

# 基于改进蚁群算法的码垛机器人路径规划应用研究

邓小飞, 张志刚

(焦作大学 信息工程学院, 河南 焦作 454003)

**摘要:** **目的** 为解决蚁群算法在码垛机器人路径规划中存在的收敛速度慢、容易陷入局部最优等问题, 提出一种人工势场和蚁群算法相结合的方法。**方法** 首先, 根据码垛机器人机械手在人工势场中不同节点所受到的合力, 对初始信息素进行不均匀分布, 以解决蚁群算法初期由于缺乏信息素导致的无效路径搜索。其次, 在启发函数的设计中引入码垛机器人机械手在下一节点所受到的合力, 以解决蚁群算法容易陷入局部最优的问题。最后, 对信息素的更新策略进行改进。按照寻得路径的长度不同, 对每次迭代完成后信息素的增量成比例进行更新, 并设置最大、最小值, 以解决迭代后期路径上信息素过大而使蚁群算法陷入局部最优的问题。**结果** 改进后的蚁群算法收敛速度提升了约 51%, 寻找到的最短路径提升了约 10%。和其他改进的蚁群算法相比, 在综合性能上也有一定程度上的提高。**结论** 改进后的蚁群算法收敛更快, 寻找的最优路径更短。

**关键词:** 人工势场; 蚁群算法; 路径规划; 码垛机器人

**中图分类号:** TB486.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2020)03-0200-07

**DOI:** 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.03.031

## Path Planning and Application of Palletizing Robot Based on Improved Ant Colony Algorithm

DENG Xiao-fei, ZHANG Zhi-gang

(College of Information Technology, Jiaozuo University, Jiaozuo 454003, China)

**ABSTRACT:** This paper aims to present a method of combining artificial potential field with ant colony algorithm to solve the problems of slow convergence speed and easy to fall into local optimum in path planning of palletizing robot. Firstly, the initial pheromone was distributed unevenly according to the joint forces of different nodes in the artificial potential field, to solve the invalid path search caused by the lack of pheromone in the initial stage of ant colony algorithm. Secondly, the joint force of the robot hand in the next node was introduced in the design of heuristic function to solve the problem that the ant colony algorithm was easy to fall into local optimum. Finally, the strategy of pheromone updating was improved. After each iteration, the increment of pheromone was updated in proportion to the length of the search path, and the maximum and minimum values were set to solve the problem that the pheromone on the path was so large at the later stage of the iteration that the ant colony algorithm fell into the local optimum. The improved algorithm improved the convergence speed by about 51% and the shortest path by about 10%. Compared with other improved ant colony algorithm, it also improved the comprehensive performance to a certain extent. The improved ant colony algorithm converges faster and finds shorter optimal path.

**KEY WORDS:** artificial potential field; ant colony algorithm; path planning; palletizing robot

收稿日期: 2019-09-26

基金项目: 2020 年度河南省高等学校重点科研项目 (20B520020)

作者简介: 邓小飞 (1978—), 男, 硕士, 讲师, 主要研究方向为嵌入式系统开发、人工智能。

随着物流自动化的发展,码垛机器人被广泛应用于货物的搬运、存储和包装。由于工作环境复杂,如何在存在障碍物的环境下将货物从一个区域快速搬运到另外一个区域,作为码垛机器人运动学领域的路径规划问题,一直是研究的重点。早期的路径规划算法主要有 Dijkstra 算法<sup>[1]</sup>、A\*算法<sup>[2]</sup>、人工势场法<sup>[3]</sup>等,但随着问题规模的扩大,这些算法在时间和结果等方面均无法获得良好的效果。随后,出现了智能仿生算法,如遗传算法<sup>[4]</sup>、蚁群算法<sup>[5]</sup>、粒子群算法<sup>[6]</sup>、神经网络算法<sup>[7]</sup>等。

蚁群算法作为一种具有正反馈机制的智能仿生算法,因具有适应性好、并行性高、鲁棒性强且易与其他算法结合等特点,被广泛应用于路径规划研究;但蚁群算法存在参数复杂、收敛速度慢、容易陷入局部最优等问题,众多学者对此做了大量的改进研究。Dorigo<sup>[8]</sup>提出了精英蚂蚁系统,通过对每次迭代完成后的最优路径释放更多的信息素来加快算法收敛。杜磊<sup>[9]</sup>引入鸟群算法来完成初始信息素的分布,以解决算法收敛速度慢的问题。白建龙<sup>[10]</sup>在蚁群算法中引入负反馈机制,以解决算法容易陷入局部最优的问题。张德惠<sup>[11]</sup>借鉴猫群算法,增加蚁群算法初期解的多样性,避免后期陷入局部最优。梁凯<sup>[12]</sup>借鉴狼群分配原则对信息分配机制进行改进,避免算法陷入局部最优,同时加快收敛。陈余庆<sup>[13]</sup>通过人工势场法影响蚂蚁的信息量,以提高算法寻找最优路径的效率。程志<sup>[14]</sup>改进了启发函数,用移动机器人在人工势场中受到的合力代替传统的欧式距离,增加局部路径上的搜索和安全避障能力。

针对蚁群算法存在的收敛速度慢、容易陷入局部最优等问题,文中结合人工势场法对初始信息素分配、期望启发函数和信息素更新策略进行改进。实验表明,改进后的算法能够有效解决收敛速度慢和容易陷入局部最优的问题。

## 1 蚁群算法的基本原理

蚁群算法是模拟自然界蚂蚁觅食过程的随机启发性算法,蚂蚁在觅食过程中会在经过的路径上分泌一种信息素,吸引其他蚂蚁以较大概率选择该路径。信息素会随着时间的变化而不断挥发,因此,单位时间内路径越短,信息素浓度就越高,选择该路径的蚂蚁也就越多,形成正反馈。最后,最短路径就被选择出来。

### 1.1 状态转移概率

在蚁群算法中,蚂蚁在第  $t$  轮迭代中从节点  $i$  选中节点  $j$  的概率为:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{\text{allowed}_k} [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta} & \text{if } j \in \text{allowed}_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\text{allowed}_k$  是可选节点;  $\tau_{ij}$  是节点  $i$  到节点  $j$  这条路径上信息素的浓度;  $\eta_{ij}$  是启发信息,其值是节点  $i$  到节点  $j$  欧式距离的倒数;  $\alpha$  是信息素的启发因子,表示信息素的重要程度,  $\alpha$  取值越大信息素的参与程度就越高,搜索的随机性越差;  $\beta$  是期望启发因子,表示启发信息的重要程度,  $\beta$  取值越大越倾向选择到目标点欧式距离最短的节点,容易陷入局部最优。

### 1.2 信息素更新

自然界蚂蚁分泌的信息素会不断挥发,在传统蚁群算法中,每次迭代完成会对路径上信息素的浓度进行更新:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho)\tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij} \quad (2)$$

式中:  $\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$  表示本次迭代完成后,路径  $(i, j)$  上增加的信息素浓度;  $\rho$  表示信息素的挥发系数,  $\rho$  越大表示信息素挥发越快,  $\rho$  取值范围为  $0 < \rho < 1$ 。

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} \\ 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $Q$  表示信息素浓度的常量;  $L_k$  表示蚂蚁  $k$  在本次迭代所经历的路径长度。

## 2 人工势场法的基本原理

人工势场法的基本原理是通过构建一个二维的虚拟力场,使移动机器人在目标点产生的引力和障碍物产生的斥力共同作用下,避开障碍物移动到目标点。移动机器人距离目标点越远,受到的引力越大,反之受到的引力越小;移动机器人距离障碍物越近,受到的斥力越大,反之越小。引力势场函数:

$$U_a(X) = \frac{1}{2}k(X - X_g)^2 \quad (4)$$

式中:  $X_g$  为目标点的位置;  $X$  为移动机器人当前的位置;  $k$  为一个大于 0 的引力常数。

引力函数为引力势场函数的负梯度,其表达式为:

$$F_a(X) = -\text{grad}(U_a(X)) = k(X_g - X) \quad (5)$$

斥力势场函数:

$$U_r(X) = \begin{cases} \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{X - X_0} - \frac{1}{\rho_0}\right)^2 & (X - X_0) \leq \rho_0 \\ 0 & (X - X_0) > \rho_0 \end{cases} \quad (6)$$

式中:  $m$  为一个大于 0 的斥力常数;  $\rho_0$  为障碍物

的影响半径； $X_0$ 为障碍物的位置； $X$ 为移动机器人的当前位置。

斥力函数为斥力势场函数的负梯度，其表达式为：

$$F_r(X) = -\text{grad}(U_r(X)) = \begin{cases} \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right) \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial X} & \rho \leq \rho_0 \\ 0 & \rho > \rho_0 \end{cases} \quad (7)$$

式中： $\rho$ 为移动机器人到障碍物的距离。

### 3 改进的蚁群算法

传统的蚁群算法中，在初始状态，信息素采用平均分配的形式，每条路经上的信息素浓度相同，信息素的启发作用没有充分发挥出来，大量无效的路径会被搜索，造成收敛速度慢。随着迭代的进行，路径上的信息素逐渐累积，信息素的作用增强，启发函数作用降低，使算法容易陷入局部最优。另外，在蚁群算法中，期望启发函数采用的是移动机器人到目标节点距离的倒数，蚂蚁在搜索时只考虑了距离因素，对障碍物的影响没有涉及。

#### 3.1 栅格法建模

在移动机器人的路径规划仿真中，需要将地理信息转换为机器能够识别的抽象模型。目前常用的建模方法有可视图法、极坐标法、单元树法、Voronoi图法、栅格法。栅格法由于对障碍物边界处理、数据存储、数据操作具有一定的优势，故采用栅格法建模。

栅格法是将地理环境抽象成一个二维的平面，并将平面划分成多个大小相同的栅格。每个栅格都有一个值0或1，表示没有障碍物或有障碍物。没有障碍物移动机器人可以自由通行，用白色表示，有障碍物不能通行，用黑色表示。移动机器人的路径规划就是在栅格地图上按照一定的算法找出一条无障碍物的路径，见图1。

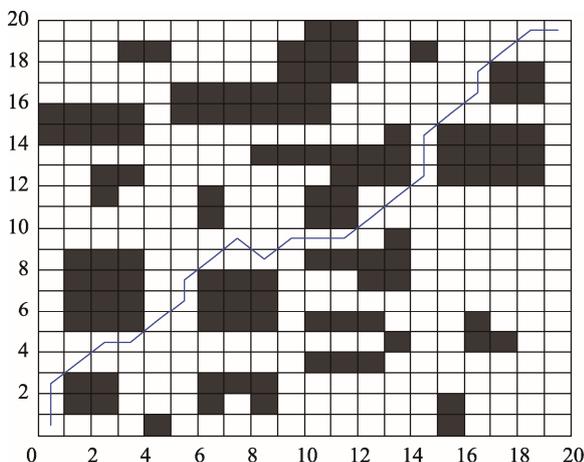


图1 栅格法建模

Fig.1 Modeling by grid method

在栅格法中，对每个栅格可以采用坐标法和序号法2种方式进行标识。坐标法是将栅格地图作为一个二维的坐标系，每个栅格通过  $x$  坐标和  $y$  坐标表示，记为  $(x, y)$ 。序号法是对栅格地图中的栅格从1开始依次进行编号，每个栅格具有唯一的一个编号。设栅格地图单元格的序号为  $S$ ，则  $S$  和坐标法  $(x, y)$  的转换关系为：

$$\begin{cases} x = \text{mod}(S-1, n) + 0.5 \\ y = n + 0.5 - \text{ceil}(S/n) \end{cases} \quad (8)$$

#### 3.2 初始信息素的分配

为解决传统蚁群算法收敛速度慢的问题，在算法的初始阶段采用信息素不均匀分布的方式。由于最优路径往往在移动机器人和目标点连线附近，因此，在引入人工势场算法后，将栅格地图上移动机器人在每个节点受到的合力投影到源节点和目标点的连线上，其值为：

$$F_t = F_h \cos \theta \quad (9)$$

式中： $\theta$ 为栅格地图上移动机器人在每个节点受到的合力方向和源节点与目标节点连线的夹角。在初始信息素分配时，每个节点上的信息素按  $F_t/F_{st}$  比例增加，这使得蚁群算法在开始阶段有较强的指向性，避免无效路径的搜索。其中， $F_{st}$ 是移动机器人在初始节点所受合力在源节点和目标节点连线上的投影。

#### 3.3 启发函数的改进

传统的蚁群算法中，期望启发函数  $\eta_{ij}$  为节点  $i$  到节点  $j$  欧式距离的倒数，蚁群在寻路时只考虑该节点到下一个可选节点的距离，使蚁群算法容易陷入局部最优。

在人工势场法中，移动机器人受到的引力越大，说明距离目标节点越远，距离目标节点越近，受到的引力越小。根据人工势场法的特性，设计了新的期望启发函数。当蚂蚁在选择下一个节点时，不仅考虑该节点和下一个节点的距离，还考虑移动机器人在下一节点所受到的势场合力。这样，蚂蚁在选择下一个节点时，不在局限于目前的最优，而会从全局来选择最优路径。新的期望函数为：

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{i,j} + F_t} \quad (10)$$

式中： $d_{i,j}$ 为节点  $i$  和下一个要选择的节点  $j$  之间的距离； $F_t$ 为式(9)中的定义。

#### 3.4 信息素更新策

Dorigo 提出了精英蚂蚁系统，在精英蚂蚁系统中，采用增强策略对每次迭代完成后的最优路径的信息素更新，释放更多的信息素：

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k + \omega\Delta\tau_{ij}^{\text{best}} \quad (11)$$

式中： $\omega$  是  $T^{\text{best}}$  的调整权重。

$$\Delta\tau_{ij}^{\text{best}} = \begin{cases} \frac{1}{L_{\text{best}}} & (i, j) \in T^{\text{best}} \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

在精英蚂蚁系统中, 只在当前最优路径上释放更多的信息素, 加快了算法收敛, 但会使找到的路径陷于局部最优。

最大-最小蚂蚁系统为了避免后期信息素过大使算法过早收敛, 将信息素的范围设定在  $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$  之间, 如果某条路径上的信息素超过设定的范围, 将被强制设为  $\tau_{\min}$  或者  $\tau_{\max}$ 。虽然最大-最小蚂蚁系统避免了某些路径上的信息素过大, 但强制设定后, 信息素的先验知识会丢失。结合精英蚂蚁系统、最大-最小蚂蚁系统和排序蚂蚁系统的特点, 设计了新的信息素更新策略。

在信息素更新时, 根据到达目标节点的蚂蚁所经过路径的长短, 释放不同的信息素。一次迭代完成后, 找出最长路径, 然后每条路径上信息素释放都是此路径和最短路径的比值乘以一个常量。路径越短, 释放的信息素越多, 导向作用也越明显。同时, 为了避免信息素过大, 设置信息素的最大、最小值。一旦某个节点信息素超过了设定的最大值, 将该节点的信息素设置为最小值, 同时, 所有节点的信息素按当前最优路径和自己所处路径长度的比值乘以  $\tau_{\min}$  进行更新。一方面, 避免了信息素过大造成过早收敛, 另一方面, 保留了以往信息素的信息。该信息素更新策略结合了精英蚂蚁系统、最大-最小蚂蚁系统和基于排序的蚂蚁系统信息素更新策略的优点。

## 4 仿真结果与分析

路径规划仿真方法主要有可视图法、几何特征图法和栅格法, 采用栅格法, 实验环境采用 Windows10 操作系统, 8 G 内存, Intel i7-8565U 处理器, MATLAB2014a 仿真软件。

### 4.1 参数的选择

蚁群算法中的参数对算法性能和稳定性影响较大, 并且没有具体的规则, 只能根据实验统计和经验设定。在蚁群算法中, 如果蚂蚁数量  $m$  过大, 大量被搜索过的路径上信息素会趋于相同, 虽然随机性会增强, 但收敛变慢且运算时间会增加; 蚂蚁数量  $m$  过小, 收敛会加快, 但容易陷入局部最优。信息素启发因子  $\alpha$  过大, 信息素的导向作用明显, 随机性变差,

容易过早收敛;  $\alpha$  过小, 收敛速度慢, 容易陷入局部最优。期望启发因子  $\beta$  如果过大, 蚂蚁倾向选择局部最短路径, 虽然收敛加快, 但容易陷入局部最优;  $\beta$  过小, 随机性好, 收敛速度变慢。信息素挥发因子  $\rho$  过小, 路径上残留的信息素过多, 差异性减少, 收敛速度变慢;  $\rho$  过大, 信息素挥发快, 较长路径上信息素残留过快变少, 诱导作用降低, 算法收敛快, 但随机性变差。信息强度  $Q$  表示蚂蚁在行走路径上释放的信息素总量。  $Q$  过大, 正反馈作用明显, 收敛变快, 容易陷入局部最优;  $Q$  过小, 正反馈变差, 收敛变慢。

经实验验证, 采用的  $M=20, \alpha=1, \beta=8, \rho=0.45$ 。

### 4.2 仿真结果及分析

为了更好地对比算法性能, 在  $30 \times 30$  的环境下对传统的蚁群算法、文献[9]、文献[13]和文中算法各仿真 30 次, 结果见图 2。可以看出, 在基本蚁群算法开始时, 由于信息素平均分配, 导向作用不明显, 算法震荡幅度较大。文献[9]由于使用鸟群算法对初始信息素进行初始分布, 加快了算法收敛。文献[13]改进了信息素的更新机制, 根据势场合力对每次迭代完成后路径上信息素增加一个额外的值, 以加快收敛, 在前期收敛较快。文中的改进算法在开始时, 根据移动机器人在每个节点所受到合力的大小对信息素进行不均匀分配, 信息素导向作用明显, 算法震荡幅度较小, 在后期由于对最短路径进行排序, 路径越短, 额外分配的信息素越多, 收敛越快。

4 种算法找到的最短路径见图 3。从图 3a 可以看出, 基本蚁群算法在期望启发函数只考虑了到下一个可选节点的距离, 陷入了局部最优; 图 3b 显示, 由于后期势场力可能出现合力为 0 的情况, 使额外增加的信息素差距缩小, 期望启发因子作用加大, 容易陷入局部最优; 图 3c—d 显示, 文献[9]改进的蚁群算法和文中提出的改进算法寻找出的最优路径更短, 由于文献[9]先期使用鸟群算法, 时间开销更大, 对比结果见表 1。

码垛机器人需要在存在障碍物的环境中完成货物的搬运、码垛等工作, 合理的路径将会提高码垛机器人的工作效率。将改进后的蚁群算法用 Matlab2014a 进行仿真后, 应用到码垛机器人机械手的移动。首先, 将机械手的移动的三维空间投影到二维空间; 其次, 采用栅格法建立栅格地图, 并以序号法对栅格地图进行编号; 最后, 以改进后的蚁群算法规划机械手的移动路径。实验表明, 应用改进后的蚁群算法, 码垛机器人的机械手能够以更短的路径抓取和搬运货物。

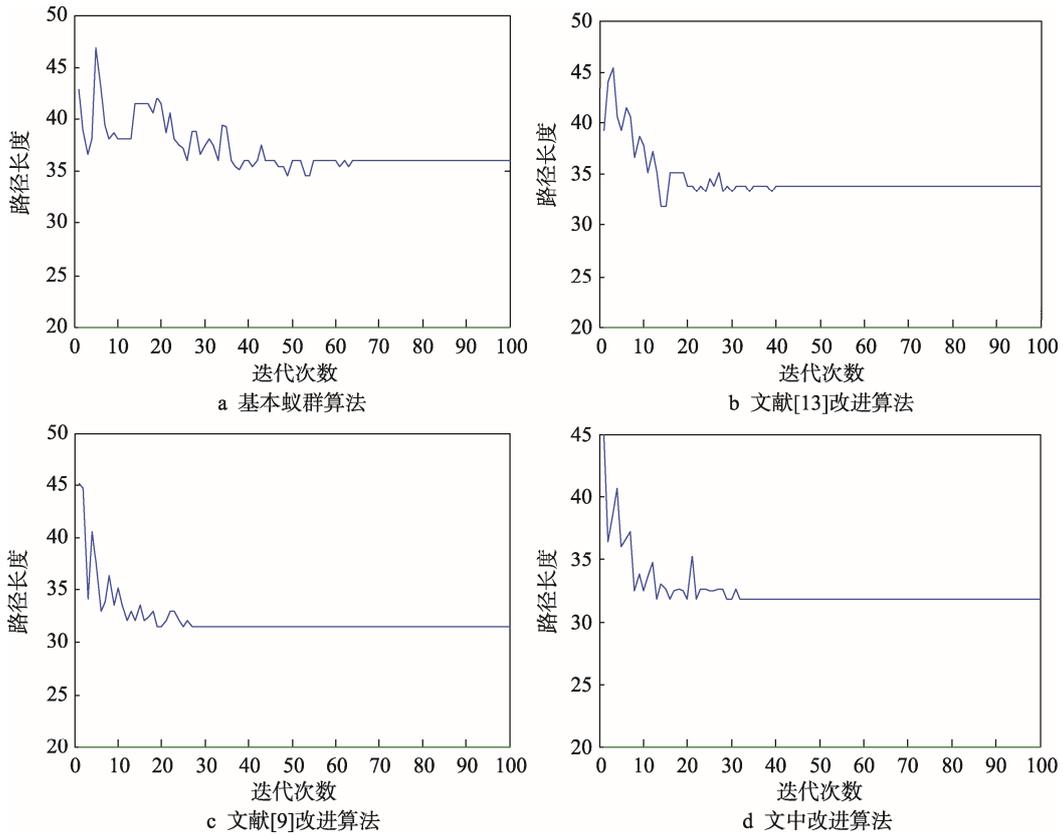


图2 算法收敛曲线(最小路径长度)对比

Fig.2 Comparison of algorithm convergence curve (the shortest path length)

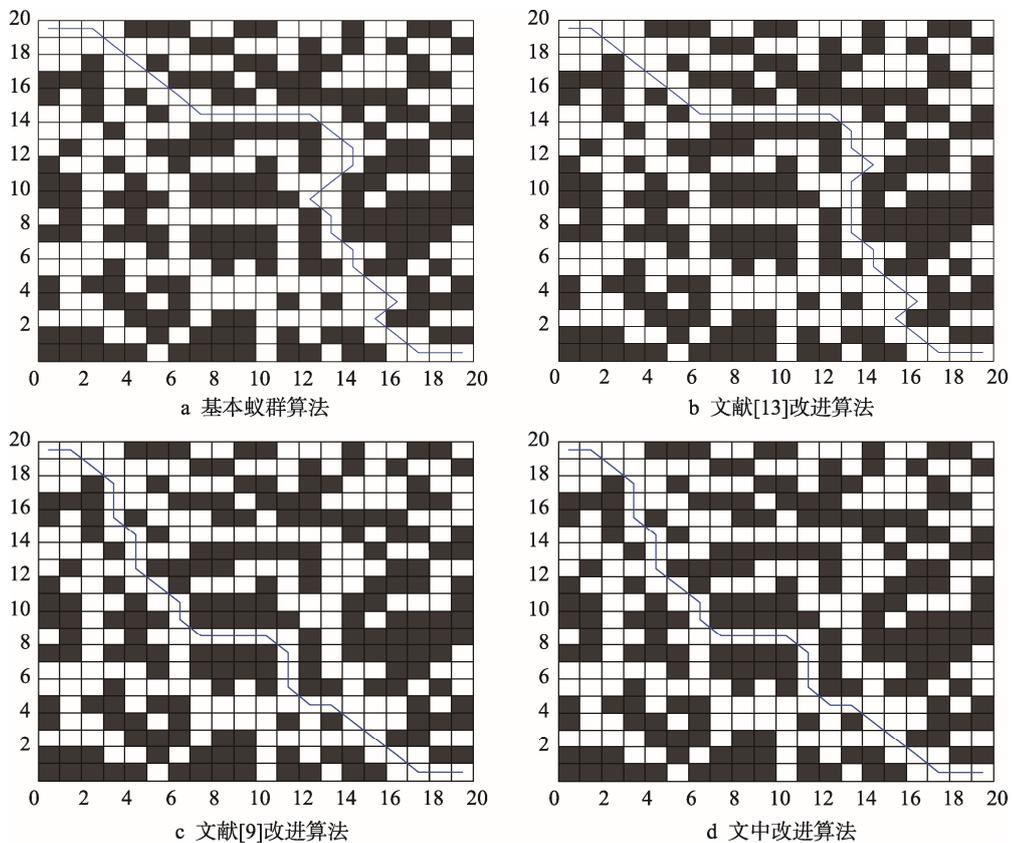


图3 算法的最短路径图对比

Fig.3 Comparison on the shortest path of algorithm

表 1 算法性能比较

Tab.1 Comparison of algorithm performance

算法	最短路径长度	迭代次数	运行时间/s
基本蚁群算法	36.6274	63	3.6406
文献[13]改进算法	34.3848	40	6.4925
文献[9]改进算法	31.7990	28	10.6274
文中改进算法	31.7990	31	6.4331

## 5 结语

将融入人工势场算法的改进蚁群算法应用到码垛机器人机械手的路径规划中，在初始信息素分布、期望启发函数及信息素更新策略 3 个方面进行了改进，以提高码垛机器人机械手的路径规划效率：结合人工势场中移动机器人在每个节点所受到的合力在源节点和目标节点方向上的投影，对初始信息进行不均匀分布，使蚁群算法在前期可以借鉴人工势场算法的先验知识，加快收敛；对期望启发函数进行改进，使期望启发函数不仅仅考虑本节点到下一个节点的距离，也考虑到移动机器人在下一节点所受的势场合力，避免陷入局部最优；信息素更新策略结合了精英蚂蚁系统、最大-最小蚂蚁系统和基于排序的蚂蚁系统信息素更新策略的优点，避免了迭代后期由于路径上分布的信息素过大而陷入局部最优。仿真实验表明，该改进算法可使码垛机器人在存在障碍物的环境下，以较少的时间和较少的迭代次数找到最短路径。

### 参考文献：

- [1] FADZLI S A, ABDULKADIR S I, MAKHTAR M, et al. Robotic Indoor Path Planning Using Dijkstra's Algorithm with Multi-Layer Dictionaries[C]// International Conference on Information Science & Security. Seoul: IEEE, 2015.
- [2] HART P E, NILSSON N J, RAPHAEL B. A Formal Basis for The Heuristic Determination of Minimum Cost Paths[J]. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 1968, 4(2): 100—107.
- [3] KHATIB O. Real-time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots[C]// Proceedings.1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation. New York: Springer, 2003.
- [4] 顾键萍, 张明敏, 王梅亮. 基于改进遗传算法的路径选择算法及仿真实现[J]. 系统仿真学报, 2016, 28(8): 1805—1811.  
GU Jian-ping, ZHANG Ming-min, WANG Mei-liang. Improved Genetic Algorithm-based Network Game Path Selection and Simulation[J]. Journal of System Simulation, 2016, 28(8): 1805—1811.
- [5] DORIGO M, MANIEZZO V, COLORNI A. Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 1996(1): 29—41.
- [6] 李擎, 徐银梅, 张德政, 等. 基于粒子群算法的移动机器人全局路径规划策略[J]. 北京科技大学学报, 2010, 32(3): 397—402.  
LI Qing, XU Yin-mei, ZHANG De-zheng, et al. Global Path Planning Method for Mobile Robots Based on the Particles Warm Algorithm[J]. Journal of University of Science and Technology Beijing, 2010, 32(3): 397—402.
- [7] BIRATTARI M, PELLEGRINI P, DORIGO M. On the Invariance of Ant Colony Optimization[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2006, 11(6): 732—742.
- [8] DORIGO, MARCO, BLUM, et al. Ant Colony Optimization Theory: A Survey[J]. Theoretical Computer Science, 2005, 344(2/3): 243—278.
- [9] 杜磊, 史健芳. 改进蚁群算法用于移动机器人路径规划时的研究[J]. 太原理工大学学报, 2019, 50(4): 523—528.  
DU Lei, SHI Jian-fang. Research on Improved Ant Colony Algorithm in Mobile Robot Path Planning[J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2019, 50(4): 523—528.
- [10] 白建龙. 基于负反馈机制的蚁群算法的机器人路径规划问题研究[D]. 天津: 天津工业大学, 2019.  
BAI Jian-long. Ant Colony Algorithm Based on Negative Feedback Mechanism for Robot Path Planning[D]. Tianjin: Tianjin Polytechnic University, 2019.
- [11] 张德惠, 游晓明, 刘升. 融合猫群算法的动态分组蚁群算法[J]. 计算机科学与探索, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5602.TP.20190709.1058.004.html>.  
ZHANG De-hui, YOU Xiao-ming, LIU Sheng. Dynamic Grouping Ant Colony Algorithm Combined with Cat Swarm Optimization[J]. Journal of Frontiers of Computer Science and Technology, <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5602.TP.20190709.1058.004.html>.
- [12] 梁凯, 毛剑琳. 基于改进蚁群算法的室内移动机器人路径规划[J]. 电子测量技术, 2019, 42(11): 65—69.  
LIANG Kai, MAO Jian-lin. Path Planning of Indoor Mobile Robot Based on Improved Ant Colony Algorithm[J]. Electronic Measurement Technology, 2019, 42(11): 65—69.
- [13] 陈余庆, 李桐训, 于双和, 等. 基于势场蚁群算法的机器人全局路径规划[J]. 大连理工大学学报, 2019, 59(3): 316—322.  
CHEN Yu-qing, LI Tong-xun, YU Shuang-he, et al. Robot Global Path Planning Based on Potential Field Ant Colony Algorithm[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2019, 59(3): 316—322.

- [14] 程志, 张志安, 李金芝, 等. 改进人工势场法的移动机器人路径规划[J]. 计算机工程与应用. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2127.tp.20190624.1809.022.html>.  
CHENG Zhi, ZHANG Zhi-an, LI Jin-zhi, et al. Mobile Robots Path Planning Based on Improved Artificial Potential Field[J]. Computer Engineering and Applications. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2127.tp.20190624.1809.022.html>.
- [15] MANIEZZO V, COLORNI A, DORIGO M. The Ant System Applied to the Quadratic Assignment[J]. IEEE Transactions on Knowledge & Data Engineering, 1994, 11(5): 769—778.
- [16] STUTZLE T, HOOS H. MAX-MIN Ant System and Local Search for the Traveling Salesman Problem[C]// IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC '97). Berlin: Springer, 1997.
- [17] 王维, 裴东, 冯璋. 改进 A\*算法的移动机器人最短路径规划[J]. 计算机应用, 2018, 38(5): 1523—1526.  
WANG Wei, PEI Dong, FENG Zhang. The Shortest Path Planning for Mobile Robots Using Improved A\* Algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2018, 38(5): 1523—1526.
- [18] 曾志雄, 邹焯导, 韦鉴峰, 等. 基于蚁群算法的荔枝冷链物流配送成本模型优化[J]. 包装工程, 2019, 40(11): 58—65.  
ZENG Zhi-xiong, ZOU Zhi-dao, WEI Jian-feng, et al. Optimization of Distribution Cost Model of Cold Chain Logistics[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(11): 58—65.