

强异构货物垛型稳定性分析及评估方法

张长勇, 王艳芳, 吴智博

(中国民航大学电子信息与自动化学院, 天津 300300)

摘要: **目的** 针对强异构货物垛型稳定性判定问题, 提出一种稳定性计算方法。**方法** 首先运用静力学和动力学分析, 建立物理模型, 量化 5 个稳定性参数, 定义定量评估垛型稳定性的指标——垂直稳定性和水平稳定度, 然后分别采用中心骨架算法、分支定界算法、Extreme Point 算法建立仿真垛型, 对比货物的空间布局位置及布局效果, 通过计算公式得到垂直稳定性和水平稳定度数值, 对垛型的稳定性进行机理分析, 最后, 采用小规模纸箱实验, 进一步验证公式的合理性。**结果** 提出的稳定度计算公式能有效用于强异构性垛型的稳定性评估与分析。**结论** 该方法对提高码垛算法的工程应用性, 增强配平均衡性, 防止货物在地面运输过程中倒垛, 具有一定的参考价值。

关键词: 垛型稳定性; 垂直稳定度; 水平稳定度; 强异构性; 计算公式; 码垛算法

中图分类号: TB487 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2019)15-0164-06

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.15.026

Stability Analysis and Evaluation Method for Strong Heterogeneous Stack Type

ZHANG Chang-yong, WANG Yan-fang, WU Zhi-bo

(College of Electronic Information and Automation, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

ABSTRACT: The work aims to propose a stability calculation method regarding the problem of determining the stability of strong heterogeneous stack type. Firstly, statics and dynamics analysis was carried out to establish the physical model, five stability parameters were quantified, and the indicators (vertical stability and horizontal stability) for quantitatively evaluating the stability of stack type were defined. Then, the central skeleton algorithm, the branch and bound algorithm, Extreme Point algorithm were respectively used to establish the simulation stack type, compare the spatial layout position and layout effect of goods, obtain the vertical stability and horizontal stability by calculation formula, and analyze the mechanism of the stability of the stack type. Finally, the small-scale carton experiment was carried out to further verify the rationality of the formula. The stability calculation formula proposed herein could be effectively used for the stability evaluation and analysis of strong heterogeneous stack type. The method has certain reference value for improving the engineering applicability of the palletizing algorithm, enhancing the safety of air baggage trimming, and preventing the cargo from falling down in the ground transportation process.

KEY WORDS: stack type stability; vertical stability; horizontal stability; strong isomerism; calculation formula; palletizing algorithm

货物装箱问题属于完全多项式非确定性问题的范畴, 即一种组合优化的 NP (Non-deterministic

Polynomial) 完全问题, 是当前世界七大数学难题之一^[1]。国内外装箱码放算法种类繁多, 但侧重研究填

收稿日期: 2019-04-02

基金项目: 国家自然科学基金青年基金 (51707195); 中央高校基本科研业务费项目 (ZXH2012D012)

作者简介: 张长勇 (1978—), 男, 博士, 中国民航大学副教授, 主要研究方向为智能电器与机场自动化。

充率、计算时间、实时性等内容，在稳定性方面少有成果。其中：Carpenter H 等^[2]提出动态稳定性准则，实现了混合禁忌搜索的启发式算法；Mack D 等^[3]研究表明可以允许上层货物重心悬空，但其重心延长线必须在下层货物支撑点之上；Parreño F 等^[4]提出货物排列紧密是稳定性的保证，设计了混合 GRASP/VND 启发式算法；Liu J 等^[5]考虑货物稳定性，提出了一种大不压小的混合禁忌搜索算法；刘宁君等^[6]提出了一种基于重心约束的货机装载方法，并设计了重心调整规则；Ramos A G 等^[7]提出了一种静态稳定性准则，设计了满足静态稳定性约束条件的算法；张莹等^[8]提出了一种基于带支撑面装载空间的快速求解方法；Mostaghimi H 等^[9]考虑垂直稳定性，提出了基于序列三重模拟退火的建模技术；那日萨等^[10]考虑稳定性约束和重心约束等多种实际约束，达到了使用容器数目较少的目的；唐敢等^[11]基于抗震设计，研究了货物重心及偏心对货架结构抗震性能的影响；王金珊等^[12]考虑货物稳定性，对重量大的货物装载加固，设计了按照纵横中心线对称装载的方法；鄢烈虎等^[13]的研究表明，为保证烟包稳定，必须保证下层烟条紧密排列，采用依序码放细支烟、标准烟、异型烟，以保证垛型底部稳定。以上文献大多将垛型稳定性作为约束条件，但对于垛型的稳定性评估，仍没有判定方法。文中提出一种针对强异构性货物的堆码稳定性计算公式，旨在评估仿真堆码稳定性，预测运动中堆码动态稳定性，提高码垛算法的工程应用性。

1 稳定性公式

货仓内装载货物的垛型稳定性，主要分为垂直稳定性和水平稳定性 2 个部分。垂直稳定性是指每个箱体的底面需要与其他箱体的顶面或地面接触支撑，这种约束条件也称为“静态稳定性”。水平稳定性是指箱体在移动时承受自身物体惯性的能力，也被称为“动态稳定性”。

平衡状态下，若要保持货物稳定，底层货物的底部与货仓的底部完全接触；货物的重心不是直接位于支撑箱上方，而是有一个垂直平面穿过中心并连接 2 个不相邻的支撑箱；顶层货物的唯一外力为重力，并且货物的所有面对于重力方向平行或者垂直。下面对货物进行定量分析，分别讨论研究垂直稳定性和水平稳定性。

1.1 符号说明

i 为第 i 号货物，被支撑箱； j 为第 j 号货物，支撑箱； n 为货物 t 的总个数； t_1 为非底层箱数量； t_2 为顶层箱数量； tt_i 为每个被支撑箱对应的支撑箱个数； w, h, d, m 分别为货物的长、高、深、质量； m_u, m_d, m_l, m_r, m_b 分别为堆垛的上、下、左、

右、前、后区块质量和； (x_i, y_i, z_i) 为被支撑箱的左下后点坐标； (x_i', y_i', z_i') 为被支撑箱的右前上点坐标； (x_j, y_j, z_j) 为支撑箱的左下后点坐标； (x_j', y_j', z_j') 为支撑箱的右前上点坐标。

1.2 水平稳定度 (S_h)

在货仓开始运动和停止运动的瞬间，货物间摩擦力的大小跟接触面垂直方向的压力大小有关：同一接触面时，压力越大，摩擦力越大，即上层货物相对下层货物质量越大，摩擦力越大，但考虑到货物重心越低稳定性越好，应将重量大的货物箱体尽可能放在较低位置，两者相互矛盾，分别应用于计算水平稳定性和垂直稳定性中。摩擦力的大小还与接触面的粗糙程度有关：在压力一定时，接触面越粗糙，摩擦力越大。对于密度均匀的物质来说，重心与物体的质量有关，对于密度分布不均的物质来说，重心与物体的形状（底面积和高）和密度分布有关，相同横截面积下，考虑货物密度和高，可得到重心比 G_r ：

$$G_{ri} = \frac{\rho_i}{h_i} \frac{\sum_{x_j \in [x_i, x_i']} \frac{h_j}{y_j = y_i'} \rho_j}{tt_i} \tag{1}$$

式中： x_j 为支撑箱与被支撑箱接触面上的点； ρ_i, ρ_j 为货物 i, j 密度； h_i, h_j 为货物 i, j 高度。为方便结果表示，可化简为式 (2)。

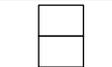
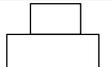
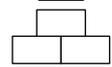
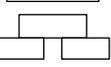
定义 1。重心比 G_r ：

$$G_{ri} = \frac{\frac{m_i}{s_i h_i^2}}{\sum_{x_j \in [x_i, x_i']} \frac{m_j}{y_j = y_i'} \frac{s_j h_j^2}{tt_i}} \times h \tag{2}$$

式中： s_i 为被支撑箱底面积； s_j 为支撑箱底面积；支撑箱与被支撑箱 i 的接触面积至少为 5% s_i ； m_i, m_j 为货物 i, j 的质量； h_i, h_j 为货物 i, j 的高度。若被支撑箱平行放置， $h = 1$ ；若被支撑箱只有少于 10% 的接触面积，记为倾斜放置，为不完全支撑，此时若 $z_i - z_j' < 5 \text{ cm}$ ， $h = 0.5$ ；否则，视为垛型不稳定。

定义 2。垛型稳定系数 T 见表 1。

表 1 垛型稳定系数
Tab.1 Stability factor table

垛型	T_i	垛型	T_i
	0.100		0.100
	0.200		0.200
	0.300		0.400

其中, T 由支撑箱个数确定, 其相互作用力对垛型稳定性产生影响。

定义 3. 牛津布材质箱、铝合金材质箱、PVC 材料箱、ABS 塑料箱、布面结合 EVA 材质箱的摩擦系数 μ_i 分别为 0.100, 0.300, 0.500, 0.700, 0.900。

其中, μ_i 由箱体材质设定, 不局限于上述 5 种, 可根据需求重新设定比例关系。由于顶层货物更易产生相对位移, 设定不同货物间的摩擦系数权重, 得到摩擦因数。

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n-t_2} \mu_i}{n-t_2} \times 0.5 + \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i}{t_2} \times 0.5 \quad (3)$$

定义 4: 动态稳定度。动态稳定度 S_h :

$$S_h = 10\mu \frac{\sum_{i=1}^{t_1} T_i \times G_{ri}}{t_1} \quad (4)$$

式中: 10 为 S_h 系数。

1.3 垂直稳定度 (S_v)

定义 5: 支撑面积。支撑面积 A :

$$A_i = \frac{\sum_{j=1}^{t_1} S_{ij}}{S_i} \times 100\% \quad (5)$$

式中: s_{ij} 为支撑箱 j 与被支撑箱 i 的接触面积, 若少于被支撑箱 5% 接触面积, 该支撑面积不予以计算。

$$s_{ij} = \left[(x_i' - x_i + x_j' - x_j) - (\max\{x_i', x_j'\} - \min\{x_i, x_j\}) \right] \times \left[(z_i' - z_j + z_j' - z_j) - (\max\{z_j', z_i'\} - \min\{z_j, z_i\}) \right] \quad (6)$$

需满足:

$$y_j' = y_i \quad (7)$$

$$x_i' - x_i + x_j' - x_j > \max\{x_i', x_j'\} - \min\{x_i, x_j\} \quad (8)$$

$$z_i' - z_j + z_j' - z_j > \max\{z_j', z_i'\} - \min\{z_j, z_i\} \quad (9)$$

定义 6: 重心指数 C_g (Center of gravity)。 C_g 由整个垛型的重心位置计算得出, 水平方向上, 以几何中心为圆心, 呈辐射式向四周降低, 垂直方向上, 由底部开始, 向上减小。结合实际垛型较为复杂的情况, 为方便计算, 根据垛型的几何中心位置, 进行垛型质量区块量化。量化后, 水平方向分 2 种, 为左、右 2 块和前、后 2 块, 垂直方向分上、下 2 块, 综合各块货物质量按比重计算:

$$C_g = \frac{\sum m_d}{\sum m_u} \times 50\% + \frac{\min(\sum m_l, \sum m_r)}{\max(\sum m_l, \sum m_r)} \times 25\% + \frac{\min(\sum m_f, \sum m_b)}{\max(\sum m_f, \sum m_b)} \times 25\% \quad (10)$$

定义 7: 静态稳定度。静态稳定度 S_v :

$$S_v = \frac{\sum_{i=1}^{t_1} T_i \times A_i}{t_1} \times C_g \quad (11)$$

1.4 稳定性机理分析

首先量化非底层货物的 G_r , μ , T , A 和整体垛型的 C_g 共 5 个参数, 再通过式 (4) 和 (11), 分别得到垂直稳定度 S_v 和水平稳定度 S_h , 最后, 对 2 个指标的数值进行分析, 定量评估垛型的稳定性, 并提出相应的布局建议。分析方法如下: S_v 优先于 S_h , 在满足垂直稳定性良好、垛型存在的基础上评估水平稳定性。 S_v 数值越大, 说明内部相互作用力越大, 在竖直方向上抗倾能力越强, 垂直稳定性越好。 S_h 越大, 说明在改变其运动时, 保持原垛型不变的性能越强, 水平稳定性越好。

2 垛型稳定性公式验证

2.1 算例分析

采用文献[14]中的中心骨架法、文献[15]中的分支定界法、文献[16]中的 Extreme Point (EP) 3 种经典算法进行对比。其中, 中心骨架法综合考虑货物的重心、重量、体积因素, 先放置核心货物, 构造骨架, 再安置其他非核心货物, 最后, 通过算法计算移动中心骨架, 完成布局; 分支定界法通过定义 2 种时间上互补的算法 H1 和 H2, 得到分支树的根节点上界, 并且限制单个货舱的码放算法次数, 快速完成三维货物装箱; EP 通过设定角点、极值箱、极值点确定下个货物码放位置, 实现对剩余空间按体积装载。

采用文献[14]的原始数据, 车辆货仓载重 60 t, 内部容积为 1250 cm × 290 cm × 200 cm, 89 个货物 w , h , d , m 。通过分支定界算法和 EP 算法装载, 结果均为 2 个货仓共同装载, 因此, 分别更改货仓容积为 1590 cm × 290 cm × 200 cm 和 1640 cm × 290 cm × 200 cm, 3 种算法布局效果见图 1。

2.2 实验结果分析

以已知笛卡尔坐标系中的每个货物空间坐标 x , y , z , 货舱形状 W , H , D , 每个货物的 w , h , d , m 为输入量, 采用 C 语言对所涉及的评价方法进行编程, 得到输出量为量化后的 5 个参数和 2 个指标。稳定度数据见表 2。

通过对比分析表 2 中的 5 项参数和 2 项指标, 对垛型进行稳定性机理分析, 从而给出提高垛型稳定性的合理布局建议。对比垛型 1, 2, 3, 若不忽略货物的材质, 为便于计算, 均设 $\mu=1$ 。垛型 1 中 G_r 值较高, 说明该垛型中任意相邻两层间, 密度大、高度小的货物大多放在下侧; 垛型 1 中 T 接近 0.2, 说明平均接近每一个上层货物, 由 2 个下层货物承载, 垛型 1 中货物相互间作用力较大; 垛型 3 中 A 更接近于 1, 说明垛型 3 的上下层接触面面积更为充足; 垛型 1 中 C_g 值较大于垛型 2 和 3, 说明就整体重心而言, 中心

表 2 稳定度数据
Tab.2 Stability data table

垛型	布局类别	摩擦因数	重心比	垛型系数	支撑面积	重心指数	垂直稳定度	水平稳定度
1	中心骨架法	1.000	0.193	0.196	0.808	0.688	0.564	0.379
2	分支定界法	1.000	0.173	0.118	0.908	0.527	0.326	0.205
3	EP算法	1.000	0.145	0.115	0.940	0.453	0.339	0.166

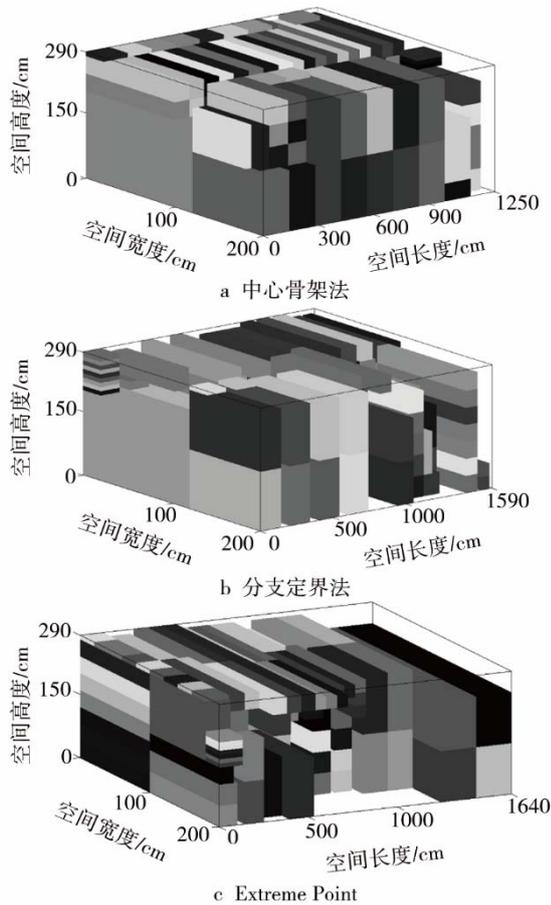


图 1 3 种算法的布局效果
Fig.1 Layout renderings of 3 algorithms

骨架法的整体重心更接近中线以及下方位置。通过公式计算，得到垛型 1 的 S_v 值为 0.564，对比垛型 2 的 0.326 和垛型 3 的 0.339，分别降低了 42.3% 和 39.9%，说明垛型 1 的垂直稳定性较好，垛型 1 在竖直方向上抗倾倒能力较强；垛型 1 的 S_h 值为 0.379，对比垛型 2 的 0.205 和垛型 3 的 0.166，分别降低了 45.9% 和 56.2%，说明垛型 1 的水平稳定性较强，在货车或者飞机启动或停止的瞬间，产生的水平方向上的相互作用

用力略大，能保证原垛型不变的能力略强。综上，计算结果表明，中心骨架法在稳定性方面优于分支定界法与 EP 算法，结合算法设计原理，中心骨架法在设计初期考虑支撑面这一约束条件，分支定界法和 EP 算法未涉及稳定性约束，证明计算公式得到的结论与算法设计原理一致。

由上述结果可知，中心骨架算法在稳定性和装载率上均优于分支定界算法和 EP 算法，分支定界算法的垂直稳定性较差，EP 算法的水平稳定性较差。为增加垛型 2 和 3 的稳定性，设定垛型 1 的参数为稳定垛型基准值，对垛型 2 和 3 进行机理分析，得出以下建议：垛型 2 和 3 的 G_r 值均较小，应多将密度大、垂直高度小的货物放在下侧； T 值均较小，应尽量交错放置，增加上层货物接触下层货物的个数，增加摆放紧密性； C_g 均较小，应将质量大的货物靠近中线以及底部放置；考虑到垛型 2 的 S_v 较差，应侧重于增大 T 和 C_g ，垛型 3 的 S_h 较差，应侧重于增大 G_r 和 T 。

3 垛型稳定性公式纸箱实验

为进一步验证垛型稳定性公式，进行小规模纸箱验证。因判断垂直稳定性需要使得货物有一定倾角，故本实验只验证水平稳定度。实验布置如下：左侧为动力车，右侧为放置箱体的拖车，通过挂钩紧密相连。将纸箱放在小拖车内部，拖车底面积为 $60\text{ cm} \times 50\text{ cm}$ ，通过改变小车的加速度进而改变纸箱运动状态，直到某一箱体与垛型产生相对运动，记录加速度临界值 a ，以判断垛型的水平稳定性。实验前重新设定摩擦因数，纸箱规格见表 3。

其中，垛型 1 由下向上次序为 ABC，共码放 3 层，交换 A 型箱层和 C 型箱层得到垛型 2，交换 B 型箱层和 C 型箱层得到垛型 3，实物场景中垛型 2 见图 2，得到的实验数据表见表 4。对比垛型 1 和 2，发现将密度大高度小的 C 型箱放在底层，使得 G_r 值减小，同时 μ 值减小，而使垛型 2 产生形变的加速度

表 3 纸箱基础数据信息
Tab.3 Carton basic data information table

箱型	尺寸/cm	放置底面积/cm	胶带粘贴情况	摩擦子因数	数量	质量/kg
A	30×25×20	25×20	箱底四周粘贴	0.100	6	0.4
B	20×18×10	20×10	箱底四角粘贴	0.300	15	0.8
C	25×20×18	25×20	不粘贴	0.500	6	2.6

表4 纸箱垛型稳定性数据
Tab.4 Carton type stability data sheet

垛型	布局层序(下至上)	重心比	垛型系数	摩擦因数	垂直稳定度	水平稳定度	$a/(m \cdot s^{-2})$
1	A, B, C	0.278	0.157	0.371	0.394	0.162	3.5
2	C, B, A	0.200	0.157	0.229	0.568	0.071	1.9
3	A, C, B	0.280	0.100	0.300	0.250	0.084	2.1



图2 场景布局
Fig.2 Scene layout

值小于垛型1。实验结果表明, 垛型2的水平稳定性弱于垛型1, 计算数值结果为 S_h 减小, 同时计算得出垛型1的 S_v 大大增加。对比垛型1和3, B型箱所在层排列最为密集, 更改为顶层, 纸箱的平均被支撑箱个数降低, 即 T 值减小, 而使垛型3产生形变的加速度小于垛型1, 结果为垛型3的水平稳定性弱于垛型1, 计算数值结果为 S_h 减小, 同时计算得出垛型3的 S_v 也减小。综上, 通过稳定度计算公式得出的数值结果与实物实验结果相符, 进一步验证了稳定度公式的合理性。

4 结语

通过垛型稳定度计算公式, 对比了3种强异构性仿真垛型稳定性, 根据稳定度数据表, 得到中心骨架法在稳定性上较好, 并对其他2种算法提出以下布局建议: 分支定界法需改善垂直稳定性, EP法需改善水平稳定性, 故均应增加上层货物接触下层货物的个数, 增大摆放交错性; 同时, 前者需将质量大的货物尽量靠近中线及底部放置; 后者需多将密度大、垂直高度小的货物放在靠近下层部分。

文中提出的垛型稳定度计算公式, 弥补了垛型稳定性在公式计算上的不足, 可提出增强垛型稳定性的合理布局建议, 对垛型稳定性判定提供了一个新的思路。该公式对验证仿真垛型是否稳定, 仿真布局机理分析, 防止货物在运输过程中倒垛, 增强飞机在转弯过程中货舱行李配平稳定性, 提高货物装载效率、运输效率、运输安全性, 具有一定的实际参考价值。后续可通过累积大量实验数据, 得到垂直稳定度和水平

稳定度的经验值, 进而根据稳定度阈值, 判定垛型稳定性。

参考文献:

- [1] 李鹏, 汤勇. 三维货物装箱问题的研究进展[J]. 铁道科学与工程学报, 2015, 12(5): 1232—1242.
LI Peng, TANG Yong. Research Progress of Three-Dimensional Cargo Packing Problem[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2015, 12(5): 1232—1242.
- [2] DOWSLAND H C B. Practical Considerations of the Pallet-Loading Problem[J]. Journal of the Operational Research Society, 1985, 36(6): 489—497.
- [3] MACK D, BORTFELDT A, GEHRING H. A Parallel Hybrid Local Search Algorithm for the Container Loading Problem[J]. International Transactions in Operational Research, 2004, 11(5): 511—533.
- [4] PARRENO F, ALVAREZ-VALDES R, OLIVEIRA J F, et al. A Hybrid GRASP/VND Algorithm for Two- and Three-Dimensional Bin Packing[J]. Annals of Operations Research, 2010, 179(1): 203—220.
- [5] LIU J, YUE Y, DONG Z, et al. A Novel Hybrid Tabu Search Approach to Container Loading[J]. Computers and Operations Research, 2011, 38(4): 797—807.
- [6] 刘宁君, 王立新, 潘文俊. 运输机群货物装载方案生成方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2013, 39(6): 751—755.
LIU Ning-jun, WANG Li-xin, PAN Wen-jun. Method for Generating Cargo Loading Plan for Transport Group[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2013, 39(6): 751—755.
- [7] RAMOS A G, OLIVEIRA J F, LOPES M P. A Physical Packing Sequence Algorithm for the Container Loading Problem with Static Mechanical Equilibrium Conditions[J]. International Transactions in Operational Research, 2014, 23(1/2): 215—238.
- [8] 张莹, 刘二超, 戚铭尧. 考虑支撑面约束的三维装箱问题快速求解方法[J]. 交通运输系统工程与信息, 2014, 14(2): 192—198.
ZHANG Ying, LIU Er-chao, QI Ming-yao. A Fast Solution Method for Three-Dimensional Packing Problem Considering Support Surface Constraint[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2014, 14(2): 192—198.
- [9] MOSTAGHIMI H, AMOUR B S, ABDUL-KADER W.

- Three-Dimensional Container Loading: A Simulated Annealing Approach[J]. *International Journal of Applied Engineering Research*, 2017, 12(7): 1290—1304.
- [10] 那日萨, 崔雪莲, 韩琪玮. 基于实际约束的三维装箱问题优化算法[J]. *工业工程与管理*, 2017, 22(4): 10—16.
NA Ri-sa, CUI Xue-lian, HAN Qi-wei. Optimization Algorithm of Three-Dimensional Packing Problem Based on Actual Constraints[J]. *Industrial Engineering and Management*, 2017, 22(4): 10—16.
- [11] 唐敢, 陈文生, 尹凌峰, 等. 货物重心及偏心对货架抗震性能的影响研究[J]. *建筑钢结构进展*, 2018, 20(5): 59—67.
TANG Gan, CHEN Wen-sheng, YIN Ling-feng, et al. Study on the Influence of Cargo Center of Gravity and Eccentricity on the Seismic Performance of Shelves[J]. *Progress in Construction Steel Structure*, 2018, 20(5): 59—67.
- [12] 王金珊, 陈军华, 袁霞. 基于仿真的大宗货物集装箱装载加固方案[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2018, 18(S1): 115—119.
WANG Jin-shan, CHEN Jun-hua, YUAN Xia. A Simulation of Bulk Cargo Container Loading and Reinforcement Scheme[J]. *Transportation Systems Engineering and Information*, 2018, 18(S1): 115—119.
- [13] 鄢烈虎, 要学玮, 张兴旺, 等. 小规格分拣线自动码垛算法的设计[J]. *烟草科技*, 2018, 51(12): 106—112.
YAN Lie-hu, YAO Xue-wei, ZHANG Xing-wang, et al. Design of Automatic Palletizing Algorithm for Small Size Sorting Lines[J]. *Tobacco Science and Technology*, 2018, 51(12): 106—112.
- [14] 雷定猷, 汤波, 张英贵, 等. 一车多件货物装载布局优化模型与算法[J]. *铁道学报*, 2011, 33(9): 1—9.
LEI Ding-you, TANG Bo, ZHANG Ying-gui, et al. Optimization Model and Algorithm for Loading and Layout of Multiple Cars in One Car[J]. *Journal of the China Railway Society*, 2011, 33(9): 1—9.
- [15] MARTELLO S, PISINGER D, VIGO D. The Three-Dimensional Bin Packing Problem[J]. *Operations Research*, 2000, 48(2): 256—267.
- [16] CRAINIC T G, PERBOLI G, TAGEI R. Extreme Point-Based Heuristics for Three-Dimensional Bin Packing[J]. *INFORMS Journal on Computing*, 2008, 20(3): 368—384.