

基于薄板屈曲理论的纸塑复合袋最大皮带正压力研究

方磊¹, 钟飞¹, 夏军勇¹, 朱晓凡¹, 贺韧²

(1.湖北工业大学 机械工程学院, 武汉 430068; 2.湖北中烟工业有限责任公司, 武汉 430040)

摘要: **目的** 通过分析纸塑复合袋成型工艺, 针对纸塑复合袋生产中存在位置偏移和倾斜的缺陷, 明确复合袋生产中需要纠偏的需求。**方法** 建立复合袋的有限元模型, 以薄板屈曲理论为基础, 运用 Ansys Workbench 中的屈曲分析工具对各种姿态下的纸塑复合袋进行仿真, 求解皮带最大屈曲载荷, 最后根据最大屈曲载荷等于复合袋所受的摩擦力这一条件, 得到皮带所受的最大正压力。**结果** 当皮带间距为 50 cm 时, 最大皮带正压力最大, 即纸塑复合袋能够承受的摩擦力最大, 纠偏时的轨迹与理论轨迹误差更小。**结论** 该计算结果准确, 数据充足, 满足纠偏中正压力的控制需求。

关键词: 纸塑复合袋; 纠偏; 薄板屈曲理论; 皮带最大正压力

中图分类号: TB487; TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2021)11-0204-07

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2021.11.030

Maximum Belt Positive Pressure of Paper-Plastic Composite Bag Based on Thin Plate Buckling Theory

FANG Lei¹, ZHONG Fei¹, XIA Jun-yong¹, ZHU Xiao-fan¹, HE Ren²

(1.School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China;
2.Hubei Tobacco Industry Co., Ltd., Wuhan 430040, China)

ABSTRACT: By analyzing the forming process of paper-plastic composite bags, the paper clarifies the demand for correction in the production of composite bags from the defects of positional deviation and tilt in the production of paper-plastic composite bags. And it is necessary to prevent the paper-plastic composite bag from wrinkling due to improper belt pressure during the correction process. The paper establishes the finite element model of the composite bag based on the theory of thin plate buckling, use the buckling analysis tool in Ansys Workbench to simulate the paper-plastic composite bag in various postures, and solve the maximum buckling load of the belt. Finally, the maximum positive pressure to the belt can be obtained according to the maximum buckling load equal to the composite. When the belt spacing is 50 cm, the maximum belt positive pressure is the largest, that is, the paper plastic composite bag can bear the maximum friction, and the error between the trajectory and the theoretical trajectory is smaller. The calculation result is accurate and the data is sufficient to meet the control requirements of positive pressure in correction.

KEY WORDS: paper-plastic composite bag; rectification; buckling theory of thin plate; maximum positive pressure of belt

收稿日期: 2020-10-07

基金项目: 湖北省重大专项 (2018AAA026); 湖北工业大学博士启动基金 (BSQD2017001)

作者简介: 方磊 (1994—), 男, 湖北工业大学硕士生, 主攻机械设计及其自动化。

通信作者: 钟飞 (1971—), 男, 博士, 湖北工业大学教授, 主要研究方向为轻工机械设计。

纸塑复合袋应用在食品包装上^[1]具有质地轻、防水、抗拉性能好等特点。纸塑复合袋在生产过程中,会发生偏移和倾斜,导致缝线倾斜,故在缝纫工位前,需对纸塑复合袋进行纠偏,使缝纫时纸塑复合袋位姿统一,保证其缝合质量和印刷质量。为了防止纠偏力过大引起复合袋发生褶皱,需要计算出复合袋不发生褶皱时的最大皮带正压力。

武岳等^[2]阐述了膜结构分析理论的特点,从初始形态分析、荷载效应分析和裁剪分析 3 个方面简要介绍了膜结构分析理论的发展过程,以及一些具有代表性的方法。王小燕等^[3]利用有限元程序对不同结构参数条件下瓦楞纸箱的承压能力进行了分析,得到瓦楞纸箱在不同参数条件下的变形分布特点。Rong 等^[4]对典型膜空间结构的运动过程进行了动力学仿真,并用有限元法求解了膜空间结构运动过程中的动态响应,分析了展开过程中的构形变化和应力分布。ORSZULIK R R 等^[5]提出了在椭圆形边界切口的矩形膜结构中减少皱纹的实验研究。开发了模糊逻辑控制器,使用膜结构测试设备进行了实验验证。Radek G 等^[6]采用摄影测量和有限元分析相结合的实时准静态充气试验,对薄型、单段、大型薄膜空间结构的展开进行了研究。SZEWCZYK 等^[7]提出一种基于自动生成数据库的瓦楞纸板性能预测方法,该数据库包含了给定制造商可能生产的所有纸板的材料成分。ZHAO 等^[8]首次将最新的辛叠加法推广到边裂矩形薄板的线性屈曲问题。Wang 等^[9]首次提出了基于辛叠加法的矩形薄板屈曲解析解。

以上文献以薄膜材料或者纸板为研究对象提出了自己的理论和研究方法,但是没有研究复合袋等具有一定刚性的材料在平面受力发生屈曲的情况。文中以复合袋为研究对象,以薄板屈曲理论为指导,分析复合袋纠偏时的受力情况,探讨纸塑复合袋在输送过程中的偏移问题,研究复合袋在纠偏过程中的变形和受力,运用有限元屈曲分析工具对复合袋进行有限元仿真,得到各个姿态下复合袋对应的最大皮带压力,为复合袋纠偏需求提供参考。

1 纸塑复合袋生产过程

纸塑复合袋自动化生产流程见图 1,可分为 6 步:外袋成型、外袋处理、内袋成型与套袋、缝纫、印刷、计数捆扎。

纸塑复合袋外袋是纸袋,内袋材质为塑料膜,内外袋套合后,由皮带将其传送到缝合工位。纸塑复合袋在套袋工位上由于开外袋、吹内袋等工艺,可能会使纸塑复合袋位置发生偏移和倾斜,导致缝合时缝线倾斜或缝边过短,并且导致印刷倾斜。故在缝纫工位前,需对纸塑复合袋进行纠偏,使缝纫时纸塑复合袋位姿统一,保证其缝合质量和印刷质量。

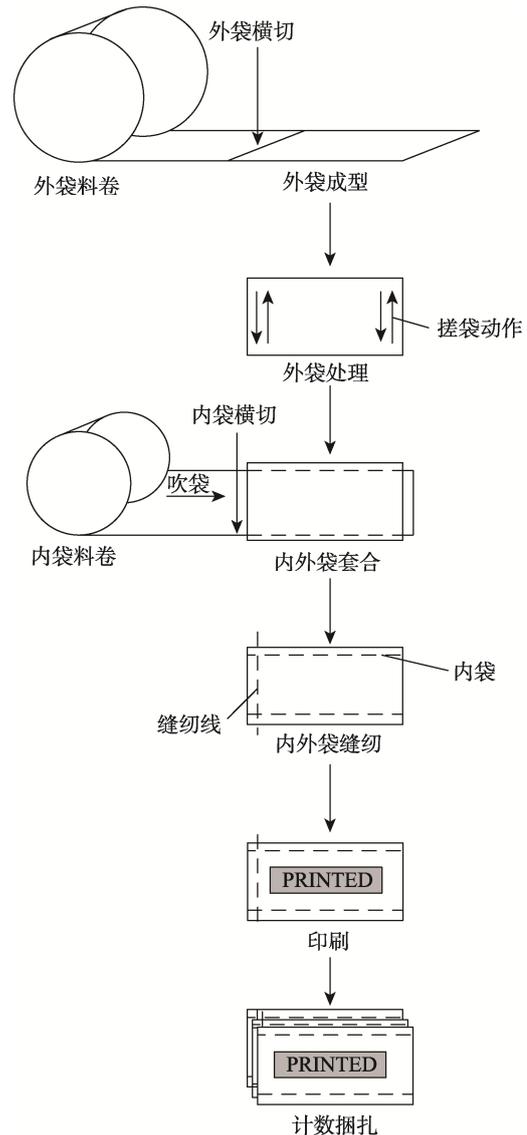


图 1 纸塑复合袋生产工艺流程

Fig.1 Production process of paper-plastic composite bags

2 基于薄板屈曲理论的有限元模型

2.1 薄板屈曲理论

为探究纸塑复合袋屈曲褶皱问题,选择纸塑复合袋为研究对象。图 2 中纸塑复合袋左侧边界为固定边界,右侧边界为简支边界,长度方向为自由边界, P_{xy} 为皮带给纸塑复合袋的摩擦力。纸塑复合袋厚度远小于长度与宽度,可将复合袋外袋视为薄板^[10],复合袋外袋为牛皮纸材料,牛皮纸在水平面宽度方向有一定的刚性,与柔性较大的薄膜材料不同。将纸塑复合袋模型设置为壳单元仿真,计算结果与板模型非常接近。故文中采用薄板屈曲理论对其进行讨论。

当薄板的边界上受到纵向荷载,纵向荷载增大并开始接近某一数值时,薄板就出现不稳定的状态。这

时薄板就会发生平面外的变形,薄板也不能恢复到原来的状态,处于某种弯曲的平衡状态,这种现象称为屈曲^[11]。平板在逐渐增大的中面内力作用下形成屈曲褶皱,从而丧失稳定性,这时平板所受的载荷称为临界载荷。

矩形薄板受力见图3,由Kirchhoff薄板理论^[12]可知,薄板面内屈曲控制方程:

$$\begin{cases} D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right) = \\ P_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2P_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + P_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \end{cases} \quad (1)$$

式中: w 为板的挠度; P_x , P_y 分别为 x , y 方向的载荷; P_{xy} 为切向载荷; D 为薄板的抗弯刚度; E 为弹性模量; t 为板的厚度; ν 为泊松比。

薄板屈曲控制方程为高阶线性偏微分方程,可通过适当的边界条件进行求解。以下为常见的边界支撑形式和对应的边界条件^[13](以边界 $x=0$ 为例):

1) 固定边界: 挠度和转角均为0。

$$w = 0, \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

2) 自由边: 该边没有载荷。

$$-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = 0, \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0 \quad (3)$$

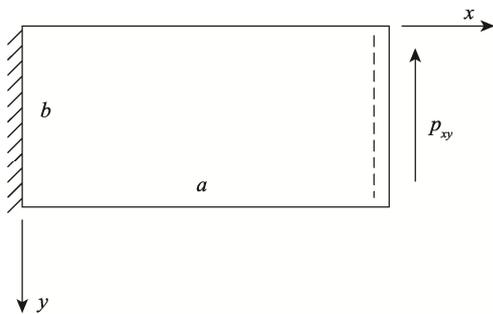


图2 纸塑复合袋受力分析

Fig.2 Stress analysis of paper plastic composite bags

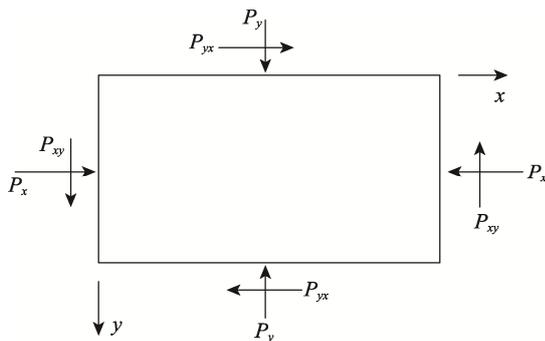


图3 矩形薄板受力示意

Fig.3 Stress diagram of rectangular thin plate

3) 简支边: 挠度和弯矩。

$$w = 0, M_x = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = 0 \quad (4)$$

对于受力状态和边界条件比较复杂情况下的薄板,可用伽辽金法求得屈曲载荷的近似解。已知薄板的屈曲控制方程为:

$$L(w) = 0 \quad (5)$$

选取薄板的曲面变形函数,该函数需满足几何边界条件和力的边界条件,假定该函数为:

$$w = \sum_{i=1}^n A_i \varphi_i(x, y) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

建立伽辽金方程组为:

$$\begin{cases} \int_0^a \int_0^b L(w) \varphi_1(x, y) dx dy = 0 \\ \int_0^a \int_0^b L(w) \varphi_2(x, y) dx dy = 0 \\ \dots \\ \int_0^a \int_0^b L(w) \varphi_n(x, y) dx dy = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式(7)经积分后可得 A_1, A_2, \dots, A_n 的线性方程组,有非零解的条件是此方程组的系数行列式为零,由此求得薄板的屈曲方程的解。

2.2 纸塑复合袋屈曲有限元仿真

纸塑复合袋在纠偏过程中,不同的皮带间距和纸塑复合袋倾角时,纸塑复合袋的屈曲载荷均不相同,对应的纠偏压力也不相同。如图4所示,皮带外侧的部分纸塑复合袋游离,对纸塑复合袋的屈曲无影响,故选择皮带内侧纸塑复合袋部分为研究对象,进行屈曲仿真分析。根据实际生产情况,按照皮带间距 l 和纸塑复合袋倾角 θ 最大及最小工况等间隔取值,对皮带间距 l 和纸塑复合袋倾角 θ 的仿真取值见表1。表1仿真参数取值两两组合,可得到49组仿真数据。

表1 仿真参数取值
Tab.1 Simulation parameter values

l/cm	$\theta/(^\circ)$
50	-15
55	-10
60	-5
65	0
70	5
75	10
80	15

通过求解各状态下的临界屈曲载荷,调节上下层皮带压力,从而避免纸塑复合袋屈曲产生褶皱。Ansys Workbench 软件有屈曲仿真模块,故文中采用 Ansys Workbench 软件提供的 Linear Buckling 分析模块进行纸塑复合袋屈曲分析^[14]。

Ansys Workbench 软件提供的求解线性屈曲的仿真模块，需配合静力学仿真系统使用，在该仿真模块中，其仿真流程见图 5。

1) 三维模型建立。将纸塑复合袋纠偏系统中的受力物体进行简化，见图 4b。在该例中，皮带外侧部分纸塑复合袋游离，对纸塑复合袋的屈曲无影响，故选择皮带内侧纸塑复合袋部分为研究对象。纸塑复合袋宽度为 600 mm，皮带间距 l 为 500 mm，将纸塑复合袋厚度设为 1 mm。复合袋内袋材质柔软、轻薄，故在建模及仿真过程中忽略内袋，建立复合袋外袋的三维模型。

2) 材料设置。将纸塑复合袋外袋材料设置为牛皮纸材料。根据文献资料^[15]，设置外袋密度 $\rho=837.99$

kg/m^3 ，弹性模量 $E=154.47 \text{ MPa}$ ，泊松比 $\mu=0.281$ 。

3) 网格划分。纸塑复合袋是一个规整长方体，划分六面体网格，设置单元尺寸为 10 mm。节点数为 31 155，单元数为 4356。网格质量顺滑度中等，目标质量为 0.05，在 Workbench 平台该仿真中单元类型为 solid 186。网格划分效果见图 6。

4) 边界条件设置。为模拟纠偏过程，将纸塑复合袋一端固定。通过对纸塑复合袋屈曲过程分析可知，纸塑复合袋右侧受皮带给的摩擦力。将纸塑复合袋左端面设置成固定支撑 (Fixed Support)，为了便于计算出屈曲因子，纸塑复合袋右侧边线施加 1 N 的力。纸塑复合袋的临界屈曲载荷为初始载荷与屈曲因子之积^[16]，故在数值上临界屈曲载荷等于屈曲因子。

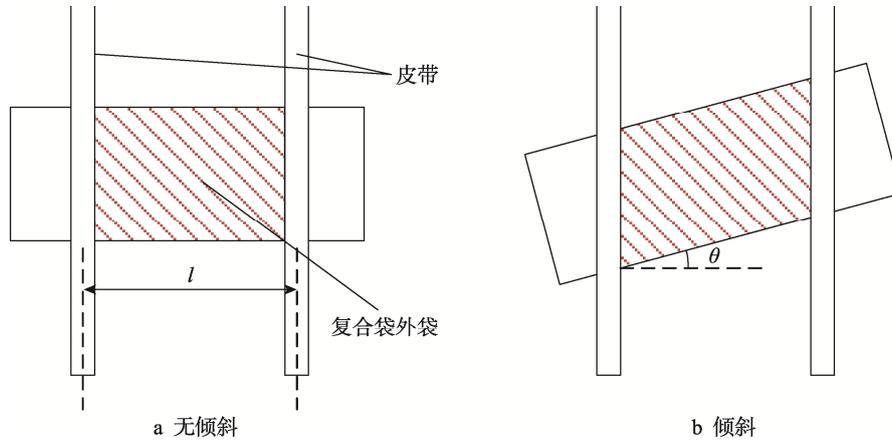


图 4 纸塑复合袋仿真对象
Fig.4 Simulation object of paper plastic composite bag

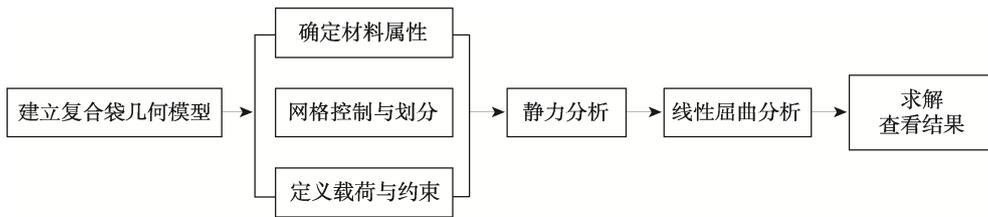


图 5 线性屈曲分析流程
Fig.5 Linear buckling analysis process

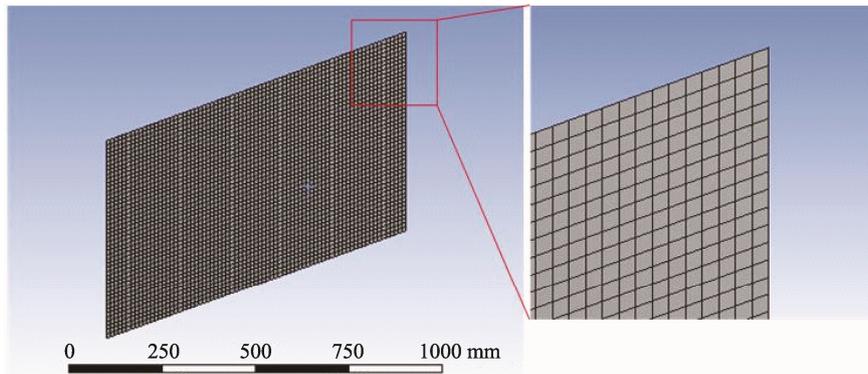


图 6 网格划分效果
Fig. 6 Grid generation effect

5) 求解器设置与后处理。在静态力学分析中, 计算模型的总变形, 然后将数据传递到线性屈曲模块中。在线性屈曲模块中设置最大寻找模态数为6, 计算模型前六阶的屈曲因子。

模型的前六阶模态屈曲因子随着模态数的增加而增加。皮带间距为50 cm、倾角为10°时, 纸塑复合袋一、六阶变形图见图7。由图7可知, 纸塑复合袋一、六阶模态变形图均为中间发生隆起, 与实际情况一致, 其结果可靠。将纸塑复合袋模型设置为壳单元仿真, 计算结果与板模型接近。板模型前六阶的屈曲因子见表2, 屈曲因子随阶数逐渐增大, 为安全起

见, 文中取一阶屈曲因子为安全屈曲因子^[17], 壳单元仿真屈曲因子见表3。

3 仿真结果与分析

按照以上步骤, 改变皮带距离和纸塑复合袋倾角进行仿真, 记录一阶屈曲因子, 并计算临界屈曲载荷, 得到的临界屈曲载荷见表4, 将表4中的数据绘制成折线图, 见图8。由图8可知, 皮带间距越小, 临界屈曲载荷越大; 纸塑复合袋倾角越大, 其临界屈曲载荷越大。

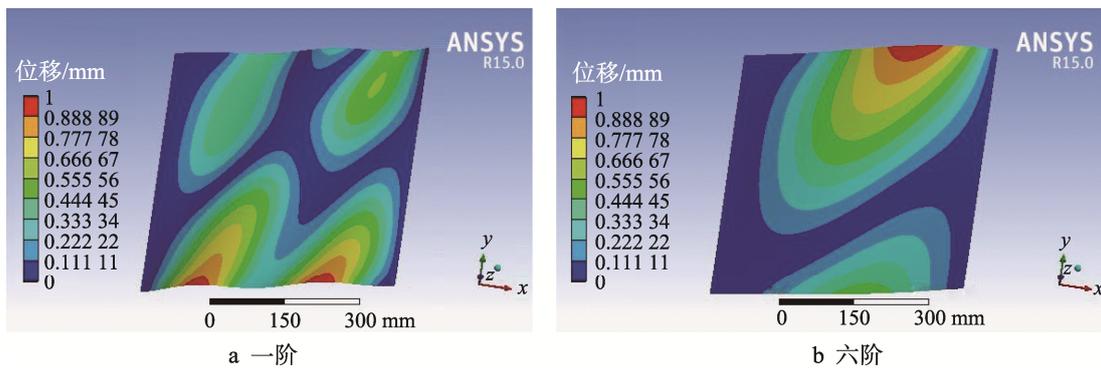


图7 纸塑复合袋模态云图
Fig.7 Cloud chart of the first six modes of paper-plastic composite bags

表2 纸塑复合袋板模型仿真屈曲因子
Tab.2 Simulation buckling factor of paper-plastic composite bag plate model

阶数	屈曲因子
一阶	2.058
二阶	2.169
三阶	3.184
四阶	4.265
五阶	8.464
六阶	8.951

表3 纸塑复合袋壳单元仿真屈曲因子
Tab.3 Simulation buckling factor of paper-plastic composite bag shell element

阶数	屈曲因子
一阶	1.616
二阶	1.797
三阶	2.449
四阶	3.29
五阶	6.618
六阶	7.107

表4 纸塑复合袋各状态临界屈曲载荷
Tab.4 Critical buckling load of paper plastic composite bag in various states

倾角 $\theta/(\circ)$	皮带间距 l/cm						
	50	55	60	65	70	75	80
-15	1.115	0.930	0.734	0.578	0.460	0.371	0.313
-10	1.259	1.032	0.802	0.626	0.496	0.401	0.327
-5	1.423	1.143	0.876	0.678	0.533	0.427	0.348
0	1.615	1.264	0.959	0.735	0.574	0.456	0.369
5	1.825	1.391	1.045	0.796	0.617	0.487	0.392
10	2.058	1.533	1.144	0.865	0.665	0.521	0.416
15	2.292	1.690	1.256	0.943	0.720	0.560	0.443

N

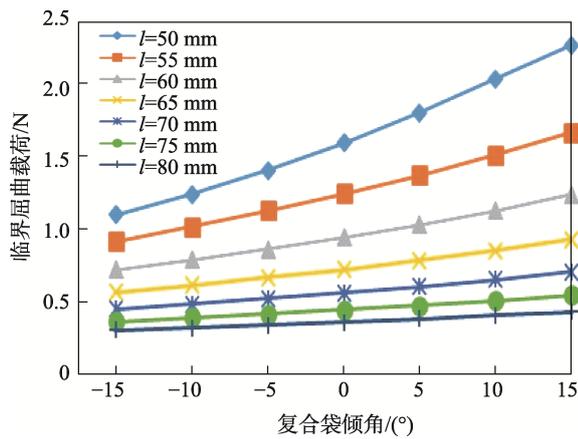


图 8 纸塑复合袋倾角与临界屈曲载荷的关系
Fig.8 Relationship between inclination angle and cal buckling load of paper-plastic composite bag

纸塑复合袋的屈曲载荷由纠偏皮带与纸塑复合袋之间的摩擦力提供，该摩擦力 $f = \mu F$ 。皮带与纸塑复合袋之间的摩擦系数 $\mu=0.31$ ，摩擦力应小于临界屈曲载荷，得到皮带最大正压力见表 5。

由表 5 可知，当皮带间距为 50 cm 时，最大皮带正压力最大，即纸塑复合袋能够承受的摩擦力最大，纠偏时的轨迹与理论轨迹误差更小；皮带间距为 80 cm、倾角为 -15° 时，皮带最大正压力为 1.01 N，其数值过小，纠偏控制时会有较大误差，且此时纸塑复合袋与纠偏皮带之间的摩擦力较小，纠偏轨迹可能偏离理论值。当最大正压力较大时，皮带与纸塑复合袋之间的摩擦力更大，可接受的纠偏速度差越大，纠偏效率更快。纸塑复合袋处于各姿态时皮带的最大压力，可作为纠偏中皮带压力控制的参数，从而使纸塑复合袋不产生褶皱。

表 5 皮带最大正压力
Tab.5 Maximum positive pressure of belt

N

倾角 $\theta/(^\circ)$	皮带间距 l/cm						
	50	55	60	65	70	75	80
-15	3.597	3.000	2.368	1.865	1.484	1.197	1.010
-10	4.061	3.329	2.587	2.019	1.600	1.294	1.055
-5	4.590	3.687	2.826	2.187	1.719	1.377	1.123
0	5.210	4.077	3.094	2.371	1.852	1.471	1.190
5	5.887	4.487	3.371	2.568	1.990	1.571	1.265
10	6.639	4.945	3.690	2.790	2.145	1.681	1.342
15	7.394	5.452	4.052	3.042	2.323	1.806	1.429

4 结语

以纠偏过程中的纸塑复合袋为研究对象，分析了纸塑复合袋纠偏运动中的受力。为防止在纠偏过程中不恰当的皮带压力使纸塑复合袋产生褶皱，对纸塑复合袋进行了受力分析，并且得到如下结论。

1) 皮带间距为 50 cm、倾角为 10° 的纸塑复合袋仿真中，纸塑复合袋各阶模态变形图均为中间发生隆起，与实际情况一致。前六阶的屈曲因子变化为屈曲因子随阶数逐渐增大，为安全起见，取一阶屈曲因子为安全屈曲因子。

2) 在复合袋倾角相同的条件下，当皮带间距为 50 cm 时，最大皮带正压力最大，即纸塑复合袋能够承受的摩擦力最大，纠偏时的轨迹与理论轨迹误差更小；皮带间距为 80 cm、倾角为 -15° 时，皮带最大正压力为 1.01 N，其数值过小，此时纸塑复合袋与纠偏皮带之间的摩擦力较小，纠偏轨迹可能偏离理论值。

3) 在复合袋倾角相同时，皮带间距越小，临界屈曲载荷越大；在皮带间距相同时，纸塑复合袋倾角

越大，其临界屈曲载荷越大。

参考文献：

[1] 崔卫鑫, 王克俭. 浅谈纸塑复合包装技术[J]. 塑料包装, 2019, 29(3): 16—19.
CUI Wei-xin, WANG Ke-jian. On Paper Plastic Composite Packaging Technology[J]. Plastic Packaging, 2019, 29(3): 16—19.

[2] 武岳, 杨庆山, 沈世钊. 膜结构分析理论研究现状与展望[J]. 工程力学, 2014, 31(2): 1—14.
WU Yue, YANG Qing-shan, SHEN Shi-zhao. Research Status and Prospect of Membrane Structure Analysis Theory[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(2): 1—14.

[3] 王小燕, 郭开华. 瓦楞纸箱结构参数对其承压能力的影响[J]. 包装工程, 2007, 28(7): 34—35.
WANG Xiao-yan, GUO Kai-hua. Influence of Structural Parameters of Corrugated Box on Its Pressure Bearing Capacity[J]. Packaging Engineering, 2007,

- 28(7): 34—35.
- [4] RONG Ji-li, XIN Peng-fei, XIANG Da-lin, et al. Coupling Dynamics Simulation Analysis for Typical Membrane Space Structures[J]. Beijing Ligong Daxue Xuebao, 2018, 38: 347—352.
- [5] ORSZULIK R R, SHAN Jin-jun. Fuzzy Logic Active Flatness Control of a Space Membrane Structure[J]. Acta Astronautica, 2012, 77: 68—76.
- [6] RADEK G, VINCENT C, MOHSEN S. Comparative Finite Element and Experimental Analysis of a Quasi-Static Inflation of a Thin Deployable Membrane Space Structure[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2018, 138: 48—65.
- [7] SZEWCZYK W, BIENKOWSKI M. Effect of Corrugated Board Structure on Mechanical Properties[J]. Pulp and Paper Research Institute, 2020, 65: 653—662.
- [8] ZHAO Yang-hu, ZHENG Xin-ran, AN Dong-qi, et al. New Analytic Buckling Solutions of Side-Cracked Rectangular Thin Plates by the Symplectic Superposition Method[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2021, 191: 18—21.
- [9] WANG Bo, LI Peng, LI Rui. Symplectic Superposition Method for New Analytic Buckling Solutions of Rectangular Thin Plates[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 119: 432—441.
- [10] 葛威延, 何斌, 安逸, 等. 矩形薄板屈曲分析的高阶有限条传递矩阵法[J]. 应用力学学报, 2018, 35(3): 558—563.
- GE Wei-yan, HE Bin, AN Yi, et al. High Order Finite Strip Transfer Matrix Method for Buckling Analysis of Rectangular Thin Plates[J]. Acta Sinica Sinica, 2018, 35(3): 558—563.
- [11] 梁嘉. 纯剪切状态下蜂窝梁腹板的局部稳定性分析[D]. 长沙: 湖南大学, 2013: 10—13.
- LIANG Jia. Local Stability Analysis of Honeycomb Beam Web under Pure Shear State[D]. Changsha: Hunan University, 2013: 10—13.
- [12] 王克林, 刘俊卿. 平板的弯曲、振动和屈曲[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2006: 39—43.
- WANG Ke-lin, LIU Jun-qing. Bending, Vibration and Buckling of Plate[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2006: 39—43.
- [13] 王海阳. 矩形板屈曲问题的若干新解析解研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2019: 5—10.
- WANG Hai-yang. Study on some New Analytical Solutions for Buckling Problems of Rectangular Plates[D]. Dalian: Dalian University of technology, 2019: 5—10.
- [14] 陈艳霞, 陈磊. ANSYS WORKBENCH 工程应用案例精通[M]. 北京: 电子工业出版社, 2012: 284—298.
- CHEN Yan-xia, CHEN Lei. Proficient in application cases of ANSYS Workbench[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2012: 284—298.
- [15] 储信庆, 计宏伟. 灰底白板纸与白卡纸的弹性常数对比[J]. 包装工程, 2015, 36(23): 48—52.
- CHU Xin-qing, JI Hong-wei. Comparison of Elastic Constants Between White Board Paper and White Cardboard with Gray Background[J]. Packaging Engineering, 2015, 36(23): 48—52.
- [16] 张剑刚, 毕新刚, 窦志勇, 等. 基于 ANSYS Workbench 的真空管道屈曲分析[J]. 真空, 2017, 54(6): 52—54.
- ZHANG Jian-gang, BI Xin-gang, DOU Zhi-yong, et al. Buckling Analysis of Vacuum Pipe Based on ANSYS Workbench[J]. Vacuum, 2017, 54(6): 52—54.
- [17] 段艳健. 瓦楞纸箱的屈曲和后屈曲研究[D]. 无锡: 江南大学, 2012: 36—40.
- DUAN Yan-jian. Study on Buckling and Post Buckling of Corrugated Box[D]. Wuxi: Jiangnan University, 2012: 36—40.