on Corrugated Roller Tooth[J]. Packaging and Food Machinery, 2007(4): 17—19.