

## 3-UPS/SP 并联机构的逆运动学与可达工作空间分析

庞国旺, 赵耀虹, 李瑞琴, 王新宇  
(中北大学 机械工程学院, 太原 030051)

**摘要:** **目的** 针对目前包装领域大量物品需要进行人工点胶与喷漆的现状, 设计一种 3-UPS/SP 并联机构应用于包装领域的点胶与喷漆, 以提高工作效率。**方法** 运用螺旋理论对该机构进行自由度分析, 并用修正的 Kutzbach-Grübler 公式对该机构的自由度进行验证。接着用封闭矢量法求出该机构的位置逆解, 并根据位置逆解和该机构之间的相互约束条件, 运用 Matlab 软件编程求出该机构的可达工作空间。最后对该机构在点胶与喷漆方面的应用进行了实例分析。**结果** 3-UPS/SP 并联机构具有 3 转 (绕  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的转动) 1 移 (沿  $z$  轴方向的移动) 4 个自由度, 拥有较大的工作空间, 并且在运动过程中没有出现歧义点。**结论** 此机构具有较大的工作空间, 自由度高、运动灵活、性能良好, 可以应用于包装领域进行点胶与喷漆。

**关键词:** 并联机构; 自由度; 位置逆解; Matlab; 工作空间

**中图分类号:** TH112; TB486 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2020)17-0182-06

**DOI:** 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.17.025

## Inverse Kinematics and Reachable Workspace of 3-UPS/SP Parallel Mechanism

PANG Guo-wang, ZHAO Yao-hong, LI Rui-qin, WANG Xin-yu

(School of Mechanical Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China)

**ABSTRACT:** In view of the large number of articles in the packaging field that require manual dispensing and painting, which is time-consuming and laborious, the paper aims to design a 3-UPS/SP parallel mechanism for dispensing and painting of packaging to improve work efficiency. The degree of freedom of the mechanism was analyzed by the spiral theory, and was verified by the modified Kutzbach-Grübler formula. Then, the closed position vector method was used to obtain the inverse position solution of the mechanism. According to the constraint conditions between the inverse position solution and the mechanism, the accessible working space of the mechanism was calculated by Matlab software programming. Finally, the application of this mechanism in dispensing and painting was analyzed through cases. The 3-UPS/SP parallel mechanism has 4 degrees of freedom which include three revolutions (rotation around the  $x$ -axis,  $y$ -axis and  $z$ -axis) and one movement (movement along the  $z$ -axis direction). It also has a large working space, and there is no ambiguity during the exercise. The mechanism has a large working space, many degrees of freedom, flexible movement, and good performance, and can be used for dispensing and painting of packaging.

**KEY WORDS:** parallel mechanism; degree of freedom; inverse position solution; Matlab; workspace

收稿日期: 2019-12-07

基金项目: 山西省重点研发计划 (201803D421027)

作者简介: 庞国旺 (1995—), 男, 中北大学硕士生, 主攻机构与机器人。

通信作者: 赵耀虹 (1977—), 女, 博士, 中北大学副教授, 主要研究方向为机械制造及其自动化。

由于并联机构具有刚度大、精度高、结构稳定、承载能力高、误差小、运行平稳等优点<sup>[1-4]</sup>，用于包装领域进行点胶与喷漆，可以在很大程度上提高工作效率。与 6 自由度的并联机构相比，少自由度的并联机构往往结构简单、约束较少，构件干涉的可能性较低，拥有较大的工作空间<sup>[5-6]</sup>，因此在包装领域有很好的应用前景。

截至目前，并联机构在各行各业已经得到非常广泛的应用。刘荣帅等<sup>[7]</sup>设计了一种 3-CUR 并联机器人，用于食品生产的快速分拣，并用三维动态法和 Matlab 软件对该并联分拣机器人的工作空间进行了分析与仿真。刘海波<sup>[8]</sup>根据筒子纱的装箱打包工艺，阐述了以 DELTA 并联机器人为核心的装箱系统设计。张俊轅等<sup>[9]</sup>提出了一种 3-RPU/UPR 并联机构用于快递行业的包装与分拣，并分析了动静平台半径比的变化对工作空间的影响。LIANG 等<sup>[10]</sup>提出了一种基于运动等效机构 (KEM) 的求解具有 3 个 RS 或 SR 支链的少自由度并联机构逆运动学的迭代方法。纪鹏<sup>[11]</sup>提出了 3-RPS/SS 冗余驱动并联机构来解决阶段串联式雷达存在的奇异、稳定性等问题。马世豪等<sup>[12]</sup>设计了一种可用于曲面雕刻与喷绘的 2-SPR/RUPR 并联机构，并对其进行了逆解与工作空间分析。TIAN 等<sup>[13]</sup>对可以实现 3T1R 运动的部分解耦广义并联机构进行了运动学分析，并对其工作空间进行了评估。程颖等<sup>[14]</sup>用搜索法对新型 3SPS+3(SP-U)六自由度并联机构的工作空间进行了分析。文中拟设计一种自由度为 4 的 3-UPS/SP 并联机构，用于包装领域的点胶与喷漆。

### 1 3-UPS/SP 并联机构的构型描述与坐标系建立

3-UPS/SP 并联机构的三维模型见图 1。该机构由静平台、动平台、UPS-I 支链、UPS-II 支链、UPS-III 支链和 SP 支链组成，其中 U 为万向铰，P 为移动副，S 为球副。支链 UPS-I 在  $A_1$  处通过 U 副与静平台  $A_1A_2A_3A_4$  相连接，在  $B_1$  处通过球副 S 与动平台

$B_1B_2B_3B_4$  相连接，支链中间  $C_1$  处为移动副 P，支链 UPS-II、支链 UPS-III 的连接结构与支链 UPS-I 相类似，SP 支链在  $A_4$  处通过球副 S 与静平台  $A_1A_2A_3A_4$  相连接， $B_4$  处与动平台  $B_1B_2B_3B_4$  为刚性连接，支链中间  $C_4$  处同样为移动副 P。通过在移动副上添加线性驱动来控制各连杆长度的变化，使动平台的位姿发生改变。该机构中动平台  $B_1B_2B_3B_4$  绕 SP 支链中的球副 S 实现在空间中相对于静平台  $A_1A_2A_3A_4$  的 3 个转动，动平台  $B_1B_2B_3B_4$  在竖直方向上还有 1 个相对于静平台  $A_1A_2A_3A_4$  的移动，故该机构为可实现 3R1T 运动的机构。而点胶或者喷漆时通常只需要在空间有 3 个转动外加 1 个移动即可完全完成作业，所以该机构可以实现点胶或者喷漆作业。3-UPS/SP 并联机构可简化，见图 2。

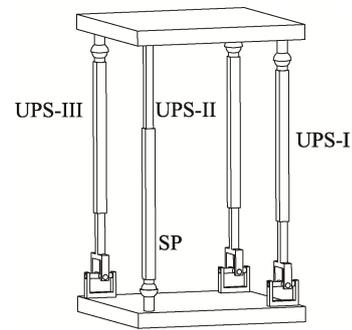


图 1 3-UPS/SP 并联机构  
Fig.1 3-UPS/SP parallel mechanism

在图 2 上建立坐标系。静平台  $A_1A_2A_3A_4$  为正方形，边长为  $A$ ，动平台  $B_1B_2B_3B_4$  也为正方形，边长为  $a$ 。以静平台  $A_1A_2A_3A_4$  的几何中心  $O$  为原点建立静坐标系  $O-xyz$ ，其中  $z$  轴垂直静平台向上， $x$  轴平行于  $A_4A_1$  向右， $y$  轴的建立遵循右手坐标系法则。动平台上坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  的建立与静坐标系  $O-xyz$  的建立相类似。

### 2 自由度分析

通过使用螺旋理论<sup>[15]</sup>方法对 3-UPS/SP 并联机构的自由度进行分析。将所有的运动副用运动副螺旋表示，通过分析这些运动副螺旋来求解该机构的自由度。

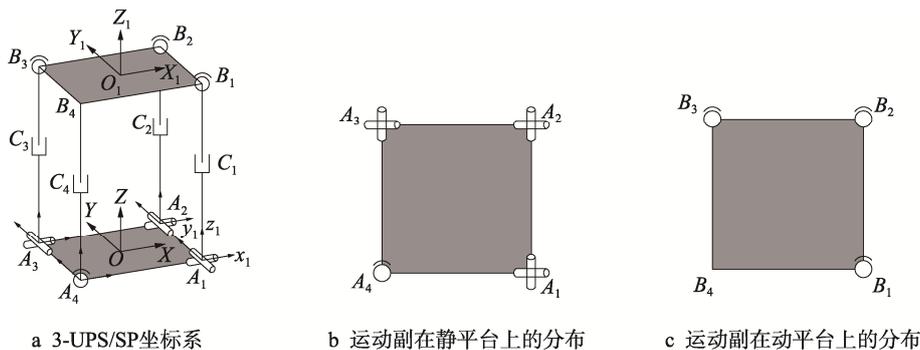


图 2 3-UPS/SP 并联机构简图及其坐标系

Fig.2 Brief diagram and coordinate system of 3-UPS/SP parallel mechanism

首先取该机构的支链 UPS-I 进行自由度求解, 建立其支链坐标系为  $A_1-x_1y_1z_1$ , 其中  $z_1$  轴沿支链向上 (平行于  $z$  轴),  $x_1$  轴沿  $A_4A_1$  向右 (平行于  $x$  轴),  $y_1$  轴的建立同样遵循右手坐标系法则, 见图 2a。其螺旋系为:

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{11} = (1,0,0;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{12} = (0,1,0;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{13} = (0,0,0;0,0,c_1) \\ \mathcal{S}_{14} = (1,0,0;0,b_2,0) \\ \mathcal{S}_{15} = (0,1,0;a_3,0,0) \\ \mathcal{S}_{16} = (0,0,1;0,0,0) \end{cases} \quad (1)$$

由支链 UPS-I 的运动螺旋系可以看出, 该运动副螺旋之间线性无关。由互易螺旋理论可得, 该支链对动平台的位姿运动不起约束作用。同样, 支链 UPS-II 和支链 UPS-III 对动平台的位姿也没有约束作用。

在支链 SP 上建立相应的坐标系, 其建立方法与坐标系  $A_1-x_1y_1z_1$  的建立方法相类似, 得出相应的螺旋系为:

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{41} = (1,0,0;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{42} = (0,1,0;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{43} = (0,0,1;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{44} = (0,0,0;0,0,c_1) \end{cases} \quad (2)$$

由运动螺旋与约束螺旋的互易积为 0, 可求得式 (2) 的 2 个反螺旋为:

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{41}^r = (1,0,0;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{42}^r = (0,1,0;0,0,0) \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{x_4y_4z_4}(\psi, \theta, \phi) = R_{z_4}(\phi)R_{y_4}(\theta)R_{x_4}(\psi) = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \\ \sin \phi \cos \theta & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \psi & \cos \theta \cos \psi \end{bmatrix} \quad (6)$$

在静坐标系  $O-xyz$  中,  $A_i (i=1,2,3,4)$  的坐标分别为  $(\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}A, 0)$ ,  $(\frac{1}{2}A, \frac{1}{2}A, 0)$ ,  $(-\frac{1}{2}A, \frac{1}{2}A, 0)$ ,  $(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}A, 0)$ 。在动坐标系  $O_1-x_1y_1z_1$  中,  $B_i (i=1,2,3,4)$  的坐标分别为  $(\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a, 0)$ ,  $(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, 0)$ ,  $(-\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, 0)$ ,  $(-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a, 0)$ 。设  $B_i (i=1,2,3,4)$  在动坐标系中的位置矢量为  $\mathbf{n}_i$ , 则有:  $\mathbf{n}_1 = (\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a, 0)^T$ ,  $\mathbf{n}_2 = (\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, 0)^T$ ,  $\mathbf{n}_3 = (-\frac{1}{2}a, \frac{1}{2}a, 0)^T$ ,  $\mathbf{n}_4 = (-\frac{1}{2}a, -\frac{1}{2}a, 0)^T$

由式:

$$\mathbf{b}_i = \mathbf{R} \cdot \mathbf{n}_i + \mathbf{P}$$

对式 (3) 再求反螺旋, 即整个机构的运动螺旋系为:

$$\begin{cases} \mathcal{S}_{41}^{rr} = (1,0,0;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{42}^{rr} = (0,1,0;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{43}^{rr} = (0,0,1;0,0,0) \\ \mathcal{S}_{44}^{rr} = (0,0,0;0,0,1) \end{cases} \quad (4)$$

可以看出 3-UPS/SP 并联机构有 4 个自由度, 分别是绕  $x_4$  轴、 $y_4$  轴、 $z_4$  轴的 3 个转动和沿  $z_4$  轴方向的 1 个移动, 即动平台  $B_1B_2B_3B_4$  可实现绕 SP 支链中球副 S 处的  $x_4$  轴、 $y_4$  轴、 $z_4$  轴相对于静平台  $A_1A_2A_3A_4$  转动以及沿竖直方向移动, 这与用修正的 G-K 公式计算的机构自由度相同, 即:

$$M = d(n-g-1) + \sum_{i=1}^g f_i + v - \zeta = 4 \quad (5)$$

式中:  $M$  为机构的自由度; 机构无公共约束, 则机构阶数  $d=6$ ;  $n$  为包括机架的构件数目,  $n=9$ ;  $g$  为运动副的数目,  $g=11$ ;  $f_i$  为第  $i$  个运动副的自由度数; 机构中无并联冗余约束,  $v=0$ ; 机构中无局部自由度,  $\zeta=0$ 。

### 3 3-UPS/SP 并联机构的运动逆解

令  $l_i$  表示  $A_iB_i (i=1,2,3,4)$  的长度。求该机构的位置逆解即是求  $l_i (i=1,2,3,4)$  的长度。

文中采用  $RPY$  角的方式来描述动平台的姿态。设动平台绕  $z_4$  轴旋转角度为  $\phi$ , 绕  $y_4$  轴旋转角度为  $\theta$ , 绕  $x_4$  轴旋转角度为  $\psi$ 。则旋转矩阵为:

式中:  $\mathbf{P} = (x, y, z)^T$  表示动平台原点  $O_1$  在静坐标系下的位置矢量, 可得  $B_i (i=1,2,3,4)$  在静坐标系  $O-xyz$  中的坐标  $b_i (i=1,2,3,4)$  分别为:

$$\begin{aligned} b_1 &= \left( \frac{1}{2}a(\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \theta \sin \psi) + x, \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2}a(\sin \phi \cos \theta - \sin \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \psi) + y, \right. \\ &\quad \left. -\frac{1}{2}a(\sin \theta + \cos \theta \sin \psi) + z \right) \\ b_2 &= \left( \frac{1}{2}a(\cos \phi \cos \theta - \sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) + x, \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2}a(\sin \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + y, \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2}a(\cos \theta \sin \psi - \sin \theta) + z \right) \end{aligned}$$

$$b_3 = \left( \frac{1}{2} a (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \theta - \sin \phi \cos \psi) + x, \right. \\ \left. \frac{1}{2} a (\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \cos \theta) + y, \right. \\ \left. \frac{1}{2} a (\cos \theta \sin \psi + \sin \theta) + z \right)$$

$$b_4 = \left( \frac{1}{2} a (\sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \theta) + x, \right. \\ \left. -\frac{1}{2} a (\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \cos \theta) + y, \right. \\ \left. \frac{1}{2} a (\sin \theta - \cos \theta \sin \psi) + z \right)$$

由  $A_i B_i = b_i - A_i (i=1,2,3,4)$ , 得

$$A_1 B_1 = \left( \frac{1}{2} a (\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \theta \sin \psi) + \right. \\ \left. x - \frac{1}{2} A, d_1, e_1 \right)$$

$$A_2 B_2 = \left( \frac{1}{2} a (\cos \phi \cos \theta - \sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) + \right. \\ \left. x - \frac{1}{2} A, d_2, e_2 \right)$$

$$A_3 B_3 = \left( \frac{1}{2} a (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \theta - \sin \phi \cos \psi) + \right. \\ \left. x + \frac{1}{2} A, d_3, e_3 \right)$$

$$A_4 B_4 = \left( \frac{1}{2} a (\sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \theta) + \right. \\ \left. x + \frac{1}{2} A, d_4, e_4 \right)$$

式中:

$$d_1 = \frac{1}{2} a (\sin \phi \cos \theta - \sin \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \psi) + \\ y + \frac{1}{2} A$$

$$d_2 = \frac{1}{2} a (\sin \phi \cos \theta + \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + \\ y - \frac{1}{2} A$$

$$d_3 = \frac{1}{2} a (\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi - \sin \phi \cos \theta) + \\ y - \frac{1}{2} A$$

$$d_4 = -\frac{1}{2} a (\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \cos \theta) + \\ y + \frac{1}{2} A$$

$$e_1 = -\frac{1}{2} a (\sin \theta + \cos \theta \sin \psi) + z$$

$$e_2 = \frac{1}{2} a (\cos \theta \sin \psi - \sin \theta) + z$$

$$e_3 = \frac{1}{2} a (\cos \theta \sin \psi + \sin \theta) + z$$

$$e_4 = \frac{1}{2} a (\sin \theta - \cos \theta \sin \psi) + z$$

由  $l_i = |A_i B_i|$  可得位置逆解方程为:

$$l_1 = \left( \left( \frac{1}{2} a (\cos \phi \cos \theta + \sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \theta \sin \psi) + \right. \right. \\ \left. \left. x - \frac{1}{2} A \right)^2 + d_1^2 + e_1^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$l_2 = \left( \left( \frac{1}{2} a (\cos \phi \cos \theta - \sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) + \right. \right. \\ \left. \left. x - \frac{1}{2} A \right)^2 + d_2^2 + e_2^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$$l_3 = \left( \left( \frac{1}{2} a (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \theta - \sin \phi \cos \psi) + \right. \right. \\ \left. \left. x + \frac{1}{2} A \right)^2 + d_3^2 + e_3^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

$$l_4 = \left( \left( \frac{1}{2} a (\sin \phi \cos \psi - \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \cos \phi \cos \theta) + \right. \right. \\ \left. \left. x + \frac{1}{2} A \right)^2 + d_4^2 + e_4^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

## 4 3-UPS/SP 并联机构的可达工作空间分析

设定 3-UPS/SP 并联机构的结构参数: 正方形动静平台的边长  $a=20$  mm,  $A=a=35$  mm, 支链初始杆长  $l_1=l_2=l_3=l_4=45$  mm, 最长杆长均为 90 mm。利用 Matlab 编写求解程序, 代入相应的数据, 获得该机构的可达工作空间见图 3。

由图 3 可知, 该机构的工作空间范围较大, 且工作空间内部连续没有空洞, 表明其可以达到最大工作空间范围内的任意一点, 没有疏漏, 因此工作性能良好。

## 5 实例分析

设计了一种基于 3-UPS/SP 并联机构的设备用于包装领域的点胶装订与喷漆工作, 可以很好地提高工作效率。该设备由 3-UPS/SP 并联机构、外部支撑机架、点胶或者喷漆装置组成, 其中 3-UPS/SP 并联机构的静平台  $A_1 A_2 A_3 A_4$  固定在外部支撑机架顶部的几何中心处, 点胶或者喷漆装置安装连接在动平台  $B_1 B_2 B_3 B_4$  的几何中心处, 通过在 3-UPS/SP 并联机构

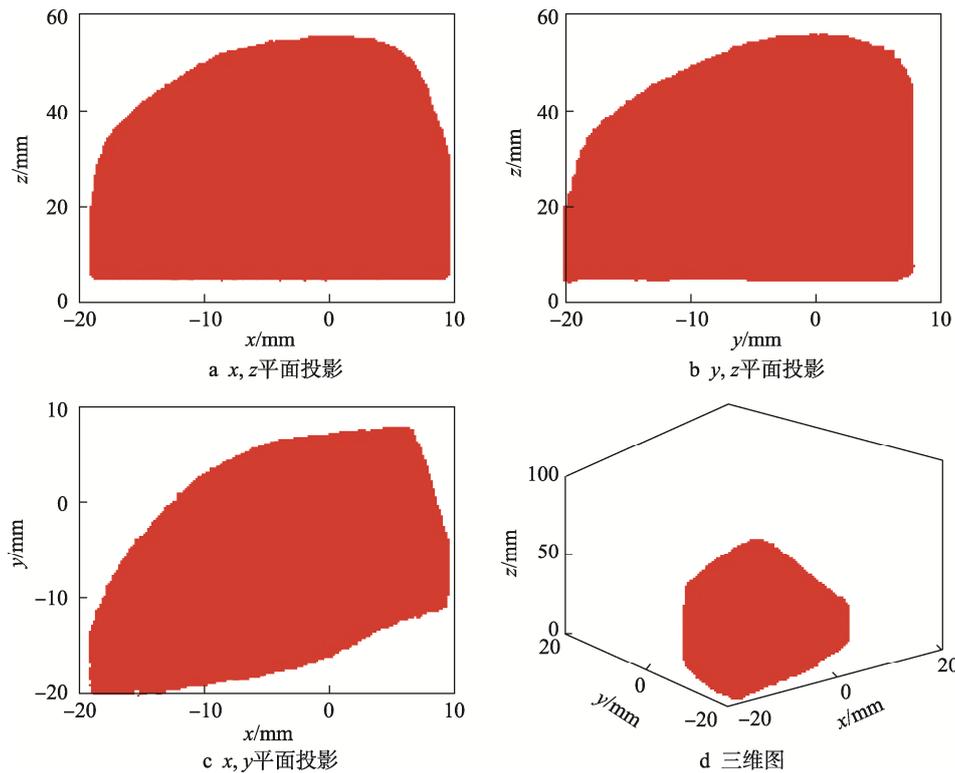


图3 3-UPS/SP 并联机构的可达工作空间  
Fig.3 Reachable workspace of 3-UPS/SP parallel mechanism

的4条支链上添加4个电机来驱动该并联机构的动平台  $B_1B_2B_3B_4$  发生运动,从而带动连接在其上的点胶或者喷漆装置运动来实现在工作空间范围内的点胶或者喷漆工作。通过在曲面上对“包装工程”4个字的喷绘仿真,来验证该机构可在任意曲面上进行喷漆工作的可行性。在曲面上喷绘“包装工程”4个字的仿真示意图4,表明该机构在喷漆点胶方面完全具有可行性。

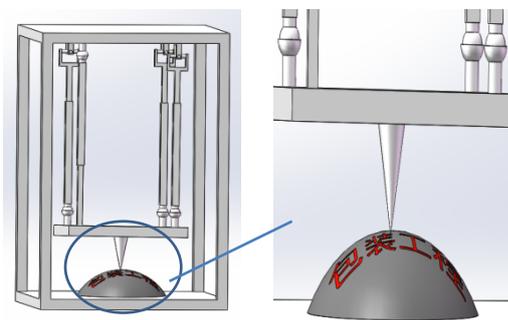


图4 在物体上点胶与喷漆  
Fig.4 Dispensing and painting on objects

## 6 结语

文中首先运用螺旋理论对 3-UPS/SP 并联机构进行了自由度分析,得出该机构自由度为 4,并用修正的 Kutzback-Grübler 公式加以验证,然后利用封闭矢

量法对该机构进行了位置逆解分析,并根据 Matlab 软件编程求出该机构的可达工作空间,最后进行了实例分析,表明该机构在点胶及喷漆方面应用的可行性。得出该机构自由度较多,工作空间大,工作性能良好,可以很好地应用于包装领域。

### 参考文献:

[1] 于红英,刘鹏,赵娣.基于支链的并联机构位置分析及工作空间分析[J].吉林大学学报(工学版),2020,50(4):1275—1282.  
YU Hong-ying, LIU Peng, ZHAO Di. Position Analysis and Working Space Analysis of Parallel Mechanism Based on Branch Chain[J]. Journal of Jilin University (Engineering Edition), 2020, 50(4): 1275—1282.

[2] 房海蓉,王立,张海强,等.一种含闭环支链的新型并联机构设计与分析[J].北京航空航天大学学报,2019,45(3):454—463.  
FANG Hai-rong, WANG Li, ZHANG Hai-qiang, et al. Design and Analysis of a Novel Parallel Mechanism with Closedloop Limbs[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2019, 45(3): 454—463.

[3] TIAN Hai-bo, MA Hong-wei, XIA Jing, et al. Stiffness Analysis of a Metamorphic Parallel Mechanism with Three Configurations[J]. Mechanism and Machine

- Theory, 2019, 142(18): 252—256.
- [4] IBRAHIM O, KHALIL W. Inverse and Direct Dynamic Models of Hybrid Robots[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 45(4): 627—640.
- [5] 王潇剑, 吴军, 岳义, 等. 2UPU/SP 3 自由度并联机构的动力学性能评价[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2019, 59(10): 838—846.  
WANG Xiao-jian, WU Jun, YUE Yi, et al. Dynamic Performance Evaluation of a 2UPU/SP Three DOF Parallel Mechanism[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2019, 59(10): 838—846.
- [6] 李少帅, 罗玉峰, 石志新, 等. 基于单开链单元的三转动并联机构型综合及其分类[J]. 机床与液压, 2019, 47(17): 60—66.  
LI Shao-shuai, LUO Yu-feng, SHI Zhi-xin, et al. Structural Synthesis and Classification of 3-Rotation Parallel Manipulator Based on SOC[J]. Machine Tools and Hydraulics, 2019, 47(17): 60—66.
- [7] 刘荣帅, 李清, 杜昱东, 等. 3-CUR 并联分拣机器人的运动学分析与仿真[J]. 包装工程, 2019, 40(21): 179—186.  
LIU Rong-shuai, LI Qing, Du Yu-dong, et al. Kinematics Analysis and Simulation of 3-CUR Parallel Sorting Robot[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(21): 179—186.
- [8] 刘海波. 基于 DELTA 机构的高速并联装箱机器人[D]. 济南: 山东大学, 2014: 7—10.  
LIU Hai-bo. A Highspeed Parallel Packing Robot Based on the DELTA Mechanism[D]. Jinan: Shandong University, 2014: 7—10.
- [9] 张俊轅, 马春生, 李瑞琴, 等. 2-RPU/UPR 并联机构的自由度与工作空间分析[J]. 包装工程, 2018, 39(23): 138—142.  
ZHANG Jun-yuan, MA Chun-sheng, LI Rui-qin, et al. Degree of Freedom and Working Space of 2-RPU/UPR Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2018, 39(23): 138—142.
- [10] LIANG Xing-hai, TAKEDA Y. An Iterative Method for the Inverse Kinematics of Lowermobility Parallel Mechanism with Three RS or SR Chains Based on Kinetically Equivalent Mechanism[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 141: 40—51.
- [11] 纪鹏. 基于 3-RPS/SS 冗余驱动并联机构的雷达承载装置设计与研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2019: 9—47.  
JI Peng. Design and Research of Radar Bearing Device Based on 3-RPS/SS Redundant Drive Parallel Mechanism[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2019: 9—47.
- [12] 马世豪, 李瑞琴, 宁峰平, 等. 2-SPR/RUPR 并联机构的逆运动学与可达工作空间分析[J]. 包装工程, 2019, 40(9): 142—147.  
MA Shi-hao, LI Rui-qin, NING Feng-ping, et al. Inverse Kinematics and Reachable Workspace Analysis of 2-SPR/RUPR Parallel Mechanism[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(9): 142—147.
- [13] TIAN Chun-xu, FANG Yue-fa, GE Q J. Design and Analysis of A Partially Decoupled Generalized Parallel Mechanism for 3T1R Motion[J]. Mechanism and Machine Theory, 2019, 140: 211—232.
- [14] 程颖, 杨德华, 吴常铖, 等. 新型六自由度微动并联机构的工作空间分析[J]. 机械科学与技术, 2019, 38(3): 433—439.  
CHENG Ying, YANG De-hua, WU Chang-cheng, et al. Workspace Analysis of a Novel Six DOFs Parallel Mechanism with Micro Displacement[J]. Mechanical science and technology, 2019, 38(3): 433—439.
- [15] 黄真, 赵永生, 赵铁石. 高等空间机构学(第 2 版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014: 111—152.  
HUANG Zhen, ZHAO Yong-sheng, ZHAO Tie-shi. Advanced Spatial Mechanism(Second Edition)[M]. Beijing: Higher Education Press, 2014: 111—152.