

基于几何非线性的果蔬运输隔振系统设计

应玉萍¹, 王花兰²

(1. 青海交通职业技术学院, 西宁 810016; 2. 兰州交通大学, 兰州 730070)

摘要: 目的 针对运输过程中振动与冲击造成果蔬损伤和品质下降的问题, 基于非线性振动理论, 提出一种几何非线性结构的果蔬运输隔振系统。**方法** 首先, 基于水平斜弹簧负刚度机构与垂向正刚度弹簧并联的方式设计果蔬运输隔振结构; 其次, 分析其静力学特性, 推导该非线性隔振装置的刚度特性; 最后, 建立果蔬运输车模型的运动微分方程, 采用谐波平衡法研究该新型果蔬运输车的隔振特性。**结果** 研究结果表明, 通过合理的结构参数设计, 该隔振装置在平衡点附近具有高静态刚度、低动态刚度特性。对于小幅路面激励, 该新型果蔬运输车将在全频段大幅优于对应的线性系统, 随着路面激励幅值的增大, 隔振装置刚度快速增加, 频率跳跃线性逐渐出现, 峰值逐渐出现并右移, 中频段的隔振效果逐渐变差。高频段的隔振效果远优于对应的线性系统, 且与路面激励幅值不敏感。**结论** 通过引入水平预压缩弹簧与垂向弹簧并联形式的几何非线性结构显著提高了果蔬运输隔振系统的隔振效果, 减小运输过程中果蔬所受到的振动与冲击, 从而避免了果蔬损伤和品质下降。

关键词: 果蔬运输; 隔振设计; 几何非线性; 动力学

中图分类号: TH113.1 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2020)19-0153-06

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2020.19.022

Design of Vibration Isolation System for Fruit and Vegetable Transportation Based on Geometric Nonlinearity

YING Yu-ping¹, WANG Hua-lan²

(1.Qinghai Communications Technical College, Xining 810016, China; 2.Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

ABSTRACT: The work aims to propose a vibration isolation system for fruit and vegetable transportation based on geometric nonlinearity according to the theory of nonlinear vibration. Firstly, the vibration isolation structure for fruit and vegetable transportation was designed based on the parallel connection of the horizontal oblique negative stiffness spring and the vertical positive stiffness spring. Secondly, the static characteristics of the structure were analyzed and the stiffness characteristics were derived. Finally, the motion differential equation of the fruit and vegetable transportation vehicle was established, and the harmonic balance method was adopted. The results showed that through the reasonable design of structural parameters, the isolator could achieve high static stiffness and low dynamic stiffness near the equilibrium point. For small road excitation, the proposed system would perform much better than the corresponding linear system. With the increase of road excitation amplitude, the stiffness increased rapidly, the jump phenomenon appeared, the peak value gradually appeared and shifted to the right and the vibration isolation effect in medium frequency band got worse. The performance in high frequency was always far superior to the corresponding linear system, and it had little relationship with the road excitation amplitude. By introducing the geometric nonlinear structure of parallel connection of horizontal pre-compression spring and vertical spring, the vibration isolation effect of fruit and vegetable transportation vibration

收稿日期: 2019-08-08

作者简介: 应玉萍 (1985—), 女, 硕士, 青海交通职业技术学院讲师, 主要研究方向为物流运输。

isolation system can be significantly improved, and the vibration and shock of fruits and vegetables during transportation can be reduced, so as to avoid damage and quality deterioration of fruits and vegetables.

KEY WORDS: fruit and vegetable transportation; vibration isolation design; geometric nonlinearity; dynamics

果蔬产业是我国农村的支柱产业之一,持续推进和发展现代果蔬物流对于促进产业健康发展、打赢脱贫攻坚战具有重要的战略意义。根据有关统计资料,果蔬采后损耗约占总产量的 25%~45%^[1]。大量的水果和蔬菜由于机械损伤而使得价值降低,甚至丢弃,通常物流运输过程中的跌落、冲击、相互碰撞以及长时间的振动是导致机械损伤的主要原因^[2~4]。当前,我国在降低果蔬机械损伤的研究主要集中在减震包装方面,针对果蔬运输车辆的先进隔振设计研究较少。

线性隔振装置具有结构简单、性能可靠、价格低廉等众多优势,并被目前大量的工程实践所采用^[5]。为了适应更长距离的果蔬运输和复杂路况,势必要求线性隔振装置具有更低的刚度,从而实现良好的隔振效果,但是较低的刚度同时也会引入更大的弹簧形变以及静态稳定性下降^[6~8]。理想情况下,果蔬隔振系统应该具有“高静态、低动态”的刚度特性,较低的动态刚度可以衰减来自地面和车身的振动传递率,同时,较高的静态刚度可以防止大的弹簧形变和提高稳定性^[9~10]。高静态、低动态的刚度特性可以通过几何非线性结构来实现^[11~12]。

几何非线性隔振系统是指通过单一元件的几何方位布置来实现系统的刚度非线性,从而降低系统的固有频率、提高隔振性能的装置^[13~15]。由于其优良的隔振性能,目前,几何非线性隔振的理论和应用愈发广泛^[16~18],获得实际应用的典型案例较多^[19~21]。Carrella 等^[22]提出了基于水平预压缩负刚度弹簧和垂向正刚度弹簧并联几何非线性隔振系统,并系统研究了其静力学特性和隔振性能。研究表明,该结构的力-位移关系可以近似表示为立方关系。SUN 等^[23]通过

引入水平预压缩剪铰形结构和垂向弹簧并联的方式实现了三自由度的几何非线性隔振系统。ZHENG 等^[24]通过结合单自由度几何非线性隔振系统和 Stewart 构型的方式,同时实现了六自由度的几何非线性隔振。研究结果表明,六自由度的隔振频段都有增加且起始隔振频率有显著降低。ZHOU 等^[25]采用凸轮-滚轮机构设计了紧凑的、对小位移敏感的几何非线性隔振系统,并开展了实验验证。实验结果显示,几何非线性结构的共振频率约为 3 Hz,而对应线性系统的共振频率约为 5.53 Hz。此外,该研究还表明,几何非线性结构的特殊性在于,无论激励幅值多大,结构的峰值振动传递率都不会超过对应的线性系统。LIU 等^[26]采用欧拉棒作为负刚度矫正器与垂向正刚度弹簧并联的方式设计了几何非线性隔振系统,并采用谐波平衡法研究了力激励和位移激励下隔振器的动态响应。文中采用水平斜弹簧负刚度机构与正刚度弹簧并联的几何非线性结构,提出一种新型的果蔬运输隔振系统。该隔振系统具有“高静态、低动态”的刚度特性,即在平衡点附近具有较小的动刚度,可以实现宽频带的高性能隔振,同时具有较大的静刚度,可以防止大的压缩量,并提高可靠性,从而实现高性能的果蔬运输隔振。

1 几何非线性隔振系统的结构

文中提出的具有几何非线性的果蔬运输隔振装置见图 1a, 主要由刚度 K_v 、阻尼系数 C_v 、预压缩量 η 的竖直弹簧,刚度 K_h 、原始长度 L 的水平斜弹簧和质量 M_f 的果蔬运输厢组成。图 1a 实线所示,当质量 M_f 的果蔬运输箱在振动平衡位置时,水平斜弹簧在水平

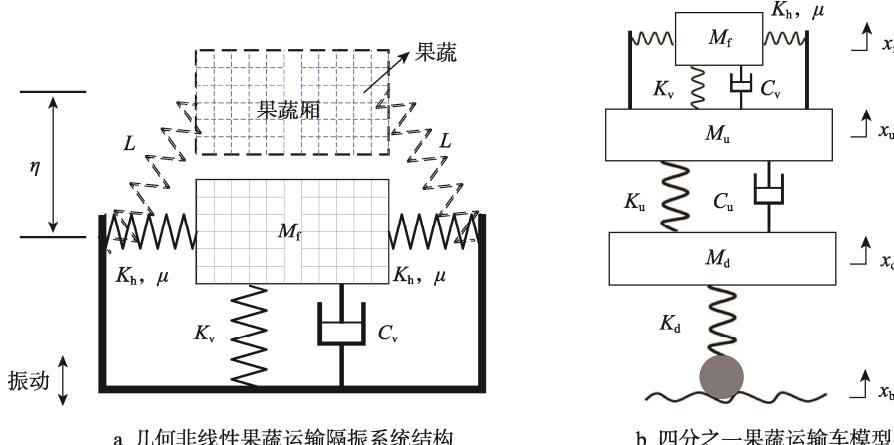


图 1 具有几何非线性隔振结构的果蔬运输车模型

Fig.1 Fruit and vegetable transportation vehicle model with geometrically nonlinear vibration isolation structure

位置, 且预压缩量为 μ 。通过合理的参数配置, 果蔬厢在水平位置附近, 隔振装置将表现为低动态刚度; 当果蔬厢偏离水平位置较远时, 将表现为较高静态刚度。

图 1b 是四分之一果蔬运输车模型, 其中, 车身、轮胎质量分别为 m_u , m_d , 悬架、轮胎刚度分别为 K_u , K_d , 悬架阻尼系数为 C_u 。图 1b 所示, 果蔬运输隔振装置安装在车身上。果蔬车架、车身、车轮和地面的激励分别记为 x_f , x_u , x_d , x_b 。

2 几何非线性隔振系统的刚度特性

果蔬运输厢在平衡位置时斜弹簧 K_h 将处于水平位置, 因此竖直弹簧在平衡位置处的预压缩量应该满足:

$$\eta = \frac{M_f g}{K_v} \quad (1)$$

由于文中进行振动分析时, 竖直弹簧的弹性恢复力总是与果蔬运输厢的重力相抵消, 因此, 在后文只讨论动态力的响应。

令果蔬运输厢位移 x_f 与车身位移 x_u 的相对位移为 $x_{fu}=x_f-x_u$, 通过图 1a 可以看到, 几何非线性隔振结构的恢复力 F_{fu} 与 x_{fu} 的关系见式(2)。

$$F_{fu} = K_v x_{fu} - 2K_h \frac{L - \sqrt{(L-\mu)^2 + x_{fu}^2}}{\sqrt{(L-\mu)^2 + x_{fu}^2}} x_{fu} \quad (2)$$

当隔振系统的几何参数确定以后, 水平斜弹簧的预压缩量 μ , 相对其自然长度 L 、刚度 K_h 和竖直弹簧的刚度 K_v 容易调整, 所以, 在接下来的分析中主要讨论 μ 的变化对恢复力、刚度的影响。

为了更清晰地分析结构参数、激励与恢复力 F_{fu} 和简化计算, 对式(2)在 $x_{fu}=0$ 的邻域内做三阶泰勒展开, 则:

$$\begin{aligned} F_{fu} &= K_1 x_{fu} + K_3 x_{fu}^3 + o(x_{fu}^5) \\ K_1 &= K_v - 2K_h \frac{\mu}{L-\mu} \\ K_3 &= K_h \frac{L}{(L-\mu)^3} \end{aligned} \quad (3)$$

不同预压缩量 μ 下力 F_{fu} 和位移 x_{fu} 的关系见图 2, 其默认参数的选取见表 1。可以看到当 $K_1=0$, 即 $\mu=0.3$ m 时, 力-位移曲线最为平缓, 且不出现负刚度。

根据式(4), 果蔬车架的刚度 F_{fu} 可以描述为

$$K_{fu} = \frac{dF_{fu}}{dx_{fu}} = K_1 + 3K_3 x_{fu}^2 \quad (4)$$

令 $K_1=0$, 则

$$\mu = \frac{K_v L}{K_v + 2K_h} \quad (5)$$

此时 $K_{fu}=3K_3$, 即图 3 中 $\mu=0.3$ m 的情形。结合图 3 和式(4—5)可以看到, 当 $\mu < 0.3$ m 时, 隔振装置总是表现为正的刚度, 且刚度总是大于 $\mu=0.3$ m

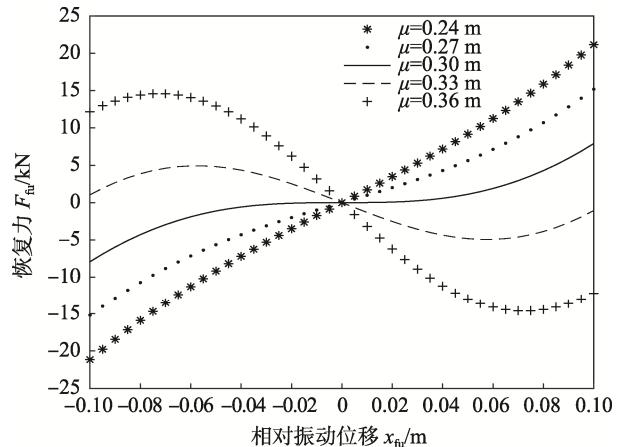


图 2 不同预压缩量 μ 下的力-位移关系
Fig.2 Force-displacement relationship under different pre-compression μ

表 1 几何非线性果蔬运输隔振装置结构参数
Tab.1 Structural parameters of the vibration isolation structure for fruit and vegetable transportation based on geometric nonlinearity

参数	含义	单位	默认值
K_v	竖直弹簧刚度	kN/m	120
K_h	水平斜弹簧刚度	kN/m	40
M_f	果蔬车厢质量	kg	750
g	重力加速度	m/s ²	9.81
L	水平斜弹簧自然长度	m	0.5
μ	水平斜弹簧预压缩量	m	0.3
η	竖直斜弹簧预压缩量	m	0.0613
C_v	竖直弹簧阻尼系数	N·m/s	600

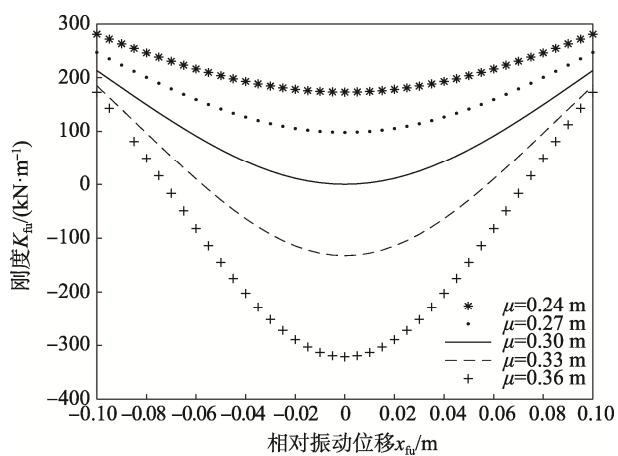


图 3 不同预压缩量 μ 下的刚度-位移关系
Fig.3 Stiffness-displacement relationship under different pre-compression μ

的情形; 当 $\mu=0.3$ m 时, 隔振装置的刚度在 $x_{fu}=0$ 的邻域内总是很小, 且总是大于等于零; 当 $\mu > 0.3$ m 时, 隔振装置在局部范围内出现负的刚度, 系统将不稳定, 因此以下的讨论中将主要讨论隔振装置达到准零刚度, 即 $\mu=0.3$ m 的情形。

隔振系统在平衡位置附近,由于 x_{fu} 很小,由式(5)可见, $K_3 \approx 0$,故隔振系统将在平衡位置附近表现为近零刚度,因此,式(5)被称为准零刚度条件;当隔振系统逐渐远离平衡位置时,由式(4)可见,系统刚度快速增大,故隔振系统表现为高的静态刚度,即该隔振系统具有高静态刚度、低动态刚度特性。

3 具有几何非线性隔振结构的果蔬运输车隔振特性分析

3.1 果蔬运输车的动力学建模

根据图1b、第2节的分析和牛顿第二定律,具有几何非线性隔振装置的果蔬运输车四分之一车模型的动力学方程可以描述为:

$$\begin{cases} M_f \ddot{x}_f + C_v (\dot{x}_f - \dot{x}_u) + K_1 (x_f - x_u) + K_3 (x_f - x_u)^3 = 0 \\ M_u \ddot{x}_u + C_u (\dot{x}_u - \dot{x}_d) + K_u (x_u - x_d) - C_v (\dot{x}_f - \dot{x}_u) - K_1 (x_f - x_u) - K_3 (x_f - x_u)^3 = 0 \\ M_d \ddot{x}_d + K_d (x_d - x_b) - C_u (\dot{x}_u - \dot{x}_d) - K_u (x_u - x_d) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

3.2 果蔬运输车的振动传递率

取相对振动 $x_{fu}=x_f-x_u$, $x_{ud}=x_u-x_d$ 和 $x_{db}=x_d-x_b$ 为变量,并令 $K_1=0$,则动力学方程(6)可以重写为:

$$\begin{cases} M_f (\ddot{x}_{fu} + \ddot{x}_{ud} + \ddot{x}_{db} + \ddot{x}_b) + C_v \dot{x}_{fu} + K_3 x_{fu}^3 = 0 \\ M_u (\ddot{x}_{ud} + \ddot{x}_{db} + \ddot{x}_b) + C_u \dot{x}_{ud} + K_u x_{ud} - C_v \dot{x}_{fu} - K_3 x_{fu}^3 = 0 \\ M_d (\ddot{x}_{db} + \ddot{x}_b) + K_d x_{db} - C_u \dot{x}_{ud} - K_u x_{ud} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

采用谐波平衡法求解式(7),可得路面激励到果蔬运输厢的稳态响应幅值与频率之间的近似关系。假设路面激励位移 $x_b=A_0 \cos \omega t$,令此时的稳态相对位移响应分别为: $x_{ab}=C_c \cos(\omega t)+C_s \sin(\omega t)$, $x_{ub}=D_c \cos(\omega t)+D_s \sin(\omega t)$ 和 $x_{fb}=E_c \cos(\omega t)+E_s \sin(\omega t)$,带入式(7)。若激励幅值 A_0 很小,振动响应将由一阶谐波主导,忽略高次谐波,则 $\cos^3(\omega t) \approx 3\cos(\omega t/4)$, $\sin^3(\omega t) \approx 3\sin(\omega t/4)$,令等式左右两边 $\cos(\omega t)$ 和 $\sin(\omega t)$ 的系数分别相等,得六元三次非线性方程:

$$\begin{cases} -M_f \omega^2 (E_c + D_c + C_c + A_0) + \frac{3}{4} K_3 E_c (E_c^2 + E_s^2) = 0 \\ -M_f \omega^2 (E_s + D_s + C_s) + \frac{3}{4} K_3 E_s (E_c^2 + E_s^2) - C_v E_c \omega = 0 \\ -M_u \omega^2 (D_c + C_c + A_0) - \frac{3}{4} K_3 E_s (E_c^2 + E_s^2) + C_u D_s - C_v \omega E_s + K_u D_c = 0 \\ -M_u \omega^2 (D_s + C_s) + C_u \omega D_c + K_u D_s + C_v E_s \omega - \frac{3}{4} K_3 E_s (E_c^2 + E_s^2) = 0 \\ -M_d \omega^2 (C_c + A_0) + K_d C_c - C_u \omega D_s - K_u D_c = 0 \\ -M_d \omega^2 C_s + K_d C_s + C_u \omega D_c - K_u D_s = 0 \end{cases} \quad (8)$$

对于给定的激励 x_b ,采用牛顿迭代法可以依次求出对应的6个振动响应参数 $C_c, C_s, D_c, D_s, E_c, E_s$ 。此时,路面激励到果蔬运输厢的振动传递率 T 可以由式(9)给出。

$$T = \frac{|x_f|}{|x_b|} = \frac{\sqrt{(A_0 + C_c + D_c + E_c)^2 + (C_s + D_s + E_s)^2}}{A_0} \quad (9)$$

基于几何非线性隔振结构的果蔬运输车在不同激励幅值 A_0 下的振动传递率 T 、等效线性隔振系统振动传递率 T 的对比,见图4。此处等效线性隔振系统,是指果蔬运输隔振装置中去除了水平斜弹簧 K_h ,而只保留竖直弹簧 K_v 的隔振系统。显然,不同于线性振动系统,该非线性隔振系统的振动传递率不仅与非线性隔振系统和运输车的结构参数有关,而且与激励幅值 A_0 有关。图4计算中采用的某型车结构参数见表2。

如图4所示,当激励幅值较小时,如果 $A_0=0.01 m$,则隔振系统的隔振特性在全频段优于对应的线性系统,特别是高频段远优于对应的线性系统。具体表现在振动峰值左移甚至消失,且峰值处的幅值比远远小于对应的线性系统。以5, 10, 20 rad/s处为例,对应线性系统的振动传递率为4.76, 0.655, 0.395,而几何非线性系统的振动传递率仅为0.195, 0.151, 0.022。

表2 某型运输车结构参数
Tab.2 Structural parameters of a type of truck

参数	含义	单位	默认值
M_u	车身质量	kg	400
M_d	轮胎质量	kg	40
K_u	悬架等效刚度	kN/m	50
M_d	轮胎等效刚度	kN/m	220
C_u	悬架等效阻尼系数	kN·m/s	3

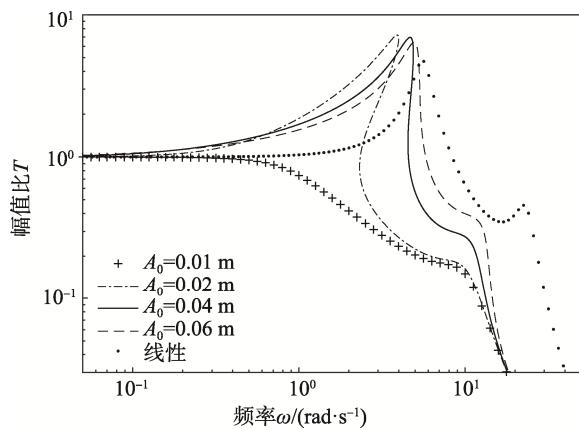


图4 果蔬运输隔车的振动响应与激励的幅值比 T 在无激励下的对比

Fig.4 Comparison of the amplitude ratio T between response amplitude and input amplitude for different inputs of fruit and vegetable transportation vehicle

随着激励幅值 A_0 从 0.01 m 逐渐增加到 0.02 m, 0.04 m 和 0.06 m, 几何非线性系统的共振峰值逐渐出现并右移, 且频率跳跃现象逐渐出现, 系统在局部频段内出现多解, 隔振效果逐渐变差。这是因为几何非线性隔振装置的刚度是振动 x_{fu} 的二次函数, 随着振动幅值的增加, 系统刚度急剧增加。另外, 不同激励幅值的几何非线性隔振系统在低频和高频段的隔振率曲线均比较接近。

4 结语

文中提出了一种基于几何非线性结构的新型果蔬运输隔振装置。对隔振系统的刚度分析表明, 该结构的刚度与振动位移是典型非线性关系, 通过合理的设计结构参数, 该装置将在平衡位置附近表现为高静态低动态的准零刚度特性。在果蔬运输车隔振系统的非线性动力学建模和动力学分析的基础上得出的结论如下所述。

1) 对于小幅路面激励, 该新型果蔬运输车将在全频段大幅优于对应的线性运输车。

2) 随着激励幅值的增加, 复杂的非线性特性逐渐显现, 频率跳跃现象逐渐出现、峰值右移, 系统在局部频段内出现多解, 隔振效果变差。

3) 高频段的隔振效果总是远优于对应的线性系统, 且对路面激励幅值的变化不敏感, 具体表现为振动峰值左移甚至消失, 且峰值处的幅值比远远小于对应的线性系统。

参考文献:

- [1] 周然, 苏树强, 李云飞. 果蔬运输振动频谱检测分析及对水果损伤的研究[J]. 包装工程, 2007, 28(10): 85—88.
ZHOU Ran, SU Shu-qiang, LI Yun-fei. Analysis of Truck Vibration and Damage to Huanghua Pears during Transport[J]. Packaging Engineering, 2007, 28(10): 85—88.
- [2] 李萍, 王若伊, 林顿, 等. 果蔬运输振动损伤及其减振包装设计[J]. 食品工业科技, 2013, 34(5): 353—357.
LI Ping, WANG Ruo-yi, LIN Dun, et al. Vibration Damage and Anti-vibration Packaging of Fruits and Vegetables During Transportation[J]. Science and Technology of Food Industry, 2013, 34(5): 353—357.
- [3] 李光, 王子蕊, 宋海燕. 苹果运输包装振动损伤预测方法的研究[J]. 振动与冲击, 2018(8): 251—256.
LI Guang, WANG Zi-rui, SONG Hai-yan. Prediction of Vibration Damage of Apples in Transportation Package[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018(8): 251—256.
- [4] 昌明, 范佳雯, 卢文静, 等. 猕猴桃减振包装在模拟运输中的使用效果[J]. 保鲜与加工, 2017(5): 20—25.
CHANG Yue, FAN Jia-wen, LU Wen-jing, et al. Effects of Anti-vibration Package in Simulated Transportation of Kiwifruit[J]. Storage and Process, 2017(5): 20—25.
- [5] 李东海, 赵寿根, 何玉金, 等. 含有时滞控制的准零刚度隔振器动力学分析[J]. 振动与冲击, 2018(13): 20—25.
LI Dong-hai, ZHAO Shou-gen, HE Yu-jin, et al. Dynamical Analysis of a QZS Vibration Isolator with Time-delay Control[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017(5): 20—25.
- [6] ZHANG Qian-long, XIA Shu-yan, XU Dao-lin, et al. A Torsion-translational Vibration Isolator with Quasi-zero Stiffness[J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 99(2): 1467—1488.
- [7] LIU Chao-ran, YU Kai-ping. A High-static-low-dynamic-stiffness Vibration Isolator with the Auxiliary System[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 94(3): 1549—1567.
- [8] DING Hu, JI Jin-chen. Nonlinear Vibration Isolation for Fluid-conveying Pipes Using Quasi-zero Stiffness Characteristics[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 121: 675—688.
- [9] YE K, JI J C, BROWN T. Design of a Quasi-zero Stiffness Isolation System for Supporting Different Loads[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 471(3): 198—218.
- [10] ZHOU Ying, CHEN Peng, MOSQUEDA G. Analytical and Numerical Investigation of Quasi-zero Stiffness Vertical Isolation System[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2019, 145(6): 1161—1173.
- [11] DING Hu, CHEN Li-qun. Nonlinear Vibration of a Slightly Curved Beam with Quasi-zero-stiffness Isolators[J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 95(3): 2367—2382.
- [12] CAI Chang-qi, ZHOU Jia-xi, WU Lin-chao, et al. Design and Numerical Validation of Quasi-zero-stiffness Metamaterials for Very Low-frequency Band Gaps[J]. Composite Structures, 2020, 236(1): 1862—1895.
- [13] 孟令帅. 新型准零刚度隔振器的设计和特性研究[D]. 北京: 中国人民解放军军事医学科学院, 2015: 32—65.
MENG Ling-shuai. Design and Characteristics Analysis of the Novel Quasi-zero-Stiffness Isolator[D]. Beijing: Academy of Military Medical Sciences, 2015: 32—65.
- [14] VIRGIN L N, SANTILLAN S T, PLAUT R H. Vibration Isolation using Extreme Geometric Nonlinearity[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 315(3): 721—731.
- [15] SADEGHI S, LI S. Fluidic Origami Cellular Structure with Asymmetric Quasi-zero Stiffness for Low-frequency Vibration Isolation[J]. Smart Materials and Structures, 2019, 28(6): 136—143.

- [16] ZHU Guang-nan, LIU Ji-ye, CAO Qing-jie, et al. A Two-degree-of-freedom Stable Quasi-zero-stiffness Prototype and Its Applications in Aseismic Engineering[J]. *Science China Technological Sciences*, 2020, 63(3): 496—505.
- [17] NAEENI I P, GHAYOUR M, KESHAVARZI A, et al. Theoretical Analysis of Vibration Pickups with Quasi-zero-stiffness Characteristic[J]. *Acta Mechanica*, 2019, 230(9): 3205—3220.
- [18] JANGHEON K, YOUNGJUN J, SANGWOO U, et al. A Novel Passive Quasi-zero Stiffness Isolator for Ultra-Precision Measurement Systems[J]. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2019, 20(9): 1573—1580.
- [19] 妥吉英, 邓兆祥, 张河山, 等. 新型扭转准零刚度的振动角度传感系统[J]. 西安交通大学学报, 2017, 51(8): 90—95.
- [20] TUO Ji-ying, DENG Zhao-xiang, ZHANG He-shan, et al. A New Type of Sensor System with Torsional Quasi-zero Stiffness for Angular Vibration Measurement[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2017, 51(8): 90—95.
- [21] LI Huan, LI Yan-cheng, LI Jian-chun. Negative Stiffness Devices for Vibration Isolation Applications: A Review[J]. *Advances in Structural Engineering*, 2020, 3(2): 121—137.
- [22] CARRELLA A, BRENNAN M J, WATERS T P. Static Analysis of a Passive Vibration Isolator with Quasi-zero-stiffness Characteristic[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(3/4/5): 678—689.
- [23] SUN Xiu-ting, JING Xing-jian. Multi-direction Vibration Isolation with Quasi-zero Stiffness by Employing Geometrical Nonlinearity[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2015, 62/63: 149—163.
- [24] ZHENG Yi-sheng, LI, Qing-pin, YAN Bo, et al. A Stewart Isolator with High-static-low-dynamic Stiffness Struts based on Negative Stiffness Magnetic Springs[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 422: 390—408.
- [25] ZHOU Jia-xi, WANG Xin-long, XU Dao-lin, et al. Nonlinear Dynamic Characteristics of a Quasi-zero Stiffness Vibration Isolator with Cam-roller-spring Mechanisms[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 346: 53—69.
- [26] LIU Xing-tian, HUANG Xiu-chang, HUA Hong-xing. On the Characteristics of a Quasi-zero Stiffness Isolator using Euler Buckled Beam as Negative Stiffness Corrector[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(14): 3359—3376.