

振动特性参数对单自由度系统振动响应的影响

张衬英, 杨小俊, 葛东坡
(湖北工业大学, 武汉 430068)

摘要: **目的** 为研究弹簧刚度、阻尼比和振动偏心距离不同振动特性参数对单自由度线性系统振动响应幅值的影响。**方法** 首先采用单因素实验, 研究弹簧刚度、阻尼比和振动偏心距离对单自由度线性系统振动响应幅值的影响; 在此基础上, 通过采用 Design Expert 11.0 软件的响应面法实验(三因素三水平实验)研究不同振动特性参数交互作用对振动响应幅值的影响, 建立振动响应幅值的二次多项式回归数学模型, 并对减振幅值进行优化。**结果** 通过实验分析得到, 各因素对振动响应幅值的影响强弱顺序, 阻尼比>弹簧刚度>振动偏心距离; 建立了检测点的响应方程, 检测点的回归方程决定系数为 0.981; 得到多目标参数优化结果, 弹簧刚度为 2.009 N/mm, 阻尼比为 0.1, 振动偏心距离为 12.38 mm。**结论** 实验结果与预测值接近, 说明此响应面法得到的数学回归模型具有一定的可靠性, 该研究可为缓冲包装参数设计提供参考。

关键词: 振动响应幅值; Design Expert11.0; 响应面法; 参数优化

中图分类号: TB485.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2020)19-0075-07

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.19.011

Influence of Vibration Characteristic Parameters on Vibration Response of Single Degree of Freedom System

ZHANG Chen-ying, YANG Xiao-jun, GE Dong-po
(Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China)

ABSTRACT: The work aims to study the influence of spring stiffness, damping ratio, eccentric distance of vibration and other different vibration characteristic parameters on vibration response amplitude of single degree of freedom linear system. Firstly, the influence of spring stiffness, damping ratio and eccentric distance of vibration on the vibration response amplitude of single degree of freedom linear system was studied by single factor test. On this basis, the response surface methodology test (three factors and three levels test) of Design Expert 11.0 software was used to investigate the influence of interaction of different vibration characteristic parameters on vibration response amplitude, establish the quadratic polynomial regression mathematical model of vibration response amplitude and optimize the vibration reduction amplitude. From the test analysis, the order of the influence of each factor on the vibration response amplitude was as follows: damping ratio > spring stiffness > eccentric distance of vibration and the response equation of the detection point was established. The determination coefficient of the regression equation of the detection point was 0.9810, and the multi-objective parameter optimization results were: spring stiffness of 2.00954 N/mm, damping ratio of 0.1 and eccentric

收稿日期: 2019-12-16

基金项目: 湖北省技术创新专项(重大项目)(2018AAA026)

作者简介: 张衬英(1990—), 女, 湖北工业大学硕士生, 主攻缓冲包装设计。

通信作者: 杨小俊(1970—), 女, 湖北工业大学副教授, 主要研究方向为运输包装。

distance of vibration of 12.3797 mm. Therefore, it is concluded that the experimental results are close to the predicted values, which shows that the mathematical regression model obtained by the response surface methodology test has certain reliability. This study can provide a reference for the design of cushioning packaging parameters.

KEY WORDS: vibration response amplitude; design expert11.0; response surface methodology; parameter optimization

现代物流环境是伴随着全球化经济而产生的,包装运输作为整个流通环节的重要组成部分,对现代物流影响极大^[1]。如长时间运输、工况恶劣、结构设计不合理等因素容易造成产品破坏,严重影响包装行业的经济效益,因此,设计合理性决定着物流的后续过程。从物流角度来看,通过分析对包装所影响的各种因素,可以提出更合理的包装设计方法^[2]。

朱大鹏等^[3]通过理论分析的方法研究了单自由度的包装件位移响应幅值首次穿越损坏的概率问题,结果发现单自由度包装件的设计点激励均等于系统初始位移为幅值时的镜像激励,在系统稳态响应阶段,可利用镜像激励分析系统的设计点,为包装件的位移幅值首次穿越损坏概率问题提供理论。梁宁等^[4]通过随机振动实验对多层瓦楞纸板的共振频率、振动传递率和阻尼比进行了分析,在此基础上,还建立了含试样厚度和静应力变量的共振频率数学模型。李小超等^[5]建立了单自由度涡激振动模型,讨论了质量比和阻尼比对涡激振动响应及能量转换效率的影响。怀小宝^[6]采用外加动力吸振器、应用理论和数值仿真的方法讨论了质量比、频率比和阻尼比等对单自由度和两自由度动力吸振器减振幅值的影响。郭有松等^[7]讨论了主系统和动力吸振器结构参数对减振性能的影响,研究表明主系统和激励频率确定时,适当调节动力吸振器的刚度、阻尼和质量可达到最佳减振效果。李勇等^[8]推导单双动力吸振器的数学模型,并对吸振器的质量、刚度和阻尼参数进行了优化设计,结果表明可改进车内的振动噪声问题,避免了数值仿真重复的工作。

基于以上研究,考虑到运输时偏心距离对缓冲包装振动响应幅值的影响,结合弹簧刚度和阻尼比参数以此研究不同振动特性参数组合对缓冲包装振动幅

值响应的影响,得到缓冲包装最佳振动参数组合,指导运输包装参数设计及提供理论依据。

1 模型建立

1.1 单自由度线性系统模型

单自由度线性系统动力学模型是包装系统最基础的力学模型。如被包装的产品假定为刚体,忽略缓冲材料的质量,将包装系统模型简化见图 1a。大型设备在安装减震器时常会在 4 个角安装减震器,假设 4 个减震器刚度相同,见图 1b。

设基础的绝对位移为 u ,质量 m 的绝对位移为 z ,得到模型的微分方程为^[9]:

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{u}) + k(x - u) = 0 \quad (1)$$

式(1)经拉普拉斯变换得单自由度的传递系数为^[9]:

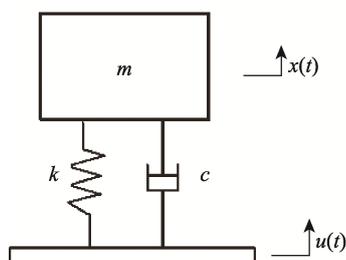
$$T_d = \frac{1 + (2\zeta g)^2}{\sqrt{(1 - g^2)^2 + (2\zeta g)^2}} \quad (2)$$

式中: g 为频率比; ζ 为阻尼比。当系统达到共振时, $g \approx 1$,此时振动传递曲线取得最大值,由式(2)可得阻尼比为^[10]:

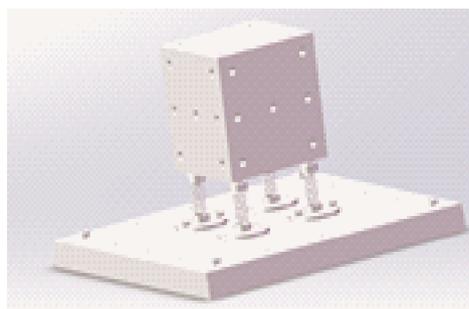
$$\zeta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{T_{\max}^2 - 1}} \quad (3)$$

1.2 偏心距离模型

考虑到实际情况,在 4 个角安装减震器,这时往往会偏离重心,运输过程中设备可能会发生扭转振动,造成物品损坏。文中假设在物体中心点沿 x 轴方向进行偏移,见图 2。



a 单自由度简化模型



b 单自由度实物

图1 单自由度线性系统模型

Fig.1 Single degree of freedom linear system model

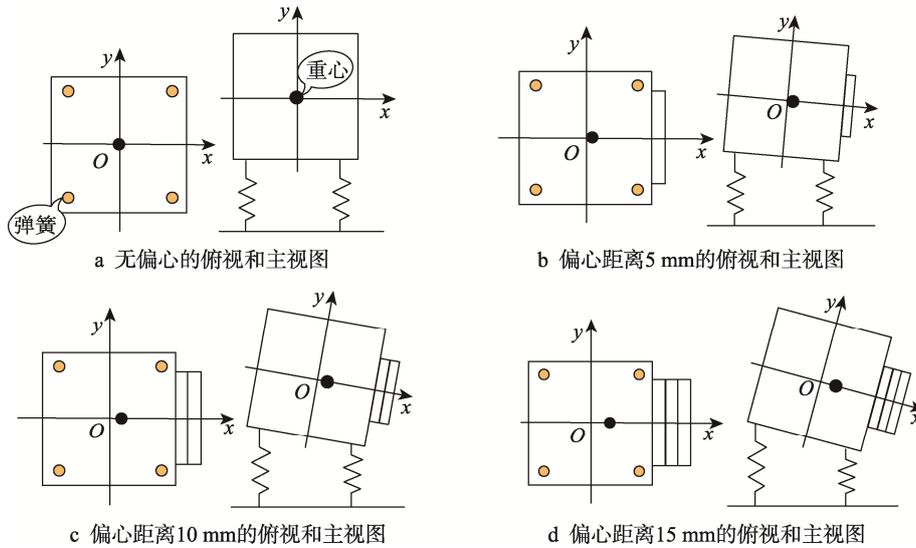


图 2 物体偏心距离示意
Fig.2 Diagram of eccentric distance of object

2 实验

2.1 仪器与软件

主要仪器：DY300-3 振动实验台，苏州实验仪器设备公司；不同刚度的弹簧，不同材质的泡沫（作为阻尼材料）^[1]、物块、质量块等。

主要分析软件：Design-Expert 11.0 实验分析软件。

2.2 评价指标

选择弹簧刚度、阻尼比和振动偏心距等 3 个实验因素，在实验室进行正弦扫频振动实验，参照 GB/T8169 《包装用缓冲材料振动传递特性实验方法》，对单自由度线性系统进行振动传递特性实验研究，扫频范围为 3~100 Hz，每组实验重复 5 次。振动响应幅值是主要评价指标，文中选择物块中心检测

点所测得的减振幅值作为评价指标。

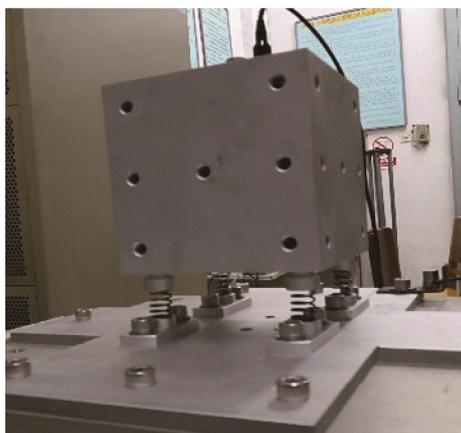
3 结果与分析

3.1 单因素实验

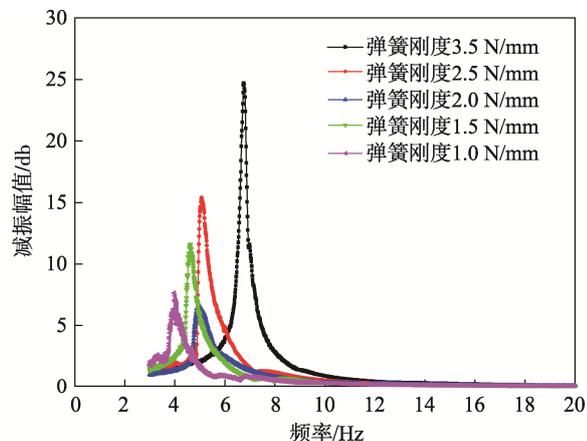
在选择泡沫时，厚度不能超出弹簧的原长，但泡沫厚度太薄在振动过程中起不到阻尼材料的作用。此实验采用的弹簧原长为 50 mm，泡沫厚度为 40 mm，由式（3）测出不同材质泡沫的阻尼比。

3.1.1 弹簧刚度对振动幅值响应的影响

通过改变不同刚度的弹簧来改变弹簧刚度的大小，安装方式见图 3a。不同弹簧刚度对振动幅值响应的影响见图 3b。随着弹簧刚度的减小，减振幅值呈现先减小后增大的趋势，预测弹簧刚度为 2 N/mm 时幅值较小，而固有频率有稍微左移的趋势。在固有频率之后，随着频率的增加，减振幅值逐渐减小。



a 弹簧安装方式



b 弹簧刚度对振动响应幅值的影响

图 3 弹簧安装方式及振动响应结果

Fig.3 Spring installation mode and vibration response results

3.1.2 偏心距离对振动幅值响应的影响

通过增加或减小质量块的数量,改变偏心距离,安装方式见图 4a。偏心距离对振动响应幅值的影响见图 4b。偏心距离对固有频率的影响并不大,但对减振幅值还是比较明显的。减振幅值呈现出先减小后增大的趋势,预测偏心距离为 10 mm 时减振幅值最小。

3.1.3 阻尼比对振动幅值响应的影响

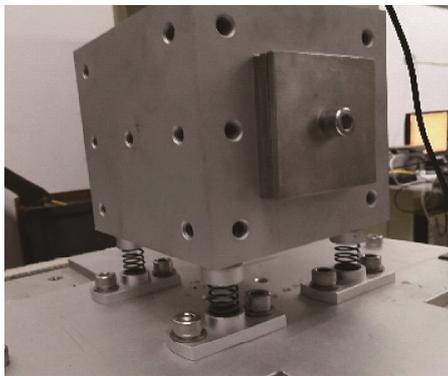
通过采用不同材质的泡沫,以改变阻尼比的大小,安装方式见图 5a。阻尼比对振动响应幅值的影响见图 5b。随着阻尼比的增大,减振幅值呈现递减的趋势,且共振峰所在的频率点有右移的趋势。当激

振频率在高频信号时,减振幅值随频率增大而减小,减振幅值几乎为 0,但阻尼比也不宜过大,过大意味着减振器设计的弹性很大,静挠度增大,相应的体积也会增大,且稳定性会降低。

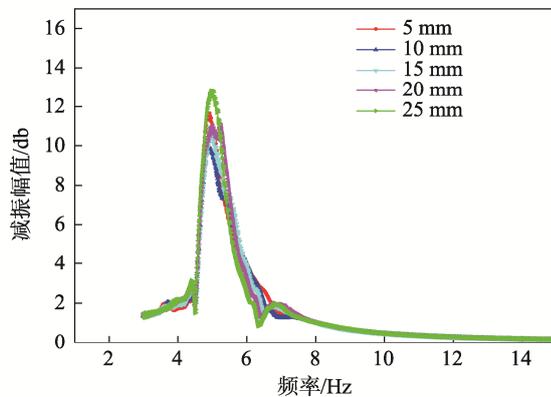
3.2 Box-Behnken 实验

3.2.1 振动实验设计及模型的建立

根据单因素实验分析进行三因素三水平组合实验,Box-Behnken 实验因素与水平编码见表 1。利用 Design Expert 11.0 软件设计实验方案,共进行 17 组实验^[12],每组重复 5 次,实验结果取平均值,实验数据见表 2。



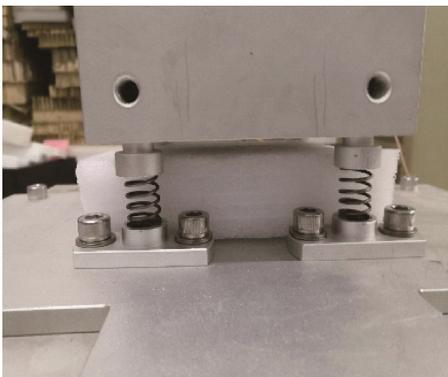
a 偏心距离安装方式



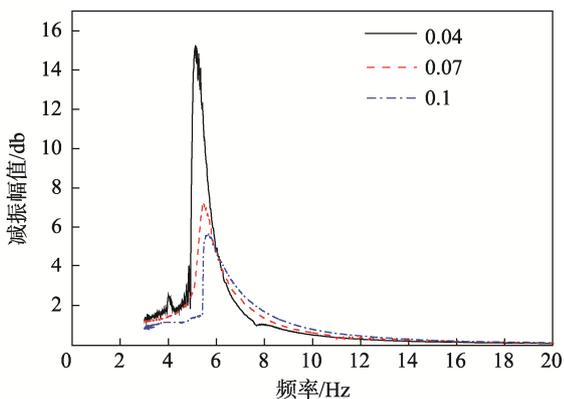
b 偏心距离对振动响应幅值的影响

图 4 偏心距离安装方式及振动响应结果

Fig.4 Eccentric distance installation method and vibration response results



a 阻尼比安装方式



b 阻尼比对振动响应幅值的影响

图 5 阻尼比安装方式及振动响应结果

Fig.5 Damping ratio installation method and vibration response results

表 1 实验因素和水平编码
Tab.1 Test factors and level coding

因素	弹簧刚度/ (N·mm ⁻¹)	偏心距离/ mm	阻尼比
-1	1.5	5	0.04
0	2	10	0.07
1	2.5	15	0.1

根据软件的 ANOVA 功能,即方差分析的模型检验,最终拟合后的回归模型为^[13]:

$$Y=4.77-0.2125A+0.0062B-0.5062C+0.225AB+0.05AC-0.6375BC+1.45A^2+0.6588B^2-0.4163C^2。$$

式中:Y为减振幅值;A为弹簧刚度(N/mm);B为偏心距离(mm);C为阻尼比。对上述回归方程进行方差分析,结果见表 3。所建立模型的 F 值为

表 2 实验设计方案及振动响应幅值结果
Tab.2 Test design scheme and vibration response results

实验号	弹簧刚度/ (N·mm ⁻¹)	偏心距 离/mm	阻尼比	减振幅值/ dB
1	1.5	5	0.07	7.2
2	2.5	5	0.07	6.5
3	1.5	15	0.07	6.8
4	2.5	15	0.07	7
5	1.5	10	0.04	6.7
6	2.5	10	0.04	6
7	1.5	10	0.1	5.5
8	2.5	10	0.1	5
9	2	5	0.04	4.85
10	2	15	0.04	6.1
11	2	5	0.1	5.2
12	2	15	0.1	3.9
13	2	10	0.07	4.9
14	2	10	0.07	4.86
15	2	10	0.07	4.62
16	2	10	0.07	4.77
17	2	10	0.07	4.7

92.76, 表示意味着模型显著相关; 失拟项 $P > 0.05$, 与纯粹误差相比不显著, 表明模型具有较高的可靠性; 调整决定系数 $R^2_{Adj} = 0.981$, 表明响应幅值的变化

有 98.1% 来源于弹簧刚度、偏心距离和阻尼比; 信噪比 (Signal-to-Noise, S/N) = 25.37 > 4, 表明有 25.37% 的可能是由噪声造成的, 也从另一个方面表明此模型是可靠的。经方差分析, 弹簧刚度 A 的平方和为 0.3613, 偏心距离 B 的平方和为 0.0003, 阻尼比 C 的平方和为 2.05, 因此各参数对减振幅值的影响显著程度为 $C > A > B$, 即阻尼比 > 弹簧刚度 > 偏心距离。其中, 阻尼比和弹簧刚度对结果影响极显著 ($P < 0.01$) [14]。

3.2.2 各因素交互影响分析

各因素间的交互作用响应面曲线及等高线见图 6, 可以看出该模型存在最小值。当固定阻尼比时, 随着偏心距离和弹簧刚度的增加, 减振幅值都呈现先减小后增加的趋势, 弹簧刚度在 1.9~2.1 N/mm 和偏心距离在 10~13 mm 左右减振幅值比较小。当固定弹簧刚度时, 随着偏心距离的增大, 曲线呈现先减小后增加的趋势, 偏心距离在 10~13 mm 左右比较合适, 而阻尼比则一直减小。当固定偏心距离时, 弹簧刚度呈现先减小后增加的趋势, 弹簧刚度在 1.9~2.1 N/mm 时减振幅值较小, 阻尼比则呈一直减小的趋势 [15]。

3.3 各因素振动特性参数优化

振动过程中传递到物体的响应越小, 物体越不易破坏, 即检测点响应幅值越小。根据上述参数的设定由 Design Expert 11.0 软件中 Optimization 模块 (响应优化) 对物块中心检测点进行多目标优化 [12-13]。其影响减振幅值 Y 的优化参数范围为弹簧刚度为 1.5~2.5 N/mm, 偏心距离为 5~15 mm, 阻尼比为 0.04~0.1。

表 3 实验方差分析
Tab.3 Analysis of test variance

方差源	平方和	自由度	均方	F 值	P 值	显著性
模型	15.72	9	1.75	92.76	< 0.0001	显著
弹簧刚度 A	0.3613	1	0.3613	19.19	0.0032	
偏心距离 B	0.0003	1	0.0003	0.0166	0.9011	
阻尼比 C	2.05	1	2.05	108.91	< 0.0001	
AB	0.2025	1	0.2025	10.76	0.0135	
AC	0.0100	1	0.0100	0.5312	0.4898	
BC	1.63	1	1.63	86.35	< 0.0001	
A^2	8.81	1	8.81	467.83	< 0.0001	
B^2	1.83	1	1.83	97.06	< 0.0001	
C^2	0.7295	1	0.7295	38.75	0.0004	
残差	0.1318	7	0.0188			
失拟项	0.0794	3	0.0265	2.02	0.2537	不显著
误差项	0.0524	4	0.0131			
总和	15.85	16				

注: 调整决定系数 $R^2_{Adj} = 0.9810$, 信噪比 (signal-to-noise, S/N) 为 25.37

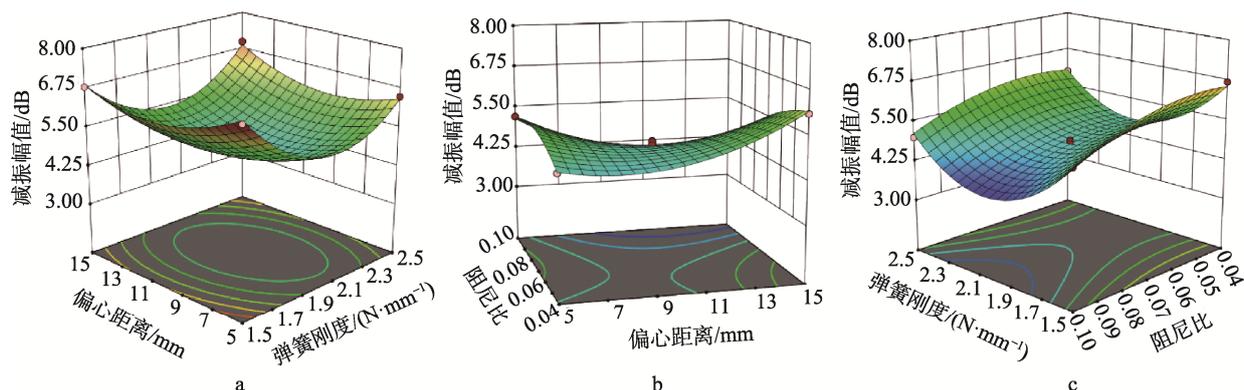


图6 各因素交互作用时对减振幅值的影响

Fig.6 Influence of the interaction of various factors on the damping amplitude

对减振幅值 Y 进行优化得到最优振动幅值参数组合, 弹簧刚度为 2.009 N/mm, 偏心距离为 12.38 mm, 阻尼比为 0.1。

4 结语

文中主要通过单因素实验和响应面法实验研究了不同振动特性参数(弹簧刚度、偏心距离和阻尼比)对单自由度线性系统减振幅值的影响, 建立了单自由度系统综合性能与各个振动特性参数之间的二次多项式回归模型, 并对减振幅值进行了优化, 主要结果如下所述。

1) 通过单因素实验研究发现, 在偏心距和阻尼比一定时, 随着弹簧刚度的减小, 减振幅值为先减小后增加的趋势, 固有频率有左移的趋势; 在弹簧刚度和阻尼比一定时, 随着偏心距离的增加, 响应幅值也是先减小后增加的趋势, 而对固有频率的影响很小; 阻尼比对幅值的影响则一直在减小。

2) 通过利用 Design Expert 11.0 软件多因素交互作用的影响分析可知, 建立的模型 F 值为 92.76, 检测点的回归方程决定系数为 0.981, 信噪比为 25.37, 验证了模型的可靠性。经方差分析影响减振幅值的强弱顺序为: 阻尼比>弹簧刚度>偏心距离。

3) 通过 Optimization 模块对检测点进行回归方程优化, 获得最优的振动参数组合, 弹簧刚度为 2.009 N/mm, 偏心距离为 12.38 mm, 阻尼比为 0.1。该研究可为缓冲包装运输振动参数设计提供依据。

参考文献:

- [1] 裴朵. 鲜鸡蛋运输结构包装设计研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2014: 1.
PEI Duo. The Structure Design of the Packing for Express Fresh Eggs[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2014: 1.
- [2] 白治明. 金属包装箱动力学分析及结构优化[D]. 西安: 陕西科技大学, 2019: 1.
- [3] 朱大鹏, 龚箭. 单自由度包装件位移响应的首次穿越损坏问题分析[J]. 包装工程, 2017, 38(21): 68—73.
ZHU Da-peng, GONG Jian. First-passage Failure of Single Degree of Freedom Package Displacement Response[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(21): 68—73.
- [4] 梁宁, 王冬梅, 郭彦峰, 等. 蜂窝纸板振动传递特性研究进展[J]. 包装学报, 2018, 10(4): 43—49.
LIANG Ning, WANG Dong-mei, GUO Yan-feng, et al. Research Progress on Vibration Transmissibility of Honeycomb Paperboard[J]. Packaging Journal, 2018, 10(4): 43—49.
- [5] 李小超, 周熙林, 赵利平. 质量比和阻尼比对高阻尼涡激振动的影响[J]. 船舶力学, 2018, 22(2): 165—173.
LI Xiao-chao, ZHOU Xi-lin, ZHAO Li-ping. Effects of Mass and Damping Ratios on VIV of a Circular Cylinder under High Damping Conditions[J]. Journal of Ship Mechanics, 2018, 22(2): 165—173.
- [6] 怀小宝. 卫星运输包装箱用动力吸振器的减振特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2017: 1.
HUAI Xiao-bao. Study on the Vibration Reduction Characteristics of the Dynamic Vibration Absorber Used Packing Cases for Satellite Transport[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017: 1.
- [7] 郭有松, 李超, 王德禹, 等. 军用船舶动力吸振器性能与参数优化研究[J]. 舰船科学技术, 2014, 36(7): 48—52.
GUO You-song, LI Chao, WANG De-yu, et al. Parameter and Performance Research of Dynamic Vibration Absorber Applied in Marine Vessels[J]. Ship Science and Technology, 2014, 36(7): 48—52.
- [8] 李勇, 顾彦, 靳春梅. 汽车动力吸振器优化设计[J]. 噪声与振动控制, 2011, 32(6): 123—126.
LI Yong, GU Yan, JIN Chun-mei. Optimal Design of Automobile's Vibration Absorber[J]. Noise and Vibra-

- tion Control, 2011, 32(6): 123—126.
- [9] 赵彬. 电焊机运输包装技术及实验的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2016: 18.
ZHAO Bin. Transport Packaging Technology and Test Research of Electric Welder[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016: 18.
- [10] 苏斌, 冯涛, 王晶, 等. 被包装物质量对泡沫材料刚度及阻尼系数的影响[J]. 食品与机械, 2012, 28(3): 159—161.
SU Bin, FENG Tao, WANG Jing, et al. Effect on Stiffness and Damping Coefficient of the Foam Material from Package Mass[J]. Food and Machinery, 2012, 28(3): 159—161.
- [11] 冯涛, 苏彬, 刘斌, 等. 泡沫材料厚度对其刚度及阻尼系数的影响[J]. 包装工程, 2012, 33(9): 37—40.
FENG Tao, SU Bin, LIU Bin, et al. Experimental Research of Influence of Foam Material Thickness on It's Stiffness and Damping Coefficient[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(9): 37—40.
- [12] 杨会民, 散望龙, 陈毅飞, 等. 不同振动特性参数对杏树振动响应的影响[J]. 农业工程学报, 2019, 35(2): 10—16.
YANG Hui-min, SAN Yun-long, CHEN Yi-fei, et al. Influence of Different Vibration Characteristic Parameters on Vibration Response of Apricot Trees[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2019, 35(2): 10—16.
- [13] 杨明, 唐彦峰. 采用 Design-Expert 分析多参数对 FDM 成型的影响与优化设计[J]. 装备制造技术, 2017, 11(53): 53—56.
YANG Ming, TANG Yan-feng. Optimization Design of Multiple Parameters on FDM Molding by Design-Expert[J]. Equipment Manufacturing Technology, 2017, 11(53): 53—56.
- [14] DERTLI E, TOKER O, DURAK M. Z, et al. Development of a Fermented Ice-cream as Influenced by in Situ Exopolysaccharide Production: Rheological, Molecular, Microstructural and Sensory Characterization[J]. Carbohydrate Polymers, 2016, 136: 427—440.
- [15] GAO J, XU H, LI Q J, et al. Optimization of Medium for One-step Fermentation of Inulin Extract from Jerusalem Artichoke Tubers Using *Paenibacillus Polymyxa* ZJ-9 to Produce R, R-2, 3-Butanediol[J]. Biore-source Technology, 2010, 101(143): 7076—7082.