正弦泵叶轮组件转子动力学计算与仿真分析

邱海飞¹,韩斌斌²

(1.西京学院 机械工程学院,西安 710123;2.中国科学院空间应用工程与技术中心,北京 100094)

摘要:目的 为了深入研究正弦泵的技术性能,对其叶轮转子进行动力学建模与仿真计算。方法 在结构 设计和理论分析基础之上构建转子等效力学模型,利用 BEAM188, MASS21 及 COMBI214 单元开发有 限元建模程序;通过模态参数计算和多载荷步转子动力学分析,确定了基于 Campbell 图的前 3 阶临界 转速;在 ADAMS/View 环境下建立多刚体动力学仿真模型;将泵体压力场简化为主轴之上的等效力矩, 并在考虑接触特性的条件下对叶轮组件进行动力学仿真分析。结果 转子实际工作转速(600~800 r/min) 远小于其 1 阶临界转速(29 824.36 r/min);叶轮与刮板之间存在较大接触碰撞力,且支撑轴承承受了更 大的动态冲击载荷。结论 叶轮组件具有良好的转子动力学特性,符合正弦泵结构原理和实际工况。 关键词:正弦泵;临界转速;叶轮;力学模型;有限元;多体动力学 中图分类号:TB486;TH113.1 文献标识码:A 文章编号:1001-3563(2020)09-0186-07 DOI:10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.09.028

Rotor Dynamics Calculation and Simulation Analysis of Impeller Assembly on Sine Pump

QIU Hai-fei¹, HAN Bin-bin²

(1.College of Mechanical Engineering, Xijing University, Xi'an 710123, China;

2. Technology and Engineering Center for Space Utilization, Chinese Academy of Science, Beijing 100094, China)

ABSTRACT: The work aims to intensively study the technical performance of sine pump and carry out dynamic modeling and simulation calculation on its impeller rotor. Equivalent mechanical model of the rotor was established based on structural design and theoretical analysis, and its finite element modeling program was developed with elements BEAM188, MASS21 and COMBI214. On the basis of modal parameter calculation and rotor dynamic analysis with multi-load step, the critical speeds of the rotor from the 1st order to the 3rd order based on Campbell chart were determined. A simulation model of rigid multibody dynamics was set up by ADAMS/View software. The pressure field in the pump was simplified into an equivalent moment on the spindle, and the dynamic simulation and analysis of the rotor assembly were carried out with the contact characteristics taken into consideration. The actual working speed (600-800 r/min) of the rotor was far less than its first-order critical speed (29 824.36 r/min). Besides, there was a large contact force between impeller and scraper, and the dynamic impact load on support bearing was larger than others. With good rotor dynamic characteristics, the impeller assembly can adapt to the structural principle and actual working conditions of the sine pump. **KEY WORDS:** sine pump; critical speed; impeller; mechanical model; finite element; multibody dynamics

收稿日期: 2019-03-08

基金项目:陕西省教育厅科研计划(15JK2177);西京学院横向课题(2019610002001915)

作者简介:邱海飞(1983—),男,硕士,西京学院副教授,主要研究方向为机电产品数字化设计与开发、机械系统动态 设计。

正弦泵 (Sine Pump) 是一种回转式新型容积泵, 最早由德国 MASO 公司于 20 世纪 80 年代研发制造, 其优良的工作性能成功解决了食品卫生行业中的浆 料输送难题。相对于以往的离心泵、螺杆泵、转子泵 及齿轮泵等,正弦泵最大优势就是能够在无剪切、无 脉动的情况下对物料进行柔和搅拌与输送,因此被广 泛应用于食品、饮料、化妆品、医药及化工等行业^[1]。 尽管如此,正弦泵在国内市场和相关行业的应用并未 全面展开,目前针对正弦泵的专业研究和相关技术文 献并不多见。

近年来,国内泵业制造厂商和相关科研人员开始 重视正弦泵的技术优势,并在正弦泵的研制和行业应 用方面进行了探索,例如:华南理工大学的丁问司、 张旭等^[2]建立了基于 AMESim 平台的正弦泵关键部 件及整机模型,并通过仿真计算研究了正弦泵的动态 特性;江南大学的陈娜、周一届^[3]在 Fluent 环境下模 拟分析了正弦泵的流场情况,同时对叶轮结构参数进 行了优化设计;汉胜工业设备(上海)有限公司的陈禹 等在介绍正弦泵工作原理、技术特点的基础上,对 MASO 正弦泵在奶制品和肉内加工行业的应用情况 进行了介绍[4]。此外,我国目前已经建立了一批针对 正弦泵研制的联营及合资企业,如上海汉胜设备有限 公司,上海天田泵业制造有限公司、上海贝工泵业制 造有限公司、温州兴盛轻工机械有限公司等[1]。叶轮 组件是正弦泵的核心部件。文中以某型正弦泵结构为 参考,通过转子动力学计算和多体动力学仿真分析, 深入研究了叶轮组件在运转状态下的工作性能,为正 弦泵的动态仿真设计提供了重要技术参考。

1 正弦泵结构原理

从结构特性来看,正弦泵设计精巧、拆卸方便, 属于食品卫生级正位移容积泵,目前已获得多个国际 权威食品卫生认证(如FDA,EHEDG,USDA,NAL 等)。正弦泵系统结构组成见图 1,主要包括主轴、 叶轮、机座、泵壳、套筒、刮板、滑槽、衬套、轴承 室及轴承。其结构及功能原理为:具有正弦曲线特征 造型的叶轮与刮板沿径向卡合,并通过滑槽和泵壳共 同形成封闭腔体;叶轮利用其独特的结构形状,将泵 腔划分为4个相同的腔室,而卡装在叶轮之上的刮板 又将泵腔隔分为吸入腔室和排除腔室,以此保证在泵 壳的进出口形成压差。正弦泵通过主轴输入扭矩驱动 叶轮转动,并在刮板沿滑槽运动的共同作用下实现流 动物料的连续输送。

与传统的转子泵和螺杆泵相比,正弦泵具有无可 比拟的性能优势。由于叶轮结构具有连续起伏的柔和 轮廓造型,使得运行过程中不会对物料产生剪切作 用,避免了物料发生气泡或破碎,因此通过正弦泵输 送的食品物料在粘度、色泽及品质方面更胜一筹。此





外,正弦泵不仅具有更高的自吸力(最高达 85 kPa) 和排出压力(最高达 1500 kPa),而且其单一叶轮设 计能够保证每次物料循环的输送体积流量恒定,且物 料吸入和排放过程平稳、流型一致,无峰值脉动等不 利影响^[5]。

2 转子动力学特性

2.1 理论基础

对于具有转盘零件的转子系统,根据转子动力学 理论,可通过线位移 x, y 和角位移 θ_x , θ_y 来表征转 子振动形态,其振动方程见式(1—2)^[6]。式中:M为动力矩阵,是由转盘集中质量和直径转动惯量构成 对角线元素的对角矩阵;J为极转动惯量矩阵,是以 转盘极转动惯量为对角线元素的对角矩阵;K为刚度 矩阵,是由刚度系数构成的对称矩阵; δ 为位移列向 量; ω 为转子角速度。

 $\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{\delta}}_{1} + \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{J}\dot{\boldsymbol{\delta}}_{2} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\delta}_{1} = 0 \tag{1}$

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{\delta}_2 + \boldsymbol{\omega}\boldsymbol{J}\boldsymbol{\delta}_1 + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\delta}_2 = 0 \tag{2}$$

将叶轮组件结构被转化为具有 2 个弹性支撑和 1 个集中质量(m)的离散转轴系统,则其动力矩阵 M、 极转动惯量矩阵 J 和刚度矩阵 K 均为二阶矩阵,且位 移列向量可表示为: $\delta_1 = [x, \theta_y]^T$, $\delta_2 = [y, -\theta_x]^T$ 。将以 上矩阵和向量元素分别代入式(1—2)便可得到正弦 泵叶轮组件的振动微分方程。

2.2 等效力学模型

对正弦泵叶轮组件结构进行简化处理,建立如图 2 所示的等效力学模型,其基本思路:利用具有不同 截面属性的弹性梁单元(BEAM188)构建阶梯主轴; 将叶轮结构等效为集中质量点*m*,并由三维质量单元 MASS21模拟;主轴支撑由二维轴承单元 COMBI214 模拟。通过建立等效力学模型,不仅能够很好地简化 和取代叶轮组件实体结构,而且很大程度上减少了转 子动力学分析的复杂性及工作量,有利于节省机时、 提高计算效率^[7]。



图 2 等效力学模型 Fig.2 Equivalent mechanical model



图 3 有限元模型 Fig.3 Finite element model

以等效力学模型为依据,在 Ansys 环境下利用 APDL 语言开发叶轮组件结构设计程序,建立如图 3 所示有限元模型,相关建模数据见表 1。阶梯主轴段 之间通过节点联接,其材质采用 45 钢,涉及的材料 属性参数包括:密度 ρ =7800 kg/m³;弹性模量 *E*=207 GPa;泊松比 λ =0.3。叶轮采用不锈钢材质,其质量 *m*=1.05 kg;忽略轴承质量和阻尼,其支撑刚度 *K*=544 MN/m。根据叶轮组件装配关系设置相应边界条件, 令集中质量 *m* 与主轴刚性联接,完全约束 COMBI214 单元自由端所有平动与转动自由度,同时限制其支撑 端沿轴向移动和绕轴心旋转自由度。

表 1 有限元建模数据 Tab.1 Data of finite element modeling

零部件	主轴	叶轮	轴承	
单元类型	BEAM188	MASS21	COMBI214	
单元数量	9	1	2	

2.3 模态频率及振型

正弦泵是典型的高速旋转机械,为保证整机系统 性能稳定和安全运行,要求叶轮组件必须具备良好的 结构动力学特性。通过模态分析能够有效预测和评估 叶轮组件的固有振动特性,有利于正弦泵的减振降噪 和故障诊断^[8]。分别对叶轮组件、主轴及叶轮进行模 态分析,提取其前6阶模态频率,并在 Matlab 环境 下绘制频率分布见图4。分析比较可知,3种模态频 率均按从小到大的趋势分布,符合结构动力学中模态 频率的排序规律,其中,叶轮的模态频率最大,主轴 结构次之,而叶轮组件最小,且其基频分别为4057.9, 1348.6,704.61 Hz。由此可知,与叶轮组件结构相比, 单一实体零件的各阶模态频率显然更高,说明子零件 (主轴和叶轮)的抗振性能要优于叶轮组件,因此在 对正弦泵进行结构动力学设计时,应重点从叶轮组件 自身结构形式或装配关系方面加以改进。

模态振型是预测结构在各阶共振频率下发生振动 和形变的重要依据。由振动力学理论可知,结构的低阶 模态对其振动响应更为敏感,因此在结构动力学设计过 程中关注低阶振型更为有意义^[9],如图 5—6 所示的叶 轮和主轴一阶振型。分析可知,在一阶模态频率下,叶 轮结构会发生较明显的弯曲振动变形,最大变形区域(4 处)出现在轮廓边缘且呈对称分布;主轴一阶振型主



图 4 模态频率比较 Fig.4 Comparison of modal frequency



图 5 叶轮一阶振型 Fig.5 First-order vibration mode of impeller



图 6 主轴一阶振型 Fig.6 First-order vibration mode of spindle





要表现为弯曲和扭转振动变形,最大变形区域集中在 两侧轴端位置。叶轮组件等效力学模型的一阶振型, 三阶振型,五阶振型见图7,其中虚线为原始模型结 构,分析可知,一阶振型和三阶振型均是主轴段以轴 承支点为中心,在*xOz*面内发生的往复振动变形,而 第5阶振型则表现为主轴的弯曲和扭转组合变形。

2.4 临界转速

在物料输送过程中,叶轮组件处于高速旋转状态,准确计算其临界转速对于正弦泵的稳定运行具 有重要意义^[10]。根据模态分析结果,叶轮组件基频 (704.61 Hz)对应的共振转速高达 42 276.6 r/min, 以此为参考设定转子动力学分析范围。考虑陀螺效 应,根据式(3)所示角速度 ω 与转速 n 的转换关 系,在 0~80 000 r/min 转速区间内,利用 OMGA 命 令对叶轮组件施加一组驱动转速,每组转速间隔 5000 r/min,即转子动力学计算过程共包括 17 个载 荷步。

$$\varphi = \frac{2\pi n}{60} \tag{3}$$

在模态分析基础上执行各载荷步计算过程,并通 过 PLCAMP 命令获得叶轮组件的 Campbell 图,见图 8。由 Campbell 图可知,在 0~80 000 r/min 转速范围 内,叶轮组件共存在三阶临界转速,即 29 824.36, 42 375.40,61 274.25 r/min,与之对应的转速频率分 别为 497.07,706.26,1021.23 Hz。正弦泵的工作转 速一般在 600~800 r/min 左右,可见叶轮组件的工作 转速远远小于一阶临界转速,说明在实际工况下该正 弦泵完全能够按照设计转速稳定运行。

尽管如此,高速化始终是旋转机械发展的终极目标,随着近年来正弦泵的性能提升和技术进步,行业内对其工作转速的要求也愈来愈高^[11]。从转子动力学方面来看,一阶和二阶临界转速对叶轮组件的影响较大,尤其是第二阶临界转速,因为其对应的工作转速频率与叶轮组件的一阶、二阶模态频率十分接近,所以在正弦泵高速化设计过程中,为使叶轮组件能够适应更高的工作转速,应尽量消除二阶临界转速带来的不利影响。



图 8 叶轮组件 Campbell 图 Fig.8 Campbell chart of impeller assembly



图 9 叶轮压力转化简图 Fig.9 Pressure transformation sketch of impeller

3 多体动力学仿真

3.1 泵体压力计算

由于叶轮结构具有特殊的正弦波形轮廓,使得物料的搅拌和输送能够连续平稳,因此正弦泵运行过程中基本不会形成脉动和剪切效应,可近似地认为封闭 泵腔的压力场呈各向同性分布^[12—13]。为方便多体动力学仿真计算,对泵腔内的压力进行等效简化处 理^[14],见图 9。假设四分之一叶片面积为*S*,且叶面中心点到主轴中心轴的距离为*L*,若作用于叶片表面 的压强为 P,则可将物料对叶片形成的压力场转化为 一个集中力 F,见式 (4)。

$$F = PS \tag{4}$$
$$T = FL \tag{5}$$

正弦泵在输送物料过程中需克服集中力 *F* 运转, 因此,可将阻力 *F* 转化为作用于主轴之上的等效力矩 *T*,见式(5)。根据文献[1],泵体压力 *P*=0.69 MPa; 通过叶片 CAD 实体模型检测得知:*S*=25 cm²;*L*=3.5 cm。将各参数代入式(4—5)即可计算出等效力矩 *T*=60.4 N·m。

3.2 仿真模型构建

在 ADAMS/View 平台上建立多刚体动力学仿真 模型,见图 10。构成叶轮组件的零部件主要包括: 主轴、叶轮、刮板、滑槽及轴承。其中,主轴与叶轮 采用刚性联接,刮板在叶轮连续转动作用下沿滑槽往 复运动,滑槽和轴承起固定支撑作用。对各零部件赋 予材料特性参数,并根据叶轮组件装配关系定义相应 约束和运动副^[15–16]。在 ADAMS/View 环境下对仿真 模型进行机构学验证,按照式(6)计算其自由度, 其中:活动构件数量 N=2,低副数量 $P_L=2$,高副数 量 $P_{H}=1$,则由此计算出叶轮组件自由度 v=1,符合机 构学设计要求。



图 10 叶轮组件仿真模型 Fig.10 Simulation model of impeller assembly

将负载 T 施加于主轴之上,重力因子方向垂直于 主轴中心轴线。考虑接触特性影响,根据运动关系和 材料特性,分别在叶轮与刮板、刮板与滑槽之间施加 实体接触(Solid-Solid),主要接触参数包括:材料刚 度(Stiffness)、材料阻尼(Damping)、力指数 (Exponent)、穿透深度(Dmax)、静摩擦因数 (Mu_Static)、动摩擦因数(Mu_Dynamic)等^[17—18], 具体参数值见表 2。

3.3 结果分析

运行动力学仿真过程,设置主轴驱动转速为600 r/min,仿真时间为2s,计算步长为1800。在后处理 模块获得刮板运动学曲线见图11。分析可知,在正 弦泵叶轮组件转动一周过程中,刮板沿滑槽发生4次 往复运动,泵体完成2次吸入和排放作业,当刮板运 动至极限位置时,瞬时速度为0,加速度达到最大, 符合正弦泵工作原理。从位移曲线可知,刮板位移行 程约为25mm,且速度和加速度曲线光滑、平顺,说 明正弦泵叶轮组件运转过程平稳、性能可靠。



分析图 12 所示接触力仿真曲线可知,在一个循 环吸排作业过程(0~0.1 s)中,叶轮与刮板之间的接 触力出现 2 次峰值(约 55 747 N),主要是由于在 2 次吸排瞬间叶轮表面与刮板接触力较大;而刮板与滑 槽之间出现 4 次峰值(约 17 N),说明刮板在 4 次往 复运动过程中均会与滑槽形成瞬时接触碰撞。比较可 知,刮板与滑槽之间的碰撞频率较高,但其接触力峰 值却远远小于刮板与叶轮,这是由于在叶轮组件运转 过程中,刮板与叶轮始终保持高副线接触,而刮板与

在负载转矩 T影响下,叶轮组件在高速运转状态 下会对支撑部件形成一定冲击。如图 13 所示,在主 轴运转1周过程中,会对支撑轴承形成2次较大冲击 载荷,且轴承2承受的冲击载荷明显大于轴承1,最 大载荷值分别为51 171 N和24 503 N,这是由于轴 承2距离泵壳较近,因此受到来自泵体内部的振动冲 击更大,符合正弦泵结构原理和实际运行情况。

滑槽之间则处于低副面接触。

表 2 主要接触参数 Tab.2 Main contact parameters

参数名	Stiffness/(kN·mm ⁻¹)	$Damping/(N \cdot s \cdot mm^{-1})$	Exponent	Dmax/mm	Mu_Static	Mu_Dynamic
参数值	100	50	1.5	0.1	0.3	0.25



图 13 轴承冲击力载荷 Fig.13 Impact load on bearing

4 结语

作为新一代食品卫生级输送机械,正弦泵在结构 和性能方面具有无可比拟的技术优势。从动力学层面 出发,综合运用理论分析、结构设计、有限元分析及 多体动力学仿真等手段,对叶轮组件结构及其工作性 能进行了深入研究。利用等效力学模型简化了叶轮组 件转子动力学计算的难度及流程,在模态分析基础上 确定了临界转速,为实际生产过程中正弦泵的调速与 控制提供了依据。通过多刚体动力学仿真分析,明确 了叶轮组件运转过程中关键零部件的运动规律以及 接触碰撞和冲击载荷变化情况,验证了正弦泵的功能 原理,为其调速控制和减振降噪提供了动力学层面的 技术参考。在后续研究工作中,可考虑难度更大的流 固耦合仿真或机电液一体化仿真,这方面的技术探索 能够更为准确地逼近实际工况,有助于全面深刻地理 解和掌握正弦泵结构性能。

参考文献:

- [1] 陈娜. 物料在正弦泵内的流动分析及泵的结构优化
 [D]. 无锡: 江南大学, 2011: 1—6.
 CHEN Na. Flow Simulation of Fluid in Sine-Pump and Structure Optimization of Sine-Pump[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2011: 1—6.
- [2] 丁问司,张旭,袁林燕.基于 AMESim 的交流正弦 液压泵动态特性仿真分析[J].液压与气动,2013(11): 29—32.

DING Wen-si, ZHANG Xu, YUAN Lin-yan. Simulation Analysis of Dynamic Characteristics of Sinusoidal Pump Based on AMESim[J]. Chinese Hydraulics & Pneumatics, 2013(11): 29–32.

- [3] 陈娜,周一届.正弦直纹曲面的几何性质及在泵中的应用[J].机械设计与制造,2011(8):72—74.
 CHEN Na, ZHOU Yi-jie. Geometric Properties of Sine-ruled Surface and Its Application in Pumps[J]. Machinery Design & Manufacture, 2011(8):72—74.
- [4] 陈禹.正弦泵在奶制品行业的应用及特点[J]. 食品 工业科技, 2007(8): 30—31.
 CHEN Yu. Application and Characteristics of Sine-pump in Dairy industry[J]. Science and Technology of Food Industry, 2007(8): 30—31.
- [5] 张旭. 交流正弦液压泵动态性能设计与分析[D]. 广州: 华南理工大学, 2014: 2—9.
 ZHANG Xu. Design and Analysis of Dynamic Performance of Alternating Sinusoidal Pump[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2014: 2—9.
- [6] 邱海飞.基于 APDL 的涡旋压缩机转子组件轻量化 实现[J].机械设计, 2017, 34(10): 90—95.
 QIU Hai-fei. Lightweight Design of Scroll Compressor's Rotor System with Finite Element Method[J].
 Journal of Machine Design, 2017, 34(10): 90—95.
- [7] 邱海飞,吴松林.DG46 多级泵转子组件动力学建模 与分析[J]. 矿山机械,2013,41(2):60—63.
 QIU Hai-fei, WU Song-lin. Dynamic Modeling and Analysis on Rotor Assembly of DG46 Multi-stage Pump[J]. Mining & Processing Equipment, 2013, 41(2):60—63.
- [8] 朱葛,董世民,张卫卫,等. 变刚度弹簧往复泵锥阀 及其动态特性仿真[J]. 中国机械工程, 2018, 29(24): 2912—2916.
 ZHU Ge, DONG Shi-min, ZHANG Wei-wei, et al. Variable Stiffness Spring Reciprocating Pump Poppet

Valves and Their Dynamic Characteristic Simulation[J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(24): 2912—2916.

- [9] 杨义勇,金德闻.机械系统动力学[M].北京:清华 大学出版社,2009:3—7.
 YANG Yi-yong, JIN De-wen. Dynamics of Mechanical System[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 3—7.
- [10] 王文, 尹艳美, 贺尚红, 等. 齿轮式机油泵齿形对流 量特性的影响分析[J]. 食品与机械, 2016, 32(12): 92—95.

WANG Wen, YIN Yan-mei, HE Shang-hong, et al. Discussion on Influence of Gear Tooth Shape on Flow Characteristic in Gear Pump[J]. Food and Machinery, 2016, 32(12): 92–95.

- [11] 李玉龙,孙付春,钟飞.齿轮泵无径向力新结构的研究与分析[J].制造技术与机床,2019(1):28—30.
 LI Yu-long, SUN Fu-chun, ZHONG Fei. Research and Analysis of a New Construction Without Radial Force for Gear Pumps[J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2019(1):28—30.
- [12] 丁向荣, 王超. 螺旋转子泵性能测试[J]. 包装工程, 2017, 38(23): 177—181.
 DING Xiang-rong, WANG Chao. Performance Test of Helical Rotor Pump[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(23): 177—181.
- [13] 王天任,孙宏浩,李鹤,等.罗茨真空泵转子系统动 力学建模[J]. 机械设计与制造, 2018(5): 19—21.
 WANG Tian-ren, SUN Hong-hao, LI He, et al. The Rotor System Dynamics Modeling of Roots Vacuum Pump[J]. Machinery Design & Manufacture, 2018(5): 19—21.
- [14] 杨柳,杨绍普,王久健,等.机车转子系统的非线性动力学分析[J].机械工程学报,2018,54(18):

97—104.

YANG Liu, YANG Shao-pu, WANG Jiu-jian, et al. Nonlinear Vibration Analysis of Locomotive Rotor System[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(18): 97—104.

- [15] 谢彩琴,张钢,袁坤鹏,等.基于 ANSYS 的鼓风机 电动机永磁轴承-转子系统动力学分析[J].轴承, 2019(2):12—16.
 XIE Cai-qin, ZHANG Gang, YUAN Kun-peng, et al. Dynamics Analysis on Permanent Magnetic Bearing-Rotor System of Blower Motor Based on ANSYS[J]. Bearing, 2019(2): 12—16.
- [16] 张磊, 裴世源, 徐华. 参数可调椭圆滑动轴承转子系统动力学研究及抑振机理[J]. 中国科学院大学学报, 2019, 36(1): 15—24.
 ZHANG Lei, PEI Shi-yuan, XU Hua. Dynamic Study

and Vibration Suppression Mechanism of Rotor System with Adjustable Elliptical Journal Bearings[J]. Journal of University of Chinese Academy of Sciences, 2019, 36(1): 15–24.

- [17] 卢子乾,魏永合,矫晶晶.转子碰摩故障动力学仿真及实验验证[J]. 沈阳理工大学学报, 2018, 37(4): 62—67.
 LU Zi-qian, WEI Yong-he, JIAO Jing-jing. Dynamic Simulation and Experimental Verification of Rotor Rubbing Fault[J]. Journal of Shenyang Ligong University, 2018, 37(4): 62—67.
- [18] 申倩,谢伟松,刘佳杭,等.多跨度裂纹转子-滚动 轴承动力学特性分析[J]. 机械传动,2018,42(12): 34—42.

SHEN Qian, XIE Wei-song, LIU Jia-hang, et al. Analysis of Dynamics Characteristic of Multi-span Cracked Rotor-rolling Bearing[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2018, 42(12): 34—42.