配载约束下双向搜寻节点的车辆路径问题

吕雪菊，倪静，马良
（上海理工大学，上海 200093）

摘要：目的 研究三维装箱约束的车辆路径问题，即在给定车辆中尽可能多地装入货物且保证车辆行驶路线最优。**方法** 提出基于双向搜寻路径节点规则的智能水滴节约算法来求解车辆路径问题，并采用基于虚拟组合块的启发式算法来求解装箱问题。**结果** 通过数值算例检验，混合算法使车厢的平均空间利用率达到了 76.14%，并确定了最优行驶路线。**结论** 基于双向搜寻路径节点规则的智能水滴节约算法可找出最优的行驶路线，而基于虚拟组合块的启发式算法也能合理放置货物，得出较优的装载方案。

关键词：三维装载；车辆路径；智能水滴算法；节约算法；启发式算法
中图分类号：F570 文献标识码：A 文章编号：1001-3563(2019)19-0245-06
DOI：10.19554/j.cnki.1001-3563.2019.19.036

Vehicle Routing Problem of Two-way Search Nodes Based on Loading Constraints

LYU Xue-ju, *NI Jing*, *MA Liang*
(University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

ABSTRACT: The work aims to study the 3L-CVRP, namely, loading as much cargo as possible in a given vehicle and ensuring optimal driving route. An intelligent water drop saving algorithm based on two-way search path node rule was proposed to solve the vehicle routing problem, and a heuristic algorithm based on virtual combination block was used to solve the packing problem. Through numerical examples, the hybrid algorithm made the average space utilization rate of the carriage reach 76.14%, and determined the optimal driving route. The intelligent water drop saving algorithm based on the two-way search path node rule can find the optimal driving route, and the heuristic algorithm based on the virtual combination block can also reasonably place the goods to obtain a better loading plan.

KEY WORDS: three-dimensional loading; vehicle routing; intelligent water drop algorithm; saving algorithm; heuristic algorithm

车辆配载（VLP）和车辆路径（VRP）是 2 个相互联系又相互影响的子问题，也是经典的组合优化问题，且都属于 NP-Hard 问题。对于这类问题，需要同时考虑路径和装箱这 2 个子问题，保证最大化地降低运输成本，又保证该条线路上的所有货物可全部装入车厢，提高车厢的空间利用率，减少车辆的使用。目前，主要有二维装箱约束的车辆路径问题(2L-CVRP ）和三维装箱约束的车辆路径问题(3L-CVRP)。

目前一些研究采用精确算法来解决装箱问题，但其求解时间较长，求解的问题规模受限，多处于理论研究阶段。对于求解实际应用问题，启发式算法是首选，可以快速地得出此类复杂优化问题的近似最优解。文献[1]主要以车辆的使用数量最少为目标研究整车物流装载问题，应用遗传算法求解出模型的最优解，实验结果较接近最优解。文献[2—5]是针对二维装箱约束的车辆路径的变体问题进行研究，提出了改进遗传算法[2—3]和改进禁忌搜索算法[4—5]的求解方法。文献[6—9]主要研究三维装箱约束的车辆路径问

收稿日期： 2019-04-18
作者简介： 吕雪菊（1995—），女，上海理工大学硕士生，主攻货物配载、车辆路径规划。
通信作者： 倪静（1972—），女，博士，上海理工大学副教授、硕导，主要研究方向为管理信息系统、电子商务、复杂网络。

题，改进了禁忌搜索算法[6—8]、蚁群算法[7]、六元加载方法[9]来求解不同约束下的模型。

1 模型建立

1.1 问题描述

定义 $G=(V,E)$ 为一个完全图，其中 $V=V_0\cup V_n$，表示节点集，$V_0=\{0\}$，表示配送中心，$V_n=\{1,2\cdots n\}$ 表示客户集，$E=\{(i,j)\mid i,j=1,2\cdots n, i\neq j\}$ 表示点间弧集，任意两节点之间都有一个非负的行驶距离 $d_{ij}(i,j=1,2\cdots n)$。配送中心有 $T(t=1,2,\cdots,T)$ 辆相同类型的货车，最大载重和容积为 CG，CV，车厢可抽象为一个长宽高为 L，W，H 的长方体。客户 i 的货物需求量为 m_i，要求服务时间为 $[e_i,l_i]$。假设货物是规则的长方体，客户 i 的第 k 件货物为 I_{ik}，长宽高为 l_{ik}，w_{ik}，h_{ik}。每件货物的重量为 g_{ik}，体积为 v_{ik}，则客户 i 的 m_i 个货物的总重量为 g_i，总体积为 v_i，货物包装的尺寸是整数，货物的装载需满足车辆各维度的重心范围 $[CX_1,CX_2],[CY_1,CY_2],[CZ_1,CZ_2]$，某货物的重心坐标为 (X_{ik},Y_{ik},Z_{ik})。车辆 t 上客户 i 的货物装车优先级用 o_{it} 表示，数值小的优先级较高，配送顺序为 do_{it}，服务时间是 q_{it}。车辆由点 i 到点 j 的行驶时间为 r_{ij}，到达客户时间为 a_i，服务客户 i 所得运费 C_i，M_c，M_t 为车辆的固定成本和单位运输成本，M_o，M_1，M_2 为车辆早到、晚到和超载的惩罚系数。该问题的目标为：合理规划每辆车的行驶路线，并给出车辆具体的装载方案，以保证成本最低。

在建模之前，为方便描述，先建立一个笛卡尔坐标系，以车厢左后下角为坐标原点，坐标轴分别对应于车厢的长、宽、高。货物左后方的坐标为 (x,y,z)，$\min_{ik} l_{ik},\min_{ik} w_{ik},\min_{ik} h_{ik}$ 表示所有货物中最小货物的长宽高的值。

$$\begin{cases} x\in X=\{0,1...L-\min_{ik}(l_{ik})\} \\ y\in Y=\{0,1...W-\min_{ik}(w_{ik})\} \qquad k==1,2\cdots m_i \\ z\in Z=\{0,1...H-\min_{ik}(h_{ik})\} \end{cases}$$

1.2 考虑的现实约束及变量设置

约束：货物只能沿高度方向水平旋转；所装载货物不能超过车辆的承重及承受容积；货物不可悬空放置，支撑面积要达到一定约束；货物遵循先进后出的约束条件；装载后的车辆重心应在允许的范围内。

决策变量：

$$x_{ij}^t=\begin{cases}1 & \text{表示车辆 } t \text{ 从点 } i \text{ 到点 } j, t=1,2\ldots T \\ 0 & \text{否则} \quad i,j=0,1,2\ldots n, i\neq j\end{cases}$$

$$y_i^t=\begin{cases}1 & \text{表示车辆 } t \text{ 为点 } i \text{ 进行服务} \\ 0 & \text{否则} \quad i=1,2\ldots n, t=1,2\ldots T\end{cases}$$

$$a_{ik}^{xyz}=\begin{cases}1 & \text{货物 } I_{ik} \text{ 的左下角放置于点}(x,y,z) \\ 0 & \text{否则} \quad i=1,2\ldots n;\ k=1,2\ldots m_i\end{cases}$$

1.3 数学模型

$$\max C=\sum_{t=1}^{T}\frac{\sum_{i=1}^{n}c_iy_i^t-z_1-z_2-z_3-z_4}{\sum_{i=1}^{n}c_iy_i^t},$$

$$z_1=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}M_td_{ij}x_{ij}^t,\quad z_2=\sum_{j=1}^{n}M_cx_{oj}^t,$$

$$z_3=\sum_{i=1}^{n}\left[M_0\max(e_i-a_i,0)+M_1\max(a_i-l_i,0)\right]y_i^t,$$

$$z_4=M_2\max\left(\sum_{i=1}^{n}g_iy_i^t-CG,0\right) \tag{1}$$

$$\max V=\sum_{t=1}^{T}\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i}v_{ik}y_i^t}{\sum_{j=1}^{n}cvx_{oj}^t} \tag{2}$$

$$\sum_{j=1}^{n}x_{oj}^t=\sum_{i=1}^{n}x_{io}^t, t=1,2\cdots T \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_{ij}^t=y_j^t, j=1,2\cdots n;\ t=1,2\cdots T \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}^t=y_i^t, i=1,2\cdots n;\ \ t=1,2\cdots T \tag{5}$$

$$\sum_{t=1}^{T}y_i^t=1, i=1,2\cdots n \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n}g_iy_i^t\leqslant CG, t=1,2\cdots T \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{n}v_iy_i^t\leqslant CV, t=1,2\cdots T \tag{8}$$

$$e_i\leqslant a_i\leqslant l_i, i=1\cdots n \tag{9}$$

$$\begin{cases} CX_1\leqslant\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i}g_{ik}X_{ik}y_i^t}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i}g_{ik}y_i^t}\leqslant CX_2, t=1,2\cdots T \\ CY_1\leqslant\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i}g_{ik}Y_{ik}y_i^t}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i}g_{ik}y_i^t}\leqslant CY_2, t=1,2\cdots T \\ CZ_1\leqslant\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i}g_{ik}Z_{ik}y_i^t}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i}g_{ik}y_i^t}\leqslant CZ_2, t=1,2\cdots T \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m_i}\sum_{x\in X,y\in Y,z\in Z}l_{ij}w_{ij}a_{ik}^{xy(z-h_i)}\geqslant\rho l_{jk}w_{jk}a_{jk}^{x'y'z'} \\ \qquad j=1,2...n;k=1,2...m_i \\ l_{ij}=\min(x+l_{ik},x'+l_{jk})-\max(x,x') \\ w_{ij}=\min(y+w_{ik},y'+w_{jk})-\max(y,y') \\ \qquad i,j=1,2\cdots n;x,x'\in X;\ y,\ y'\in Y \end{cases} \tag{11}$$

$$o_{it}<o_{jt},(i,j)\in\{(i,j)\mid do_{it}>do_{jt}\text{且}y_i^t=y_j^t\} \tag{12}$$

式（1）为目标函数，表示费用节省最大化，其中 C 代表利润，z_1 表示车辆的运输成本，z_2 表示车辆的固定成本，z_3 表示违反时间窗的惩罚成本，z_4 表示超重的惩罚成本；式（2）表示配送车辆所使用的容积利用率最大化；式（3）表示车辆从配送中心出发，任务完成后返回配送中心；式（4）和（5）表示到达和离开某一客户的车辆有且只有 1 辆；式（6）表示客户仅由一辆车进行配送；式（7）表示每辆车

装载的货物量不能超过车辆的载重量；式（8）表示每辆车所装载的货物体积之和不能超过车辆的容积约束；式（9）表示每位客户的时间窗约束；式（10）表示装载后的车辆重心必须在规定的重心范围内；式（11）表示当货物 I_{ik} 在其他货物的顶部时，2 个货物的接触面积不能小于货物 I_{ik} 底面积的 $\rho(0 \leqslant \rho \leqslant 1)$ 倍，l_{ij}, w_{ij} 表示上下 2 个货物重叠部分的长度和宽度；式（12）表示同一车辆上满足先进后出的装载约束。

2　算法设计

2.1　优化路径算法

考虑到基本智能水滴算法容易陷入局部最优的缺点，将解决配送问题的 CW 算法与 IWD 算法相结合，充分利用节约算法的局部搜索能力，对 IWD 和 CW 提出了一些改进策略。

1）改进节点选择概率。根据求解模型以及限时配送的特点，增加两节点之间的距离、配送时间两种因素对节点选择的影响，即在候选节点中，选择使路径距离较短、配送时间合理的节点，改进后的节点选择概率可设置如下：$p(i,j)=\dfrac{f^{\alpha}(soil(i,j))\eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{l=1}^{n} f^{\alpha}(soil(i,l))\eta_{il}^{\beta}}$，式中，$\eta_{ij}=\dfrac{s(i,j)}{|a_i-e_i|+|a_i-l_i|}$，$s(i,j)$ 为两节点之间的节约值，α,β 分别表示两者在路径寻优过程中的权重指数。

2）改进可访问节点的筛选。将智能水滴算法和节约算法相结合，筛选下一节点时，在智能水滴的基础上，加入节约算法的理论，依据两点连接后距离节省最大化原则 $s(i,j)=d_{oi}+d_{oj}-d_{ij}$，使当前节点既可以向左搜寻，可访问的“上游”节点，也可以向右搜索，可访问的“下游”节点，扩大可访问节点集合的搜寻范围，提高算法的整体性能，减少陷入局部最优解的可能。

3）改进节点选择方式。为避免算法过早进入收敛状态，借鉴遗传算法的选择方式，通过轮盘赌选择方式来进行下一节点的选择。

4）局部更新操作。在算法迭代过程中，某一路径中的泥土含量出现极高或极低的情况时，会导致算法提前收敛[10]。针对这一缺陷，同时为了使每次迭代较优路径在下一次路径选择中有较高的选择吸引力，借助最大最小蚁群算法的思想，对水滴路径上的泥土量设置最大最小量的变化范围[11]。

2.2　优化配载算法

2.2.1　虚拟组合块处理

当每条线路上的客户顺序和数量确定之后，线路上的货物按照客户相反的顺序进行排列，遵循后进先出的原则。对于同一个客户的货物按照体积进行降序排列，方便货物堆叠。货物装载之前依据排列顺序，将相邻近的尺寸大小相似的货物，按照高度方向进行组合，形成一个虚拟组合块。虚拟组合块在组合之前需要满足后进先出、货物支撑面积和尺寸限制等约束，达到减少空隙，增强货物装载稳定性的目的。货物预处理可以减少货物的装载数量，提升装载率。虚线框内就是一个虚拟组合块，见图 1。

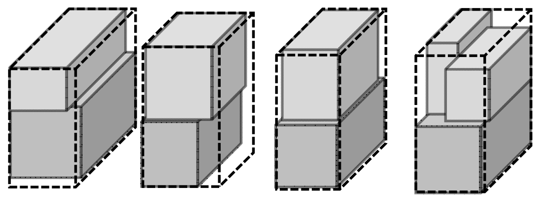

图 1　虚拟组合块示意
Fig. 1 Schematic diagram of the virtual combination blocks

2.2.2　空间划分处理

参考文献[12]中的最深位置装载方法，定义了装载位置集合。对于长宽为 L, W, H 的车辆 t，装载位置初始化只有(0, 0, 0)一点，此时装载集合为$(t, 0, 0, 0, L, W, H)$，按照待装货物与可行装载位置最佳匹配原则进行货物装载，装载货物时，货物左后下角的顶点与装载位置点重合，装入长宽高为 l_i, w_i, h_i 货物后产生 2 个新的装载区，如图 2 中 $V_1(t, l_i, 0, 0, L-l_i, W, H)$，$V_2(t, 0, w_i, 0, L, W-w_i, H)$，此时将占用的装载位置点从集合中删除，并添加新的装载位置。这种可行装载位置分割方式可以扩大剩余装载区，避免限制货物的装载，减少空隙的产生。在产生新的装载位置的同时，也会产生不能放入货物的细小区间，为提高装车利用率将细小区间与剩余区间进行合并，产生更大的存储区间。同类别(高相等、宽相等或者长相等)的组合块在放置方向相同的情况下，将 2 组合块产生的装载区间进行合并。若存在货物无法装入车内的情况，货物可在水平方向旋转 90°，然后在装载位置集合里再次选择合适的可装载位置。若水平旋转后，货物还是无法在剩余区间中找到合适的装载位置，将货物重新进行组合，再次循环此过程，直到达到结束条件。

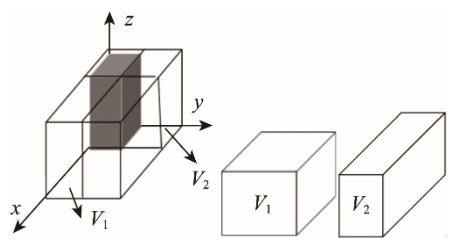

图 2　剩余空间划分示意
Fig.2 Schematic diagram of remaining space division

2.3 混合算法

将构造的 IWD-CW 算法与启发式装箱算法结合起来求解 3L-CVRP 问题。算法的基本思路为：通过 IWD-CW 算法求解 VRP 的近似最优解，每次的近似最优解按照成本升序的顺序，选择前 20 组近似解作为试验性路线；对每一组试验性路线调用启发式装箱算法；若找到可行的装载方案，则将装载方案存放在最优解集中，然后选择下一组试验性路线，否则，直接选择下一组试验性路线。若 20 组试验性路线均找不到可行装箱方案，则重新求解车辆路径，重复算法直至找到可行解或达到结束条件。混合算法的流程见图 3。

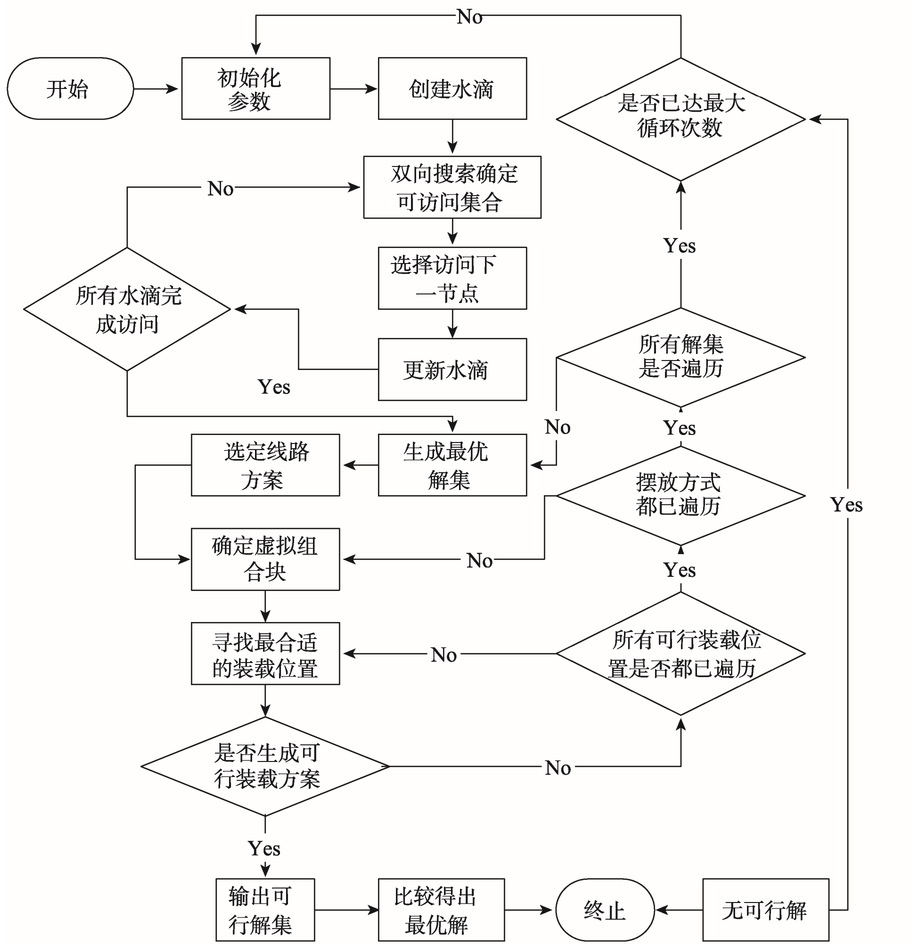

图 3 混合算法流程
Fig.3 Hybrid algorithm flow chart

3 数据仿真和结果分析

为了证明该模型及算法的有效性，假设某配送中心，车辆的长宽高为 60，25，30 dm，载质量为 90 kg，现有 100 个客户需要服务，配送中心需要在规定的服务时间进行配送，提前服务和迟到服务分别会产生每小时 50 元和 100 元的惩罚成本，固定成本是 200 元，行驶单位成本是 9 元/km。货物数据来自文献[6]，并添加货物装载的实际约束。货物堆叠放置时，2 个货物的接触面积不能小于上层货物底面积的 ρ 倍（ρ=0.75）。按照上述算法进行求解，求解得出的最优路径见图 4（坐标 (x,y) 表示客户点的位置，每条闭环路径代表车辆的运输线路）。

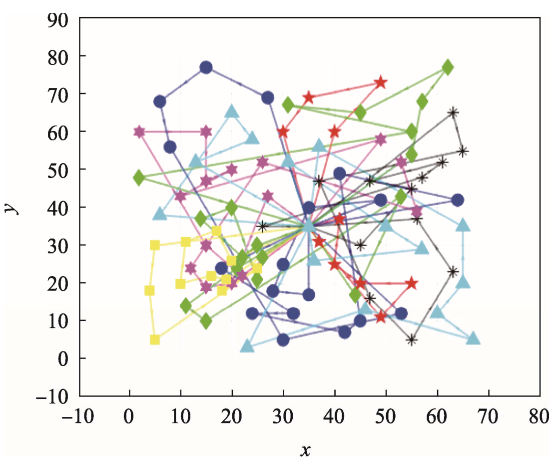

图 4 IWD-CW 算法路线
Fig.4 IWD-CW algorithm roadmap

配送中心需要 17 辆车来完成该时段的配送任务，每辆车的行驶路线如下描述，1 号车：101—81—71—65—20—90—9—46—101；2 号车：101—63—64—49—47—15—56—101；3 号车：101—43—74—67—39—25—24—70—101；4 号车：101—35—34—69—72—23—55—80—101；5 号车：101—17—86—38—95—100—101；6 号车：101—92—5—36—19—82—7—8—51—101；7 号车：101—30—66—32—10—101；8 号车：101—59—44—14—77—73—101；9 号车：101—93—57—42—41—22—1—29—101；10 号车：101—48—62—11—45—101；11 号车：101—89—79—78—50—3—26—101；12 号车：101—98—85—16—84—60—99—101；13 号车：101—52—37—91—61—88—68—33—101；14 号车：101—53—75—4—21—40—28—101；15 号车：101—6—96—83—18—97—94—101；16 号车：101—76—27—13—87—2—101；17 号车：101—58—54—12—31—101。按上述的路径可实现总运输距离最短，总运输成本最少，最终求解结果无违反时间窗和载重约束，故总成本=运输成本+固定成本，成本为 22 833.8181 元。另外，在此节点的分配下，可以将客户的货物按照三维装载约束全部装入车内。其中 13 号车具体的装载结果见表 1。

根据表 2 中的装载结果可知，在货物种类较多，并添加载重约束、优先约束、时间窗约束和支撑面积等多种配送约束的同时，基于最深货物装载算法进行货物装载，所得到的空间利用率和载重利用率仍维持在较好水平，平均空间利用率较文献[14]的单车空间利用率提高了 2.23%，装载效果较好。

车辆路径结果对比见表 3，可知提出的 IWD-CW 算法在距离和运输成本上不如文献[15]，但考虑了时间窗、接触面积、车辆稳定性和先进后出等因素，保证货物的完好性，车辆运输的安全性以及货物装卸的高效性，更加贴合实际物流配送环节。文中的求解结果优于文献[16]，在考虑时间窗的约束下，提出双向搜寻节点的 IWD-CW 算法以及改进的装载算法，提高了算法的寻优能力，扩大了路径的搜索范围。

表 1　13 号车的装载结果

Tab.1 Loading results of 13# vehicle

货物编号	左后下角坐标			货物的尺寸/dm		
	x	y	z	长	宽	高
3302	0	0	0	25	7	7
3303	0	0	7	22	9	9
3301	0	0	15	23	8	14
6801	0	9	0	20	9	15
8802	0	9	15	21	6	15
8801	25	0	0	35	8	15
8803	25	0	15	30	7	8
6102	25	0	23	33	8	7
6101	0	18	0	25	6	12
6103	0	18	12	22	5	18
9101	25	8	0	32	11	12
3701	25	8	12	33	7	6
9102	25	19	0	26	6	16
9103	25	19	16	22	6	10
5201	25	8	18	27	12	10

表 2　装载结果对比分析

Tab.2 Comparative analysis of loading results

类型	货物种类	优先约束	载重约束	时间窗约束	支撑面积约束	载重利用率/%	空间利用率/%
基于“层”启发式算法[13]	5 种	有	无	无	无	无	单车 73.91
文中最深位置装载算法	多种	有	有	有	有	平均 96.89	平均 76.14
无层级约束启发式算法[14]	多种	无	有	无	无	单车 95.85	单车 76.65

表 3　车辆路径结果对比

Tab.3 Comparison of vehicle routing results

算法	数据名称	客户数量	货物总量	运输距离/km	运输成本/元
文献[15]	E101-08e	100	193	1616.39	14 547.51
文献[16]	E101-08e	100	193	2371.42	21 342.78
IWD-CW 算法	E101-08e	100	193	2159.31	19 433.79

4　结语

基于 IWD 算法和节约算法以及启发式装载算法相结合的混合算法来研究具有配载约束的车辆路径问题。为了更加贴切实际物流的配送要求，考虑了三维配载下的约束条件，如容积约束、重量约束、时间窗约束、接触面积约束、先进后出等约束。为了更好求解具有配载约束的车辆路径问题，提出了 IWD-CW 混合算法，在基本的 IWD 算法的基础上加入节约算法理论，给每个水滴提供了双向搜寻节点的能力，扩大了搜索范围，减小水滴陷入局部最优，从整体上提高了 IWD 算法的性能。启发式装载算法，则是根据相似性进行多种类不同向的货物组合，通过剩余空间划分理论，选择空间占比最大的装载位置，以便在满足装载约束的条件下，将货物全部装载车内。基于装载约束的车辆路径问题是物流配送领域值得研究的

板块，在下一步问题的研究和探讨中还可以考虑加入多配送中心、多车型等更多实际配送的要求，根据配送的约束建立更符合实际的目标函数，为实际的物流配送提供更好的理论支持。

参考文献：

[1] 孙军艳，吴冰莹，来旭东. 整车物流装载方案优化与验证[J]. 包装工程, 2016, 37(21): 103—109.
SUN Jun-yan, WU Bing-ying, LAI Xu-dong. Optimization and Verification of Vehicle Logistics Loading Scheme[J]. Packaging Engineering, 2016, 37(21): 103—109.

[2] 彭勇，宋其勤. 带二维装箱约束的团队定向问题模型及优化算法[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2016, 35(3): 141—146.
PENG Yong, SONG Qi-qin. Team Orientation Problem Model and Optimization Algorithm with Two-Dimensional Packing Constraints[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University, 2016, 35(3): 141—146.

[3] 彭勇，罗佳，刘星，等. 带二维装箱约束的需求可拆分车辆路径问题模型及算法研究[J]. 科学技术与工程, 2017, 17(19): 268—272.
PENG Yong, LUO Jia, LIU Xing, et al. Research on Model and Algorithm of Demand Detachable Vehicle Routing Problem with Two-Dimensional Packing Constraints[J]. Science Technology and Engineering, 2017, 17(19): 268—272.

[4] EMMANOUIL E Z, CHRISTOS D T, CHRISTOS T K, A Guided Tabu Search for the Vehicle Routing Problem with Two-dimensional Loading Constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 195(3): 729—743.

[5] GENDREAU M, IORI M, LAPORTE G, et al. A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Two-dimensional Loading Constraints[J]. Networks, 2008, 51(1): 153—153.

[6] GENDREAU M, IORI M, LAPORTE G, et al. A Tabu Search Algorithm for a Routing and Container Loading Problem[J]. Transportation Science, 2006, 40(3): 342—350.

[7] FUELLERER G, DOERNER K F, HARTL R F, et al. Metaheuristics for Vehicle Routing Problems with Three-dimensional Loading Constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 201(3): 751—759.

[8] BORTFELDT A. A Hybrid Algorithm for the Capacitated Vehicle Routing Problem with Three-Dimensional Loading Constraints[J]. Computers and Operations Research, 2011, 39(9): 2248—2257.

[9] RUAN Q F, ZHANG Z Q, MIAO L X, et al. A Hybrid Approach for the Vehicle Routing Problem with Three-dimensional Loading Constraints[J]. Computers and Operations Research, 2013, 40(6): 1579—1589.

[10] DARIANE A B, SARANI S. Application of Intelligent Water Drops Algorithm in Reservoir Operation[J]. Water Resources Management, 2013, 27(14): 4827—4843.

[11] 贾瑞玉，马文华. 基于邻域搜索的改进最大最小蚁群算法[J]. 计算机仿真, 2014, 31(12): 261—264.
JIA Rui-yu, MA Wen-hua. Improved Maximum and Minimum Ant Colony Algorithm Based on Neighborhood Search[J]. Computer Simulation, 2014, 31(12): 261—264.

[12] FUELLERER G, DOERNER K F, HARTL R F, et al. Metaheuristics for Vehicle Routing Problems with Three-dimensional Loading Constraints[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 201(3): 751—759.

[13] 那日萨, 崔雪莲, 韩琪玮. 基于实际约束的三维装箱问题优化算法[J]. 工业工程与管理, 2017, 22(4): 10—16.
NA Ri-sa, CUI Xue-lian, HAN Qi-wei. Algorithm of 3D Packing Problem Based on Actual Constraints[J]. Industrial Engineering and Management, 2017, 22(4): 10—16.

[14] 明立立. 基于遗传算法的单车三维货物积载问题优化研究[D]. 武汉：华中科技大学, 2012.
MING Li-li. Optimization of Bicycle Three-dimensional Cargo Stowage Problem Based on Genetic Algorithm[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2012.

[15] GENDREAU M, IORI M, LAPORTE G, et al. A Tabu Search Algorithm for a Routing and Container Loading Problem[J]. Transportation Science, 2006, 40(3): 342—350.

[16] 靳志宏，于波，侯丽晓. 基于配载约束的配送优化问题及其求解算法[J]. 系统工程学报，2012, 27(3): 390—398.
JIN Zhi-hong, YU Bo, HU Li-xiao. Distribution Optimization Problem Based on Load Constraint and Its Solution Algorithm[J]. Journal of Systems Engineering, 2012, 27(3): 390—398.