

轮足式包装搬运机器人减振装置设计

贾宏丽, 辛洪兵, 周顺豪
(北京工商大学 人工智能学院, 北京 100048)

摘要: **目的** 为了降低轮足式包装搬运机器人在仓储运输等工作过程中受到振动冲击时对工作性能的影响, 实现轮腿结合处的减振功能需求。**方法** 提出一种油压缓冲器与机械减振装置相结合的设计方案, 分别用能量法和有限元法分析减振装置中主要弹性元件的刚度系数, 比较采用不同结构弹性元件条件下驱动轮的刚度特性。**结果** 设计了具有油压缓冲器与平面 S 形弹性片的轮足式包装搬运机器人驱动轮机构, 并进行了样机的轮式移动实验和环境冲击实验。实验过程中机器人的本体运动幅度波动很小, 运行平稳, 表明轮足式包装搬运机器人减振装置能有效地减少落地冲击, 降低环境对包装件的物理冲击, 验证了该减振装置设计的合理性与实用性。**结论** 该减振装置设计方案可以有效地减少轮足式包装搬运机器人在工作过程中受到的振动冲击, 减小环境对包装件的物理作用, 提高机械本体与电气元件的安全性, 使它的工作性能更加稳定。

关键词: 轮足式包装搬运机器人; 减振装置; 缓冲器; 驱动轮

中图分类号: TB486; TH692 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2022)15-0315-07

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2022.15.037

Design of Damping Device for Wheel-footed Packaging Handling Robot

JIA Hong-li, XIN Hong-bing, ZHOU Shun-hao

(School of Artificial Intelligence, Beijing Technology and Business University, Beijing 100048, China)

ABSTRACT: The work aims to reduce the effect of wheel-footed packaging handling robot on working performance under the vibration impact during storage and transportation and meet the demand for vibration damping at the junction of wheel and leg. A design scheme that combined a hydraulic buffer and a mechanical damping device was proposed. The energy method and the finite element method were used to analyze stiffness coefficients of main elastic elements in the damping device. The stiffness characteristics of drive wheel under condition of different elastic elements were compared. A drive wheel combining the hydraulic buffer and the S-shaped elastic sheet was designed for the wheel-footed packaging handling robot. Then, the wheel movement experiment and environmental impact experiment of the prototype were carried out. During the experiments, the robot fluctuated very little in motion amplitude and ran smoothly, which indicated that the damping device of wheel-footed packaging handling robot could effectively reduce dropping impact, and lower physical impact of environment on the packaging. Thus, the rationality and practicability of the damping device were verified. The design scheme of damping device can effectively reduce the vibration impact of the wheel-footed packaging handling robot during working process and lower the physical effect of environment on packaging and can also improve the safety of the mechanical body and electrical components, thus making working performance more stable.

KEY WORDS: wheel-footed packaging handling robot; damping device; buffer; drive wheel

收稿日期: 2021-09-11

基金项目: 北京市教育委员会科技计划 (KZ201210011012)

作者简介: 贾宏丽 (1997—), 女, 北京工商大学硕士生, 主攻精密机械设计。

通信作者: 辛洪兵 (1968—), 男, 博士, 北京工商大学教授, 主要研究方向为精密谐波齿轮传动及机器人机械学。

在仓储、物流、运输等领域,机器人被广泛地用于从事货物的搬运、运输等操作^[1-8],轮足式包装搬运机器人是一种将足式机器人适应复杂路面行进的能力和轮式机器人在平整地面快速行进的能力相结合的机器人^[9],因其工作灵活和适应非结构化情境的突出特点,在仓储物流运输等领域具有重要的应用潜力。文中涉及的轮足式包装搬运机器人在运动形式上主要有轮式行进运动和轮足越障运动,为了降低轮足式包装搬运机器人在工作过程中受到振动冲击时对货物的冲击^[10]和工作性能的影响,提出一种油压缓冲器与机械减振装置相结合的设计方案,以实现轮腿结合处的减振功能需求,减振装置的主要功能是吸收机器人工作过程中受到的振动冲击,进而减小环境对包装件的物理作用,提高机械本体与电气元件的安全性,使工作性能更加稳定。

1 轮足式包装搬运机器人驱动轮组件结构

轮足式包装搬运机器人轮足驱动轮组件结构见图1,驱动轮在机器人运动过程中常伴随着启动、制动、换向、加减速等情况,频繁的动态响应要求电机输出动力与轮子之间的传递具有较小的回转间隙,以此来减少能量的损耗与系统的机械误差。文中所涉及的轮足式包装搬运机器人采用集成行星减速器的直驱电机直接与轮毂相连,以驱动轮子运动,通过减少中间机械传动误差来保证驱动轮电机能够快速响应。减振装置主要由弹性片、油压缓冲器、支撑座、外盖组成。弹性片一侧与电机外法兰固连,另一侧与外盖联结,油压缓冲器的两端分别连接固定在外盖的支撑座与小腿上。弹性片与油压缓冲器的组合形式可以适应不同振动情况下对刚度的要求。当机器人在工作过程中产生振动冲击时,弹性片、油压缓冲器的组合形式与机体共同构成质量-弹簧-阻尼系统,弹性片将振

动传递到油压缓冲器中的活塞杆,活塞杆运动时通过油压产生阻力来吸收振动冲击,从而达到减振的效果。

2 弹性片设计

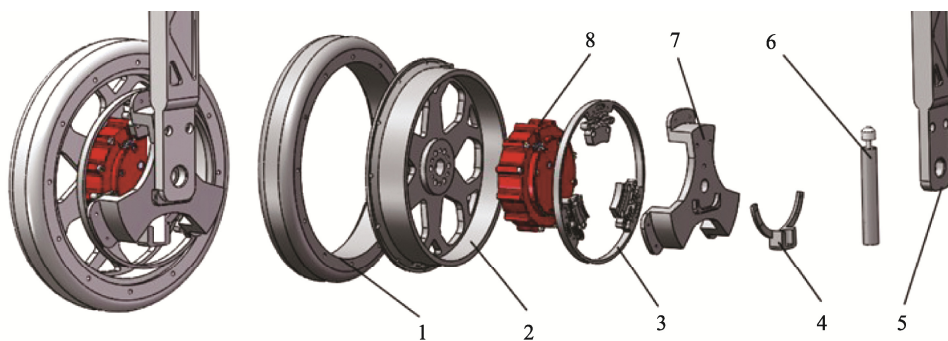
Negrello等^[11]在体积($V=10^4 \text{ mm}^3$)、高径比($0.01 \leq H/D \leq 1\ 000$)、载荷($1 \leq \tau \leq 1\ 000 \text{ N} \cdot \text{m}$)等约束下,对扭杆、螺旋弹簧、涡卷弹簧、辐条弹簧等4种文献中常见的弹簧做了优化分析,结果表明,不同弹簧适用范围不同,比如涡卷弹簧在小高径比、低载荷下刚度较低,而且不适用于高载荷条件下的设计;扭杆非常适用于大高径比和大载荷工况,随着高径比的降低,螺旋弹簧表现出优越性。在中小高径比($10^{-3} \sim 10^{-2}$)和中小载荷($10 \sim 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}$)情况下,最适于选用辐条弹簧。Sergi等^[12]提出了一种用于可穿戴式机器人关节的弹性片,可用来承载扭矩和弯曲载荷,采用整体盘形设计以最小化质量和尺寸,并通过基于有限元迭代的方法优化形状和尺寸,弹性片的形态包括3对呈 120° 圆周排列的拱形薄片。文中设计了2种不同形状的弹性片结构方案^[13]。

2.1 平面S形弹性片

平面S形弹性片由半圆弧段和直线段组合而成,当弹性片受压时,可以看作弹性片下端受固定约束,上端施加竖直向下的作用力,见图2。根据结构的对称性,取图2所示1/4段进行研究,其受力简图见图3。

图3中, b 为弹性片宽度; d 为弹性片间距; δ 为弹性片厚度; l 为直线段长度; R 为圆弧段中性层半径; θ 为圆弧段某一平面与竖直面夹角。

当弹性片受图示集中力 F 作用时,变形主要由弯矩引起,而横截面上的轴力和剪力所引起的变形很小,可忽略不计。



1.轮胎;2.轮毂;3.弹性片;4.油压缓冲器支撑座;5.小腿组件;
6.油压缓冲器;7.外盖;8.驱动轮电机。

图1 驱动轮组件结构
Fig.1 Structure of drive wheel assembly

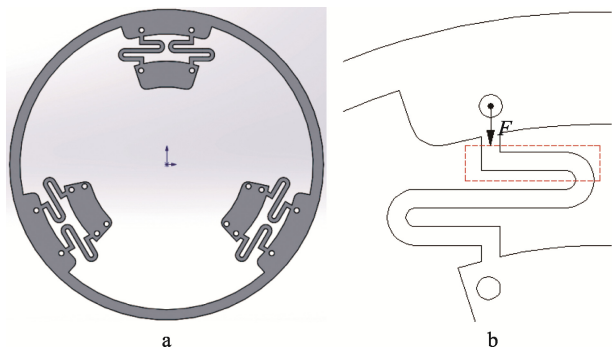


图 2 平面 S 形弹性片
Fig.2 S-shaped elastic sheet

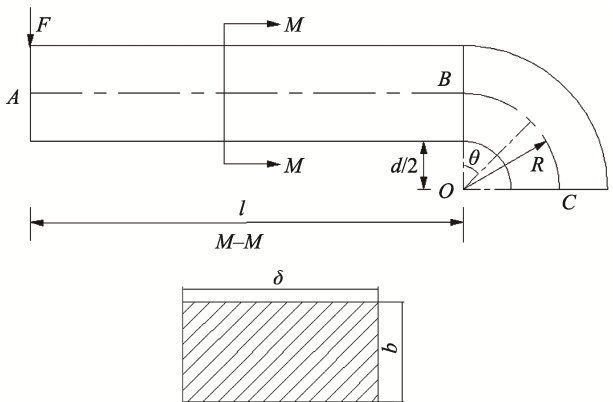


图 3 平面 S 形弹性片 1/4 单元受力分析简图
Fig.3 Schematic diagram of force analysis of 1/4 unit of S-shaped elastic sheet

1) 直线段弯矩计算式为:

$$M(x) = Fx \quad 0 \leq x \leq l \tag{1}$$

2) 圆弧段弯矩计算式为:

$$M(\theta) = F(l + R \sin \theta) \quad 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, R = \frac{b+d}{2} \tag{2}$$

图 3 所示 2 段弹性片应变能为:

$$V_1 = \sum_{i=1}^n \int \frac{M^2(x)}{2EI} dx = \int_0^l \frac{(Fx)^2}{2EI} dx + \tag{3}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{F(l + R \sin \theta)}{2EI} \right]^2 R \cos \theta d\theta$$

总应变能为:

$$V_{e1} = 4V_1 = \frac{F^2 \left[8l^3 + 12l^2(b+d) + 6l(b+d)^2 + (b+d)^3 \right]}{Eb^3\delta} \tag{4}$$

式中: E 为弹性片所用材料的弹性模量; I 为截面惯性矩, 对于矩形截面 $I = \frac{b^3\delta}{12}$ 。根据卡氏第二定理^[14], 弹性片在力 F 作用下沿力 F 方向的位移 Δ_s 为

$$\Delta_s = \frac{\partial V_e}{\partial F} \tag{5}$$

根据胡克定律, 弹性片在力 F 作用下的刚度系数为:

$$k = \frac{F}{\Delta_s} \tag{6}$$

经计算得到平面 S 形弹性片位移和刚度系数为:

$$\Delta_{s1} = \frac{2F \left[8l^3 + 12l^2(b+d) + 6l(b+d)^2 + (b+d)^3 \right]}{Eb^3\delta} \tag{7}$$

$$k_1 = \frac{Eb^3\delta}{16l^3 + 24l^2(b+d) + 12l(b+d)^2 + 2(b+d)^3} \tag{8}$$

利用 Ansys 有限元仿真软件对该弹性片进行结构仿真, 选取材料为 60Si2MnA 优质弹簧钢, 其弹性模量 $E=206 \text{ GPa}$ 、密度 $\rho=7\,740 \text{ kg/m}^3$ 、泊松比 $\mu=0.26$; 取 $b=2 \text{ mm}$ 、 $\delta=7 \text{ mm}$ 、 $d=2 \text{ mm}$ 、 $l=9 \text{ mm}$ 、 $F=400 \text{ N}$ 。由式 (8) 计算得到该参数下弹性片刚度系数理论值为 541.70 N/mm 。

根据上述参数在 SolidWorks 中建立模型并导入 Ansys Workbench 中, 由受力分析时弹性片所受的力和约束对模型施加相应的载荷条件和边界条件, 得到仿真结果见图 4^[15]。

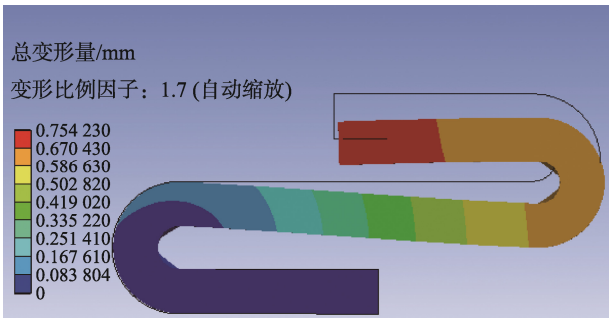


图 4 平面 S 形弹性片仿真结果
Fig.4 Simulation results of S-shaped elastic sheet

由图 4 可以看出, 在力为 400 N 的作用下, 平面 S 形弹性片在竖直方向的变形量为 $0.754\,23 \text{ mm}$, 求得弹性片刚度系数仿真值为 530.34 N/mm 。平面 S 形弹性片仿真值与理论值比较见表 1, 其相对误差为 2.1% 。

表 1 平面 S 形弹性片刚度的理论值与仿真值对比
Tab.1 Comparison of theoretical and simulated value of stiffness coefficient of S-shaped elastic sheet

参数	力/N	变形量/mm	刚度系数/(N·mm ⁻¹)
理论值	400	0.738 42	541.70
仿真值	400	0.754 23	530.34
相对误差/%		3.4	2.1

2.2 弓字形弹性片

弓字形弹性片都是由直线段组成的, 见图 5。当弓字形弹性片受压时, 受力状态与平面 S 形弹性片相似, 其受力简图见图 6。

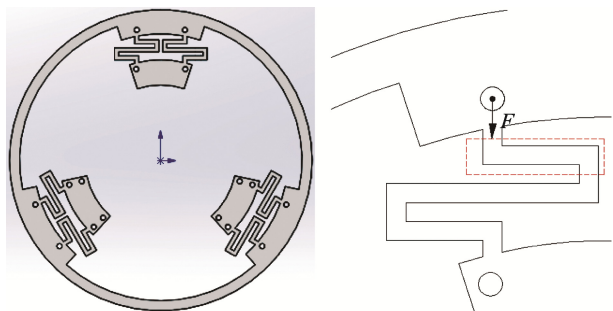


图5 弓字形弹性片
Fig.5 Bow-shaped elastic sheet

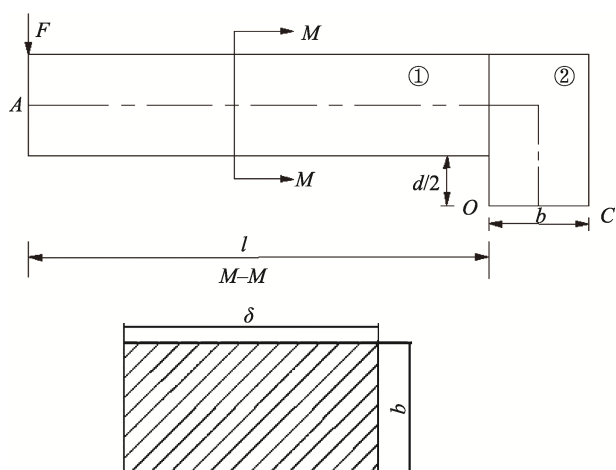


图6 弓字形弹性片 1/4 单元受力分析简图
Fig.6 Schematic diagram of force analysis of 1/4 unit of Bow-shaped elastic sheet

图6中, b 为弹性片宽度; d 为弹性片间距; δ 为弹性片厚度; l 为直线段长度。当弹性片受图6所示集中力 F 作用时, 直线①段横截面上的轴力和剪力所引起的变形都很小, 可忽略不计, 只考虑弯矩引起的变形; ②段需同时考虑弯矩和轴力引起的变形。

1) 直线①段:

$$\begin{cases} M_1(x) = Fx \\ N_1(x) = 0 \end{cases} \quad 0 \leq x \leq l \quad (9)$$

2) 直线②段:

$$\begin{cases} M_2(x) = F\left(l + \frac{b}{2}\right) \\ N_2(x) = F \end{cases} \quad 0 \leq x \leq \frac{b+d}{2} \quad (10)$$

图6所示2段弹性片应变能为:

$$V_2 = \sum_{i=1}^n \left[\int_l \frac{M^2(x)}{2EI} dx + \int_l \frac{N^2(x)}{2EA} dx \right] = \quad (11)$$

$$\int_0^l \frac{(Fx)^2}{2EI} dx + \int_0^{\frac{b+d}{2}} \frac{\left[F\left(l + \frac{b}{2}\right)\right]^2}{2EI} dx + \int_0^{\frac{b+d}{2}} \frac{F^2}{2EA} dx$$

总应变能:

$$V_{e2} = 4V_2 = \frac{F^2 \left[8l^3 + 12\left(l + \frac{b}{2}\right)^2 (b+d) + b^2 (b+d) \right]}{Eb^3 \delta} \quad (12)$$

式中: E 为弹性片所用材料的弹性模量; I 为截面惯性矩, 对于矩形截面, $I = \frac{b^3 \delta}{12}$ 。

根据式(5)、式(6)计算得到弓字形弹性片位移和刚度系数为:

$$\Delta_{s2} = \frac{2F \left[8l^3 + 12\left(l + \frac{b}{2}\right)^2 (b+d) + b^2 (b+d) \right]}{Eb^3 \delta} \quad (13)$$

$$k_2 = \frac{Eb^3 \delta}{16l^3 + 24\left(l + \frac{b}{2}\right)^2 (b+d) + 2b^2 (b+d)} \quad (14)$$

选取材料与平面S形一样, 取 $b=2\text{ mm}$ 、 $\delta=7\text{ mm}$ 、 $d=2\text{ mm}$ 、 $l=9\text{ mm}$ 、 $F=400\text{ N}$ 。由式(14)计算得该参数下弓字形弹性片刚度系数理论值为 539.26 N/mm 。

弓字形弹性片仿真步骤与平面S形相同, 结果见图7。

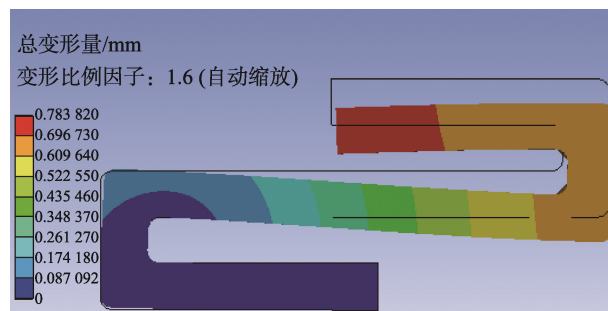


图7 弓字形弹性片仿真结果
Fig.7 Simulation results of Bow-shaped elastic sheet

由图7可以看出, 在力为 400 N 的作用下, 弓字形弹性片在竖直方向的变形量为 0.78382 mm , 求得弹性片刚度系数仿真值为 510.56 N/mm 。弓字形弹性片刚度系数的仿真值与理论值比较见表2, 其相对误差为 5.3% 。

表2 弓字形弹性片刚度的理论值与仿真值对比
Tab.2 Comparison of theoretical and simulated value of stiffness coefficient of Bow-shaped elastic sheet

参数	力/N	变形/mm	刚度系数/($\text{N} \cdot \text{mm}^{-1}$)
理论值	400	0.74175	539.26
仿真值	400	0.78382	510.56
相对误差/%		5.6	5.3

2.3 平面S形与弓字形弹性片刚度系数结果比较

改变弹性片厚度, 保持其他参数不变, 利用式(5)、式(6)计算5组不同厚度参数下平面S形与弓字形弹性片的刚度系数, 同时用Ansys对弹性片进行受力仿真, 得到5组不同厚度参数下平面S形与弓字形弹性片刚度系数的变化特性。分别对仿真值和理论值直线进行线性拟合, 结果见表3。

表 3 不同厚度参数下弹性片刚度系数的变化特性
Tab.3 Variation characteristics of stiffness coefficient of the elastic sheet under different thickness parameters

厚度/mm	理论值				仿真值			
	平面 S 形		弓字形		平面 S 形		弓字形	
	$\Delta s/\text{mm}$	$k/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$	$\Delta s/\text{mm}$	$k/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$	$\Delta s/\text{mm}$	$k/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$	$\Delta s/\text{mm}$	$k/(\text{N}\cdot\text{mm}^{-1})$
6	0.861 49	464.31	0.865 37	462.23	0.883 13	459.23	0.932 61	428.9
7	0.738 42	541.7	0.741 75	539.26	0.754 23	530.34	0.783 45	510.56
8	0.646 12	619.08	0.649 03	616.3	0.657 7	608.18	0.692 73	577.43
9	0.574 26	696.55	0.579 15	690.67	0.582 9	686.22	0.613 44	652.06
10	0.516 89	773.86	0.519 22	770.39	0.522 9	764.93	0.550 87	726.12

从表 3 可以看出,在其他参数一定的情况下,弹性片刚度系数随厚度 δ 的增大而增大。在相同的尺寸和载荷下,平面 S 形弹性片的理论和仿真形变量都较弓字形小,且刚度系数相对误差较小。

3 驱动轮的刚度特性

3.1 驱动轮的刚度特性

在图 1 所示的轮足驱动轮组件结构中,弹性片直接与驱动轮电机外法兰固连。电机在启动时对弹性片产生扭矩,弹性片中的平面 S 形与弓字形区域相对于电机固连处会发生形变,扭转刚度则是弹性片抵抗这种形变的能力,弹性片对轮足驱动轮的刚度特性影响极大。用 Ansys 分别对驱动轮中的平面 S 形与弓字形弹性片进行扭转角度的设定,得到 2 种弹性片产生扭转角度所需的扭矩,根据式 (15) 可计算出 2 种弹性片的扭转刚度系数,结果见表 4。

表 4 不同扭转角度下弹性片扭转刚度系数
Tab.4 Torsional stiffness coefficient of elastic sheet under different torsion angles

i	$\theta_i/(\text{°})$	$K_{si}/(10^7 \text{ N}\cdot\text{mm}\cdot\text{rad}^{-1})$	$K_{gi}/(10^7 \text{ N}\cdot\text{mm}\cdot\text{rad}^{-1})$
1	0.0		
2	0.5	1.727 6	1.688 7
3	1.0	1.727 1	1.688 2
4	1.5	1.727 9	1.690 0
5	2.0	1.727 4	1.686 9
6	2.5	1.727 6	1.689 1
7	3.0	1.727 7	1.687 9

$$K_i = \frac{T_i - T_{i-1}}{\theta_i - \theta_{i-1}} \tag{15}$$

式中: i 为扭转次数, $i=1 \sim 7$; K_i 为扭转刚度系数; T_i 为扭矩, $\text{N}\cdot\text{mm}$; θ_i 为扭转角度, (°) 。

从表 4 可以看出,给定相同的扭转角度,平面 S 形弹性片的扭转刚度系数较弓字形弹性片的大,且扭转刚度系数变化不大,说明在驱动电机启动时平面 S 形弹性片更稳定。根据上述分析结果最终选择平面 S 形弹性片作为机械减振单元。

3.2 减振装置安装及定位

为了保证减振装置的定位精度以及减少轴向尺寸,在弹性片上开了槽口,与之配合的外盖相应位置加了凸台,如图 8 所示,此设计除了实现了定位,还能减轻弹性片受压时螺钉与外盖之间的剪切力。为避免弹性片形变区域与外盖之间产生摩擦而影响减振性能,对外盖靠近弹性片形变区域进行了 0.5 mm 的减厚处理。为了减少轴向距离,在弹性片内圈开了 2 个支撑座定位槽,用于安装油压缓冲器支撑座,油压缓冲器底端和顶端分别靠支撑座和外盖上开设的圆孔定位。驱动轮电机外圈法兰和弹性片内圈通过螺钉固定。图 9 给出了驱动轮组件的剖面图与定位示意图。

3.3 减振装置验证实验

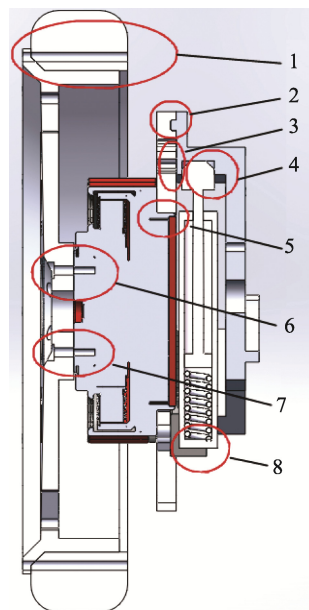
为验证文中设计的轮足式包装搬运机器人减振方案是否可行,在样机装配完成后对它进行了轮式移动实验和样机的环境冲击实验。如图 10 所示,机器人以 1.5 m/s 的速度可在的平面上稳定运动,双腿运动状态保持一致,并可以利用左右侧驱动轮的差速运动完成机器人转向,在从厚度为 60 mm 的木板面滚落至地面时,机器人的本体运动幅度波动很小,运行平稳。实验表明轮足式包

装搬运机器人减振装置能有效地减少落地冲击,降低环境对包装件的物理冲击,验证了减振装置设计方案的合理性。



图 8 弹性片、外盖和油压缓冲器支撑座结构

Fig.8 Structure of elastic sheet, outer cover and support seat of the hydraulic buffer



- 1.轮胎与轮毂定位; 2.弹性片与外盖定位;
- 3.外盖减厚区域; 4.油压缓冲器与外盖定位;
- 5.弹性片内圈与电机后盖定位; 6.电机与轮毂螺钉紧固;
- 7.电机与轮毂销钉定位; 8.油压缓冲器与支撑座定位。

图 9 驱动轮组件剖面图

Fig.9 Sectional view of drive wheel assembly

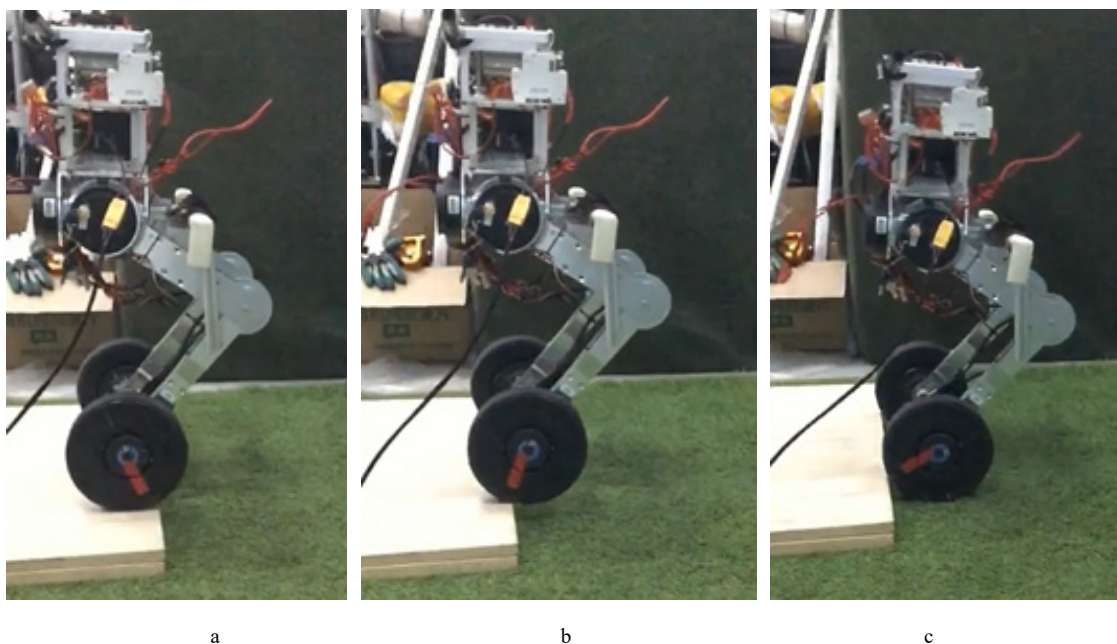


图 10 轮足式包装搬运机器人样机的环境冲击实验

Fig.10 Environmental impact experiment of the wheel-footed packaging handling robot prototype

4 结语

文中根据轮足式包装搬运机器人减振功能需求,提出了一种油压缓冲器与机械减振装置相结合的设计方案。分析比较了平面 S 形和弓字形 2 种弹性结构

的刚度特性,设计了具有油压缓冲器和平面 S 形弹性片的机械减振装置的轮足式包装搬运机器人驱动轮部件,并通过轮足式包装搬运机器人样机的轮式移动实验和环境冲击实验验证了减振装置设计的合理性与实用性。

参考文献:

- [1] DAI Dong-ge, HUANG Biao, LIU Xiong et al. Development Status and Outlook of Transport Robot[J]. Artificial Intelligence and Robotics Research, 2021, 10(2): 144-153.
- [2] 阚常凯, 曹冲振, 张传美, 等. 基于 Workbench 的三轴搬运机器人结构设计与模态分析[J]. 包装工程, 2017, 38(17): 158-162.
KAN Chang-kai, CAO Chong-zhen, ZHANG Chuan-mei, et al. Structural Design and Modal Analysis of Three-Axis Transport Robot Based on Workbench[J]. Packaging Engineering, 2017, 38(17): 158-162.
- [3] 李远, 农秉茂. 包装搬运机器人运动轨迹优化设计[J]. 包装工程, 2020, 41(1): 123-127.
LI Yuan, NONG Bing-mao. Optimization Design of Moving Trajectory for Packaging Handling Robot[J]. Packaging Engineering, 2020, 41(1): 123-127.
- [4] LIU P, HUANG K, CHEN C. Design and Motion Simulation of a New Leg-Wheel Robot[C]// 2020 Chinese Automation Congress (CAC), Shanghai, 2020: 333-336.
- [5] GOSWAMI A V P, GOSWAMI A, VADAKKEPAT P. Humanoid Robotics: a Reference[M]. Dordrecht: the Netherlands, 2019: 1-370.
- [6] 李华师. 四足机器人仿生运动控制理论与方法的研究[D]. 北京: 北京理工大学, 2014: 1-5.
LI Hua-shi. Biomimetic Locomotion Control Theories and Methods of Quadruped Robot[D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2014: 1-5.
- [7] CHAN R P M, STOL K A, HALKYARD C R. Review of Modelling and Control of Two-Wheeled Robots[J]. Annual Reviews in Control, 2013, 37(1): 89-103.
- [8] ZHANG L, REN X, HU S, et al. Design, Modeling and Simulation of a Novel Two-Wheeled Hopping Robot[C]// 2019 Chinese Control Conference (CCC), Guangdong, 2019: 4498-4503.
- [9] HE Y, WANG W, WANG Q, et al. Novel Design of the Wheel-Footed Obstacle-Surmounting Robot[C]// Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing, Shenzhen, 2020, 1550(2): 022019.
- [10] 彭国勋. 物流运输包装设计[M]. 北京: 印刷工业出版社, 2012: 56-65.
PENG Guo-xun. Logistics Packaging Design[M]. Beijing: Printing Industry Press, 2012: 56-65.
- [11] NEGRELLO F, CATALANO M, GARABINI M. Design and Characterization of a Novel High-Compliance Spring for Robots with Soft Joints[C]// 2017 IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), Munich, 2017: 271-278.
- [12] SERGI F, ACCOTO D, CARPINO G, et al. Design and Characterization of a Compact Rotary Series Elastic Actuator for Knee Assistance during Overground Walking[C]// Proceedings of the IEEE RAS and EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, 2012: 1931-1936.
- [13] 黄靖远. 机械设计学[M]. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 1999: 1-271.
HUANG Jing-yuan. Mechanical Design[M]. 2nd ed. Beijing: China Machine Press, 1999: 1-271.
- [14] 刘鸿文. 材料力学—下册[M]. 北京: 人民教育出版社, 1979: 24-42.
LIU Hong-wen. Mechanics of Materials-Part Two[M]. Beijing: People's Education Press, 1979: 24-42.
- [15] 许京荆. ANSYS Workbench 工程实例详解[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2015: 124-287.
XU Jing-jing. Detailed Explanation of ANSYS Workbench Engineering Example[M]. Beijing: Posts & Telecom Press, 2015: 124-287.

责任编辑: 曾钰婵