

基于 P-Rob 六自由度机械臂运动学建模与仿真

张昌, 武玉强

(曲阜师范大学 工学院, 山东 日照 276800)

摘要: **目的** 为实现后续机械臂控制算法研究, 检验机械臂运动学模型构建的正确性, 基于 PersonalRobotics, 对六自由度机械臂进行运动学模型构建和轨迹仿真。**方法** 通过标准 D-H 法建立运动学模型, 实现机械臂的正、逆运动学方程求解, 根据机械臂的结构特性, 对传统逆向运动学求解的解析法进行改进。**结果** 使用仿真软件 Matlab 验证了运动学模型建立的准确性, 改进的逆向运动学求解算法降低了传统求解算法的复杂度。使用仿真软件 Matlab 验证了运动学模型建立的准确性, 并通过 Matlab 对改进的逆行运动学求解方法进行了验证, 结果表明, 改进的逆向运动学求解速度是传统逆向运动学求解速度的一半。**结论** 根据六自由度机械臂的运动学研究, 对实际机械臂的运动控制具有一定的参考价值。在实际的 P-Rob 机械臂上进行了仿真数据的测试, 再次验证了运动学模型建立的准确性, 仿真数据可应用于实际的机械臂控制中。实验现象表明针对此机械结构的机械臂, 使用改进解析法求解逆解的方法计算简单、误差小、可行性强。

关键词: 六自由度; 机械臂; D-H; 运动学模型; Matlab 仿真; 轨迹规划

中图分类号: TP241 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2020)11-0166-08

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.11.024

Kinematics Modeling and Simulation of Six Degrees of Freedom Manipulator Based on P-rob

ZHANG Chang, WU Yu-qiang

(School of Engineering, Qufu Normal University, Rizhao 276800, China)

ABSTRACT: The work aims to carry out the kinematics model construction and trajectory simulation of the six-degree-of-freedom manipulator based on PersonalRobotics, so as to realize the research of the late manipulator control algorithm and verify the correctness of the kinematics model construction. The kinematics model was established by the standard D-H method, and the forward and inverse kinematic equations of the manipulator were solved. According to the structural characteristics of the manipulator, the analytical method of the traditional inverse kinematics solution was improved. The accuracy of the kinematics model was verified by the simulation software Matlab. The improved inverse kinematics algorithm reduced the complexity of the traditional algorithm. The simulation software Matlab was used to verify the accuracy of the kinematic model, and the improved inverse kinematics solution method was verified by Matlab. The improved inverse kinematics solution speed was half of the traditional inverse kinematics solution speed. According to the kinematics study of the six-degree-of-freedom manipulator, the study has certain reference value for the motion control of the actual manipulator. The simulation data are tested on the actual P-Rob arm, and the accuracy of the kine-

收稿日期: 2019-08-24

基金项目: 国家自然科学基金 (61673243)

作者简介: 张昌 (1996—), 男, 曲阜师范大学硕士生, 主攻机器人控制、康复机器人。

通信作者: 武玉强 (1962—), 男, 曲阜师范大学教授、博导, 主要研究方向为非完整系统、欠驱动系统。

matic model is verified again. The simulation data can be applied to the actual robot arm control. The experimental phenomenon shows that the method of solving the inverse solution by the improved analytical method for the mechanical arm of this mechanical structure is simple, the error is small, and the feasibility is strong.

KEY WORDS: six degrees of freedom; mechanical arm; D-H; kinematics model; Matlab simulation; trajectory planning

随着科学技术的快速推进,智能机器人产业得到了快速发展,机械臂作为机器人的重要执行机构,可以模拟人们的手臂去完成各项工作,极大地减少了劳动消耗,提高了工作效率。在包装产业,传统的人工包装模式不仅效率低下,而且产品的损坏率也较高,急需由机械化的生产模式来取代传统包装模式。而且对人体有害产品的包装,也需要由机械臂代替人去完成。这就对机械臂动作的精确度有了较高的要求,同时一套完整的机器人系统价格昂贵,体积庞大,一旦操作不当,容易导致机械臂达到运动极限,损坏电机,甚至造成人身危险。所以在机械臂使用之前,对其进行运动学模型的构建、末端姿态的分析以及运动轨迹的控制具有重要意义。

由于机械臂在包装工业自动化流水生产线中的广泛应用,对机械臂进行数学模型的建立以及运动学的分析与仿真,成为了国内外当下研究的热点。对机械臂模型的构建有 Denavit-Hatemberg (D-H) 法和指数基法,由于 D-H 法较为直观、便于理解,因此应用较为广泛。

文中以 F&P 公司生产的 PersonalRobotics 为研究平台,应用 D-H 法对六自由度机械臂进行了运动学模型的构建,针对此机械结构的六自由度机械臂,提出一种改进解析法求解逆向运动学的方法,并对机械臂的正、逆运动学以及轨迹规划进行了分析,使用 Matlab 中的 Robotics Toolbox^[1]对其进行了仿真,并通过机械臂的实际运动验证了仿真数据的准确性,为包装工业自动化产业提供了便利^[2]。

1 机械臂运动学分析

1.1 机械臂 D-H 建模

P-Rob2 六自由度机械臂是由 6 个转动轴、连杆和末端夹持器串联而成,能够从不同的方向将其末端执行器定位到工作区中任何需要的位置,6 个关节分为:3 个腕关节(关节 1、关节 4 和关节 6)和 3 个肘关节(关节 2、关节 3 和关节 5)。机械结构见图 1。

应用 D-H 法和右手法则进行坐标系的建立^[3-4],将基座处作为起始坐标系,记为 $x_0y_0z_0$,第 i 个关节的坐标原点位于第 i 个关节与第 $i+1$ 个关节的公垂线与第 $i+1$ 个关节轴线的相交处,记为 $x_iy_iz_i$, z_i 轴沿着

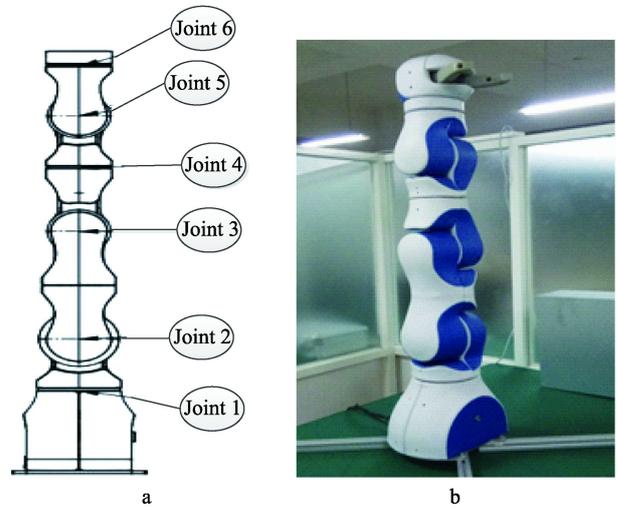


图 1 机械结构
Fig.1 Mechanical structure

第 i 个关节的轴线,方向根据轴的转动方向由右手法则确定, x_i 轴位于第 i 个关节与第 $i+1$ 个关节的公垂线上,并指向第 $i+1$ 轴, y_i 轴由 z_i 和 x_i 通过右手法则确定。末端执行器的坐标系与最后一个关节坐标系相同,记为 $x_ny_nz_n$ 。坐标系结构见图 2。

通过 D-H 建立连杆和关节参数见表 1。其中 α_{i-1} 为关节 $i-1$ 的 z 轴绕关节 $i-1$ 的 x 轴使其与关节 i 的 z 轴重合的旋转角; l_{i-1} 为沿关节 $i-1$ 的 x 轴把关节 $i-1$ 的 z 轴移动到与关节 i 的 z 轴重合的距离,即为连杆长度; d_i 为沿着关节 $i-1$ 的 z 轴,把关节 $i-1$ 的 x 轴移动到与关节 i 的 x 轴重合的距离; θ_i 为绕关节 $i-1$ 的 x 轴使关节 $i-1$ 的 z 轴旋转到与关节 i 的 x 轴重合的角度。表 1 中参数 $l_2=0.29$, $d_1=0.3625$, $d_4=0.31$, $d_6=0.175$ 。

1.2 机械臂运动学数学模型

根据标准 D-H 法结合运动学方程的求解思想,建立了运动学的模型见图 3。

2 机械臂正向运动学分析

D-H 分析法的基本原理是通过在 4 个方向上的变换,从起始位置开始,连续右乘齐次变换矩阵,最终得到末端执行器的位姿^[5]。2 个坐标系的转换矩阵为:

$$T_{i-1,i} = Rot(X, \alpha_{i-1}) Trans(l_{i-1}, 0, 0) Trans(0, 0, d_i) Rot(Z, \theta_i) \quad (1)$$

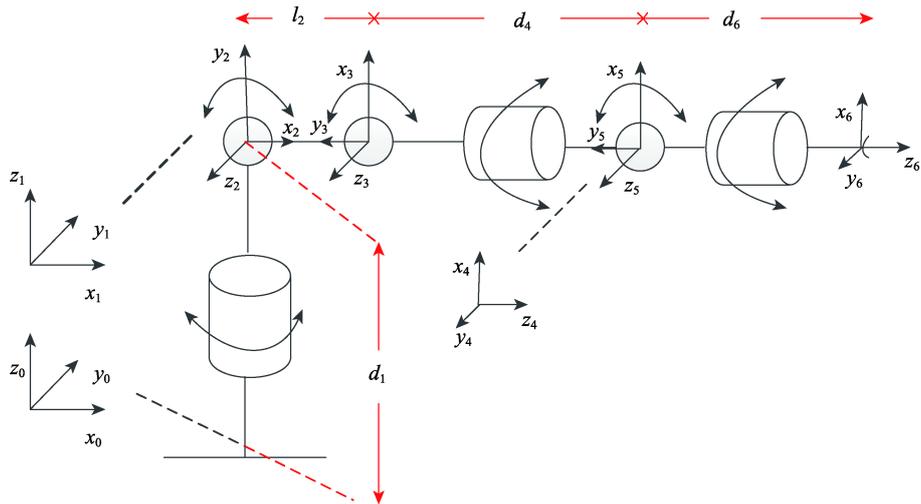


图2 机械臂坐标系

Fig.2 Coordinate diagram of mechanical arm

表1 机械臂 D-H 参数

Tab.1 D-H parameters of mechanical arm

关节(i)	$\alpha_{i-1}/(^{\circ})$	l_{i-1}/mm	d_i/mm	$\theta_i/(^{\circ})$	关节活动范围/ $(^{\circ})$
1	0	0	d_1	θ_1	-170 ~ 170
2	90	0	0	θ_2	-110 ~ 110
3	0	l_2	0	θ_3	-115 ~ 115
4	90	0	d_4	θ_4	-170 ~ 170
5	-90	0	0	θ_5	-115 ~ 115
6	90	0	d_6	θ_6	-170 ~ 170

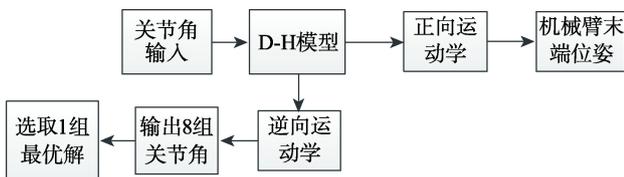


图3 运动学数学模型

Fig.3 Kinematics mathematical model

$$T_{i-1,i} = A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & l_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -d_i \sin \alpha_{i-1} \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & d_i \cos \alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

将表1数据代入式(1—3)可得,各个坐标系之间的齐次变换矩阵为:

$$Rot(X, \alpha_{i-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Trans(l_{i-1}, 0, 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Trans(0, 0, d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$Rot(Z, \theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 & 0 & 0 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & l_2 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_4 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & -\sin \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta_5 & -\cos \theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, A_6 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_6 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

末端执行器的位姿为:

$$T_6^0 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中： $R_{3 \times 3}$ 为旋转矩阵； $P_{3 \times 1}$ 为空间位置，分别表示末端执行器相距基座参考坐标系的姿态和位置。

$$\begin{cases} n_x = s_6(c_4 s_1 - c_1 c_{23} s_4) - c_6(c_1 c_{23} s_5 - c_5 s_1 s_4 - c_1 c_{23} c_4 c_5) \\ n_y = -c_6(s_1 s_{23} s_5 + c_1 c_5 s_4 - c_{23} c_4 c_5 s_1) - s_6(c_1 c_4 + s_1 s_{23} s_4) \\ n_z = c_{23} c_6 s_5 + c_4 c_5 c_6 s_{23} - s_{23} s_4 s_6 \\ o_x = s_6(c_1 c_{23} s_5 - c_5 s_1 s_4 - c_1 c_{23} c_4 c_5) + c_4 c_6 s_1 - c_1 c_{23} c_6 s_4 \\ o_y = s_6(s_1 s_{23} s_5 + c_1 c_5 s_4 - c_{23} c_4 c_5 s_1) - c_1 c_4 c_6 - c_{23} c_6 s_1 s_4 \\ o_z = -c_{23} s_5 s_6 - c_4 c_5 s_{23} s_6 - c_6 s_{23} s_4 \\ a_x = c_1 c_5 s_{23} + s_1 s_4 s_5 + c_1 c_{23} c_4 c_5 \\ a_y = c_{23} c_4 s_1 s_5 - c_1 s_4 s_5 + c_5 s_1 s_{23} \\ a_z = c_4 s_{23} s_5 - c_{23} c_5 \\ p_x = d_4 c_1 s_{23} + l_2 c_2 c_1 \\ p_y = d_4 s_1 s_{23} + l_2 c_2 s_1 \\ p_z = -d_4 c_{23} + l_2 s_2 + d_1 \end{cases} \quad (6)$$

3 机械臂逆向运动学分析

机械臂逆运动学的求解对路径规划和运动控制的研究至关重要，其反映的是由末端位姿到各个关节角度的反向映射问题^[7]。通过已知的末端执行器的位姿，去反向求解出每个关节的旋转角度。

P-Rob2 六自由度机械臂后 3 个关节轴相交于一点，满足 Pieper 准则，因此逆向运动学解存在且封闭^[9]。机械臂的逆向运动学求解有解析法、几何法^[10-13]、迭代法^[14-17]。该系统选用较为常用、便于理解的解析法来研究机械臂的逆解，传统的解析法求解需要根据正向运动学方程连续左乘可逆矩阵，计算较为烦琐。

由于机械臂满足 Pieper 准则，在建立坐标系时，将 4, 5, 6 轴的坐标系原点建立在同一点处，由此前 3 个关节角可通过末端姿态的位置矩阵进行求解，此方法，极大地减少了通过传统左乘可逆矩阵求解的复杂性，提高了运算效率。求解之后，后 3 个关节角再通过左乘可逆矩阵将其求出。

3.1 前 3 个关节角的求解

根据
$$\begin{cases} p_x = d_4 c_1 s_{23} + l_2 c_2 c_1 \\ p_y = d_4 s_1 s_{23} + l_2 c_2 s_1 \end{cases} \quad (7)$$

可以求得： $\theta_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$ (8)

将 p_x 和 p_y 两式重新安排，两边平方，再相加得：

$$\left(\frac{p_x}{c_1}\right)^2 + (p_z - d_1)^2 = (d_4 s_{23} + l_2 c_2)^2 + (-d_4 c_{23} + l_2 s_2)^2 \quad (9)$$

通过三角函数公式化简得到：

$$\begin{cases} s_3 = \frac{\left(\frac{p_x}{c_1}\right)^2 + (p_z - d_1)^2 - d_4^2 - l_2^2}{2d_4 l_2} \\ c_3 = \pm\sqrt{1 - s_3^2} \\ \theta_3 = \arctan\left(\frac{s_3}{c_3}\right) \end{cases} \quad (10)$$

将 p_x 和 p_y 两式相减得到：

$$p_x - p_y = (d_4 c_1 - d_4 s_1) s_{23} \quad (11)$$

$$\begin{cases} s_{23} = \frac{p_x - p_y}{d_4 c_1 - d_4 s_1} \\ c_{23} = \pm\sqrt{1 - s_{23}^2} \\ \theta_{23} = \arctan\left(\frac{s_{23}}{c_{23}}\right) \end{cases} \quad (12)$$

$$\theta_2 = \theta_{23} - \theta_3 \quad (13)$$

3.2 后 3 个关节角的求解

为求解 4, 5, 6 关节的角度，首先通过正向运动学求解出的末端位姿方程两端左乘 $A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1}$ ，根据对应行和列位置处的数值相等原则，结合求出的 $\theta_1 \theta_2 \theta_3$ 求解出 $\theta_4 \theta_5 \theta_6$ 。

$$A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_6^0 = A_4 A_5 A_6 \quad (14)$$

用 $L(i, j)$ 和 $T(i, j)$ 分别表示式 (14) 左右两端矩阵中第 i 行第 j 列元素。根据 $L(2,1)=T(2,1)$ 和 $L(2,2)=T(2,2)$ 相等可求得 θ_6 。

$$\begin{cases} n_z c_{23} - n_x c_1 s_{23} - n_y s_1 s_{23} = c_6 s_5 \\ o_z c_{23} - o_x c_1 s_{23} - o_y s_1 s_{23} = -s_6 s_5 \end{cases} \quad (15)$$

将式 (15) 中的两式相除可得：

$$\begin{cases} s_6 = \frac{-o_z c_{23} + o_x c_1 s_{23} + o_y s_1 s_{23}}{s_5} \\ c_6 = \frac{n_z c_{23} - c_1 n_x s_{23} - n_y s_1 s_{23}}{s_5} \\ \theta_6 = \arctan\left(\frac{-o_z c_{23} + o_x c_1 s_{23} + o_y s_1 s_{23}}{n_z c_{23} - c_1 n_x s_{23} - n_y s_1 s_{23}}\right) \end{cases} \quad (16)$$

求解 θ_5 ，由 $L(2,3)=T(2,3)$ 和 $L(2,2)=T(2,2)$ 将两式变换后相除得：

$$\begin{cases} -s_5 = \frac{o_z c_{23} - c_1 o_x s_{23} - o_y s_1 s_{23}}{s_6} \\ -c_5 = \frac{a_z c_{23} - a_x c_2 s_{23} - a_y s_1 s_{23}}{s_6} \\ \theta_5 = \arctan\left(\frac{o_z c_{23} - c_1 o_x s_{23} - o_y s_1 s_{23}}{s_6 (a_z c_{23} - a_x c_1 s_{23} - a_y s_1 s_{23})}\right) \end{cases} \quad (17)$$

求解 θ_4 由 $L(3,3)=T(3,3)$ 可得：

$$a_x s_z - a_y c_1 = s_4 s_5 \tag{18}$$

$$\begin{cases} s_4 = \frac{a_x s_1 - a_y c_1}{s_5} \\ c_4 = \pm \sqrt{1 - s_4^2} \\ \theta_4 = \arctan\left(\frac{s_4}{c_4}\right) \end{cases} \tag{19}$$

通过求解式(7—19),可以得到各关节角的角度值,根据机械臂的组成结构,运用末端位置矩阵的逆运算以及多次反三角函数的运算,通过解析法求得的逆解有8组,这8组解均可保证机械臂达到期望的空间位姿。由于该机械臂的6个电机的旋转角度有限,不可进行360°的转动,所以要根据实际需求舍去部分多余解,选取一组最优解。

4 运动学模型的仿真验证

文中以 P-Rob 机器人为研究平台,进行了六自由度机械臂的运动学模型构建和正、逆运动学求解,为验证模型构建的准确性以及求解的正确性,使用 Matlab 搭建了机械臂的 3D 仿真模型,进行验证。

4.1 正向运动学模型的检验

将表 1 中的数据通过 Matlab Robotics Toolbox 中的 link 函数,构建机械臂连杆关节仿真模型,设定初始的 6 个关节角度为 [0 0 0 0 0 0], 仿真模型见图 4。

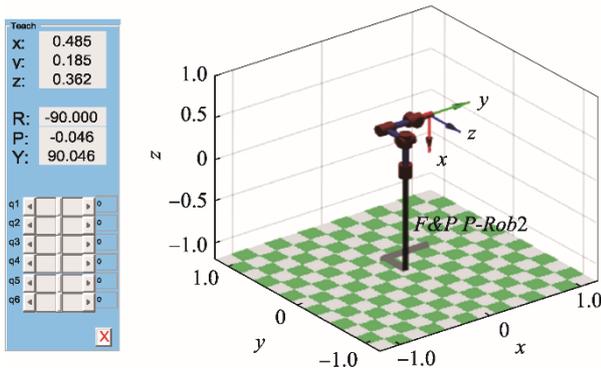


图 4 初始位置仿真 Fig.4 Initial position simulation

通过仿真图形可以得出当 6 个关节角都为 0°时,

末端执行器的位置矢量 $p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 485 \\ 290 \\ 362 \end{bmatrix}$, 其求解是

调用 fkine 函数,将 0 带入式(5)求解得到的末端位

置矢量 $p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 485.1 \\ 285.6 \\ 362.4 \end{bmatrix}$, 求解得到的位置矢量与仿

真出的结果近乎一致,验证了模型的准确性(其中求解数值的单位为 mm)。现随意给定各个关节角的角度值 [30° 60° 90° 45° -90° 0], 得到仿真图见图 5。

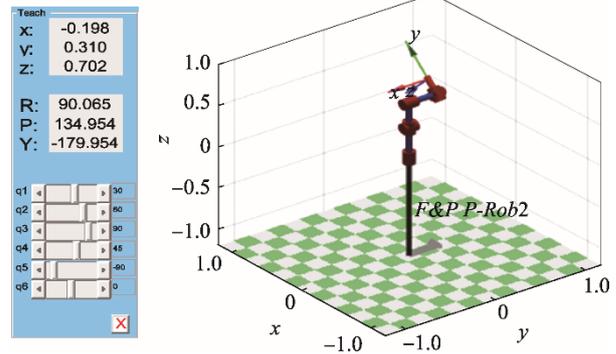


图 5 末端位置仿真 Fig.5 End position simulation

再将取得的 6 个角度代入式(5),求得末端位置

矢量 $p = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -197.7 \\ 310.2 \\ 752.2 \end{bmatrix}$, 与仿真图中得到的末端

量误差极小,经过多次随机取值的验证,该系统的正运动学模型的构建具有较高的准确性。根据仿真图中的角度调节滑块可随意调整输入角度,末端位姿根据角度的变化,实时地进行变化,可实现在线实时调控试验。

4.2 逆向运动学模型的检验

通过验证准确的正向运动学为依托,设定 6 个关节的角度,得到期望末端位姿,将逆向求解过程导入 Matlab 中的 ikine 函数中,通过 .m 文件将其调用进行求解。由已知的期望位姿,反解出机械臂的各关节角,与初始设定的角度进行误差分析。并将得到的 8 组逆解分别带入正向运动学方程中,得到 8 个末端位姿矩阵,分析其与期望末端位姿的误差,若每组误差均在允许范围之内,则验证了逆运动学求解的准确性。

先设定一组关节角 [30° 60° 90° 45° -90° 0], 得到末端位姿矩阵:

$$T_6^0 = \begin{bmatrix} -0.0008 & -0.7065 & -0.7077 & -0.1977 \\ -1.0000 & 0.0006 & 0.0006 & 0.3102 \\ -0.0001 & 0.7077 & -0.7065 & 0.7022 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix} \tag{20}$$

求得 8 组解见表 2。

将 8 组解带入到正向运动学方程中得到末端位姿,与期望末端位姿进行误差分析,得到误差分析见表 3。表 3 中 $\Delta p = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2}$ 。

表 2 机械臂 8 组逆解
Tab.2 8 sets of inverse solutions of mechanical arm

序号	关节 1	关节 2	关节 3	关节 4	关节 5	关节 6
1	0.5236	1.0472	1.5708	2.3562	1.5708	-3.1416
2	0.5236	1.0472	1.5708	-0.7854	-1.5708	0.0000
3	0.5236	-1.6408	1.9778	0.9930	1.0049	-0.6882
4	0.5236	-1.6408	1.9778	-2.1486	-1.0049	2.4534
5	-2.6180	1.4106	1.3992	-0.9903	2.1338	2.4586
6	-2.6180	1.4106	1.3992	2.1513	-2.1338	-0.6830
7	-2.6180	-1.7433	2.1494	-2.3527	1.4878	-0.0833
8	-2.6180	-1.7433	2.1494	0.7889	-1.4878	3.0583

表 3 逆解的位姿误差分析
Tab.3 Pose error analysis of inverse solution

序号	Δx	Δy	Δz	Δp
1	-0.054	-0.0688	-0.0673	0.1105
2	0.1405	-0.0799	-0.2519	0.2993
3	0.4898	0.5269	-0.0799	0.7238
4	0.5856	-0.5135	-0.0733	0.7823
5	0.3581	-0.2220	-0.7329	0.8454
6	0.3840	-0.1922	-0.5347	0.6858
7	0.4667	-0.2366	-0.5009	0.7244
8	0.4584	-0.2202	-0.4306	0.6663

由表 2 和表 3 的数据可得,将求解出的每组解依次作为输入,均可使机械臂达到期望的位姿,且其中的一组逆解与初始设定的角度完全吻合,验证了逆向运动学算法的准确性以及该系统中逆向运动学方程求解的正确性。

求解算法的对比试验,为突出改进算法比传统算法的优越性,现使用 2 种方法分别进行逆向运动学求解。使用传统的解析法求解,由于每个矩阵均存在可逆矩阵,需逐个求解,计算量大且公式烦琐冗长,化简较为复杂,易出错。使用改进算法求解,减轻了一半的计算量,克服了求解复杂的困难,缩短了计算时间,提高了求解的准确率。

4.3 运动轨迹的仿真分析

机械臂运动轨迹,即为其由初始位置到达末端位置,末端执行器在空间走过的曲线,其表现形式可由各个输入关节角的角度、角速度、角加速度随时间的变化来描述。机械臂的轨迹运动可以选定初始位置和末端位置,进行点到点的运动,也可为其选定好从起始位置到达末端位置所必须经过的点,进行一系列点之间的运动,现对机械臂从初始关节角 $[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$ 到 $[30^\circ\ 60^\circ\ 90^\circ\ 45^\circ\ -90^\circ\ 0]$ 的运动轨迹,选用给定初始位置和给定末端位置的确定两点间的运动,并通过笛卡尔空间轨迹规划进行仿真分析。由初始角度到达末端角度,机械臂姿态由初始位置(见图 4)运动到末

端位置(见图 5),其具体运动的轨迹可由 Matlab 中的机器人工具箱表示出来。各关节输入相同力矩,机械臂从初始位置匀速运动到设定位置,2 s 内的空间运动轨迹,以及各个关节角、角速度、角加速度随时间的变化曲线仿真见图 6—9。将实验数据应用于 P-Rob 机械臂研究平台其运动轨迹见图 10。

图 7 角位移平稳运动到末端位置,验证了正向运动学和逆解求解的准确性。速度(图 8)和加速度(图 9)运动曲线变化较为平滑,不存在突变现象,有效避免了刚性冲击,运动平缓稳定。

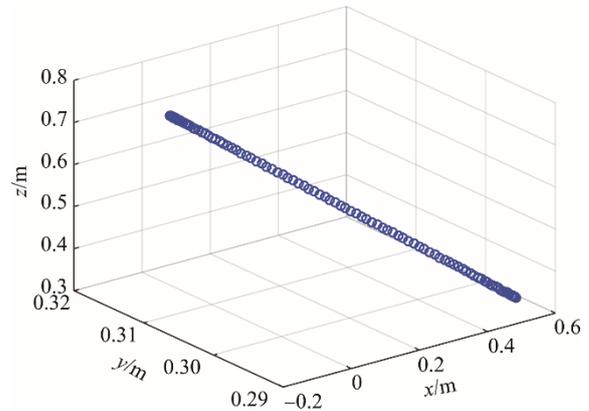


图 6 机械臂末端空间运动曲线
Fig.6 Space motion curve of the end of the mechanical arm

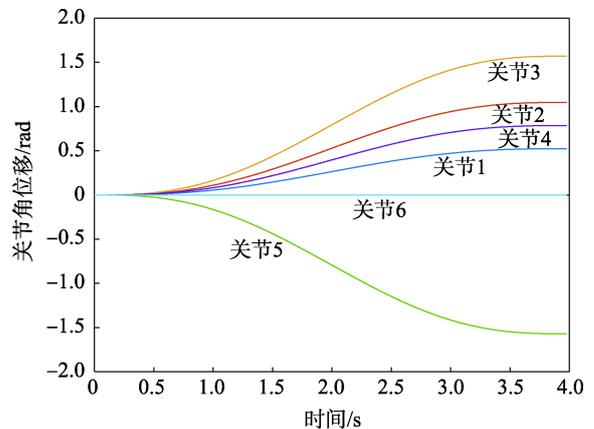


图 7 各关节角度变化曲线
Fig.7 Change curve of angle of each joint

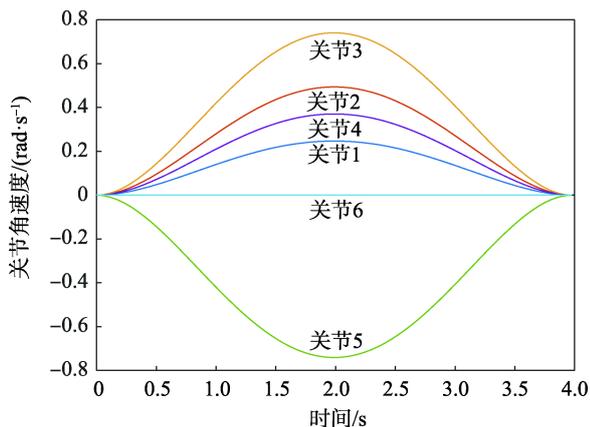


图 8 各关节角速度变化曲线
Fig.8 Angular velocity curve of each joint

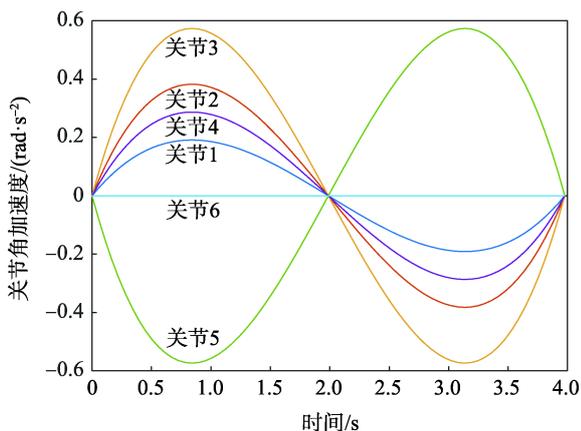


图 9 各关节角加速度变化曲线
Fig.9 Angular acceleration curve of each joint



图 10 P-Rob 研究平台
Fig.10 P-Rob research platform

5 结语

为使服务型机器人可以安全高效地应用于人类的日常生活以及包装工业自动化服务行业,基于 F&P 公司的 Personal Robotics 服务型机器人进行研究。通

过 D-H 法对其进行运动学模型构建,结合机械臂的特性,使用了一种改进的解析法求解逆向运动学的算法,简化了求解过程,提高了运算效率。使用 Matlab 中的机器人工具箱对机械臂进行了正、逆向运动学求解以及轨迹的运动仿真分析,构建了机械臂 3D 模型,更直观安全的了解机械臂的运动状况,并将关节在运动中的物理信息以图像的形式展现,可广泛应用于包装工业自动化服务行业中,适用于同种机械结构机械臂的设计与研究,为后期机械臂的运动学以及轨迹规划具有重要参考价值。

参考文献:

- [1] YANG Gui-lin, SHABBIR K M, SONG H. Kinematic Design of an Anthropomorphic 7-DOF Cable-driven Robotic Arm[J]. Frontiers of Mechanical Engineering, 2011, 6(1): 45—60.
- [2] 申浩, 李耀明, 张煌, 等. 拉伸机专用上下料机械手运动学研究[J]. 包装工程, 2018, 39(23): 128—131. SHEN Hao, LI Yao-ming, ZHANG Huang, et al. Kinematics Research on Special Loading and Unloading Manipulator of Drawing Machine[J]. Packaging Engineering, 2018, 39 (23): 128—131.
- [3] DENAVIT J, HARTENBERG R S. A Kinematic Notation for Lower Pair Mechanisms Based on Matrices [J]. ASME Journal of Applied Mechanics, 1955, 77(6): 215—221.
- [4] NIKU S B. Introduction to Robotics: Analysis, Systems, Application[M]. Upper Saddle River: Pearson Education, 2001: 42—80.
- [5] NIKU S B. Scheme for Active Positional Correction of Robot Arms.Proceedings of the 5th International Conference on CAD/CAE[J]. Robotics and Factories of Future Springer Verlag, 1991(5): 590—593.
- [6] 蔡自兴, 谢斌. 机器人学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015: 21—68. CAI Zi-xing, XIE Bin. Robotics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 21—68.
- [7] GUO Dong-sheng, ZHANG Yu-nong. Li-function Activated ZNN with Finite-time Convergence Applied to Redundant Manipulator Kinematic Control Via Time-varying Jacobian Matrix Pseudoinversion[J]. Applied Soft Computing, 2014, 24(11): 158—168 .
- [8] WANG J, LI Y, ZHAO X. Inverse Kinematics and Control of a 7-DOF Redundant Manipulator based on the Closed-loop Algorithm[J]. Advanced Robotic System, 2010, 7(4): 1—10.
- [9] PIEPER D L. The Kinematics of Manipulators under Computer Control[D]. California: Stanford University, 1968: 26—35.
- [10] PAUL R P, SHIMANO B E, MAYER G. Kinematics Control Equations for Simple Manipulators[J]. IEEE

- Transactions on System, Man and Cybernetics, 1981, 11(6): 449—455.
- [11] LEE C S G, ZIEGLER M. Geometric Approach in Solving the Inverse Kinematics of PUMA Robots[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1984, 20(6): 695—706.
- [12] ASSAL S F M, WATANABE K, IZUMI K. Neural Network Learning from Hint for the Inverse Kinematics Problem of Redundant Arm Subject to Joint Limits[C]// Intelligent Robots and Systems, IEEE/RSJ International Conference on, 2005: 1477—1482.
- [13] OYAMA E, AGAH A, MACDORMAN K F. A Modular Neural Network Architecture for Inverse Kinematics Model Learning[J]. Neural Computing, 2001, 38(1): 797—805.
- [14] REGNIER S, OUEZDOU F B, BIDAUD P. Distributed Method for Inverse Kinematics of All Serial Manipulators[J]. Mechanism and Machine Theory, 1997, 32(7): 855—867.
- [15] SONG D H, JUNG S. Geometrical Analysis of Inverse Kinematics Solutions and Fuzzy Control of Humanoid Robot Arm under Kinematics Constraints[C]// Mechatronics and Automation, International Conference on, 2007: 1178—1183.
- [16] YAHYA S, MOHAMED H A F, MOGHAVVEMI M. A New Geometrical Inverse Kinematics Method for Planar Hyper Redundant Manipulators[C]// Innovative Technologies in Intelligent Systems and Industrial Applications, 2009: 20—22.
- [17] SHENG L, YIQING W, QINGWEI C. A New Geometrical Method for the Inverse Kinematics of the Hyper-Redundant Manipulators[C]// 2006 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, 2006: 1356—1359.