

基于模糊群决策的天津特色食品包装 SPA-TOPSIS 评价

赵吉成¹, 徐丕文²

(1.广西民族大学 相思湖学院, 南宁 530225; 2.天津工业大学, 天津 300387)

摘要: **目的** 针对地方特色食品包装设计需兼具功能性和文化性的特征, 开展包装设计方案评价, 有效辅助设计开发过程, 丰富地方特色食品包装设计的思路。**方法** 以天津特色食品——麻花包装为研究对象, 构建分层次的包装评价准则框架; 采用基于梯形模糊数的专家评价法来获得备选方案在各准则上的评分, 通过群决策来集结多位专家的评判意见, 进而求解得到备选方案的准则值; 引入集对分析理论 (SPA), 采用连接向量距离来替换经典 TOPSIS 中的欧氏距离, 提出 SPA-TOPSIS 评价方法来实现备选方案的评价和排序。**结果** 针对麻花的 6 种包装设计方案, 实施了基于模糊群决策的 SPA-TOPSIS 评价, 6 种包装设计方案与理想解的贴近度依次为 0.55、0.46、0.53、0.49、0.56、0.44, 方案 5 为最优方案。**结论** 通过天津特色食品包装评价, 完善了城市文化内涵包装设计的理念, 为包装的文化性设计提供了重要支持。

关键词: 地方特色文化设计; 包装设计评价; 食品包装; 群决策; 模糊数; 集对分析; TOPSIS

中图分类号: TB488 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2022)17-0213-11

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2022.17.028

SPA-TOPSIS Evaluation of Tianjin Local Characteristic Food Packaging Based on Fuzzy Group Decision

ZHAO Ji-cheng¹, XU Pi-wen²

(1. Xiangsihu College of Guangxi Minzu University, Nanning 530228, China;

2. Tiangong University, Tianjin 300387, China)

ABSTRACT: The work aims to evaluate packaging design scheme to effectively assist the design and development process, and enrich the ideas of local characteristic food packaging design in view of the functional and cultural features of local characteristic food packaging design. With the packaging of Tianjin characteristic food Mahua as the research object, a hierarchical evaluation criteria framework was constructed. The expert evaluation method based on trapezoidal fuzzy number was used to obtain the scores of alternatives on each criterion. The evaluation opinions of multiple experts were gathered by group decision making, and then the criterion value of alternatives was obtained. Set pair analysis (SPA) theory was introduced. The Euclidean distance in classical TOPSIS was replaced by connection vector distance. SPA-TOPSIS evaluation method was proposed to evaluate and rank the alternatives. Oriented to the six packaging design schemes of Mahua, the SPA-TOPSIS evaluation based on fuzzy group decision-making was implemented. The closeness of the six packaging design schemes to the rational solution was 0.55, 0.46, 0.53, 0.49, 0.56 and 0.44, so the best scheme was scheme 5. Through the evaluation of Tianjin characteristic food packaging, the concept of urban cultural connotation packaging design is improved, which provides important support for the cultural design of packaging.

KEY WORDS: local characteristic culture design; packaging design evaluation; food packaging; group decision making; fuzzy number; set pair analysis; TOPSIS

收稿日期: 2021-06-17

基金项目: 广西高等教育本科教学改革工程项目 (2019JGA389)

作者简介: 赵吉成 (1970—), 男, 本科, 副教授, 主要研究方向为产品设计。

天津是中国北方最大的港口城市和重要的旅游城市,中西合璧、古今兼容的独特城市风貌形成了天津特有的“津门文化”。以麻花、炸糕等为代表的特色食品对于辅助消费者获取天津文化印象、理解天津文化内涵具有重要意义。包装是消费者对产品的直观视觉体验,是产品个性最直接和最重要的传递者^[1-2]。现代包装要求具有信息性、服务型、稳定性和创新性相结合等特征^[3],但目前对天津特色食品包装设计的研究远远不能满足国际化大都市文化内涵对地域化食品包装设计的需求。单纯的功能型包装设计已经无法满足人们日益增长的精神需求,文化性设计成了包装行业必然的选择和趋势^[4-6]。在天津特色食品包装设计过程中,对引入文化性设计后形成的多种初步方案进行科学理性的评价,成为亟待解决的关键性问题之一。

集对分析(Set Pair Analysis, SPA)是一门新的不确定理论^[7]。所谓集对,是指具有一定联系的2个集合组成的对子。SPA的基本思想是将系统内确定性与不确定性予以辩证分析与数学处理。天津特色食品的包装设计方案评价受诸多因素影响,是一个复杂的不确定系统问题。SPA将确定性和不确定性作为一个系统进行分析,已在等级评定、风险评估、故障识别及相关性分析等问题中得到了应用^[7-10],也为研究包装设计方案评价这一不确定系统问题提供了新的途径和思路,因此,文中针对天津特色食品初步包装设计方案评价中存在的复杂性、不确定性等因素,引入模糊群决策和SPA改进的TOPSIS方法(SPA-TOPSIS),构建天津特色食品包装的评价体系,并通过麻花包装设计方案的评价进行了实例验证。

1 天津特色食品包装评价准则框架的构建

简洁高效、科学合理的评价准则框架能够为包装设计评价提供有效的决策依据,从而提高设计对文化因素的敏感程度,达到食品包装与文化的有机结合,进而有效地提高食品的文化品味、增加食品的附加经济价值^[11]。另一方面,如何提高人民大众对文化内涵的审美高度,也迫切需要有一个科学、明确的评价准则框架来引导。天津特色食品包装评价准则框架的构建能够潜移默化地提高大众的审美情趣,对社会精神文明建设具有一定程度的推进作用。

通过文献调研、专家咨询等手段,根据大众对包装文化的直觉关注度提取了津门文化元素(C_1)、企业理念文化(C_2)、绿色包装文化(C_3)、科技包装文化(C_4)、教育启迪性(C_5)、情感化设计(C_6)等6个要素作为一级准则,并进一步对每个一级准则进行

要素分解,得到19个二级准则($I_1—I_{19}$)。一、二级准则组成层次性的天津特色食品包装设计评价准则框架,见图1。

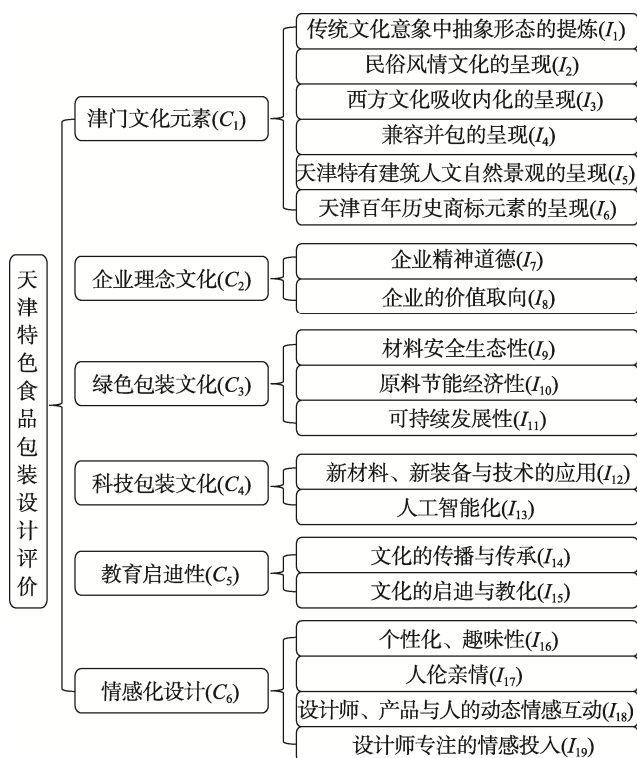


图1 天津特色食品包装设计评价准则框架
Fig.1 Evaluation criteria framework of Tianjin characteristic food packaging design

1) 津门文化元素指天津特有的地区文化元素,以中国传统文化元素为根,吸收来自全国乃至全球不同文化的营养,经有机结合而形成的独特文化形态。津门文化元素与食品包装的有效融合,能提高产品的文化品味与艺术内涵。基于国人特有的传统文化基因,将中国传统意象中的抽象形态(如文字、造型、色彩符号)进行提炼和表达,并融入到特色食品包装中,能拉近产品与消费者之间的距离、提升产品的亲众力,从而使消费者得到物质与精神的双重享受。受津门文化的影响,天津出现了许多百年经典的人文自然景观和商标,这些经典也成为津门文化的重要组成部分。在天津特色食品包装设计中,需要有意识地呈现这些文化元素,因此在津门文化元素准则下设置 $I_1—I_6$ 等二级准则。

2) 其他的文化类准则包括企业理念文化、绿色包装文化和科技包装文化,这里绿色包装文化尤为重要。随着绿色可持续发展观念逐步深入人心,包装产业带来的生态环境问题已不容忽视,绿色文化理念与食品包装文化息息相关,在食品包装设计中需要综合考虑材料安全生态性、原料节能经济性和可持续发展性等因素。

3) 包装作为产品不可分割的一部分,不仅能够保护产品,而且已经成为一种高效的文化传播载体。

优秀的包装设计能够引人思考、获得启迪并影响着人们的生活。在人与包装的交互中, 不仅商品属性得到了有效传递, 文化内涵更是得到了传播与继承, 从而促进社会精神文明建设、提升审美文化内涵, 因此, 设置教育启迪性准则非常必要。

4) 此外, 消费者的需求是买卖关系中的第一要素, 满足消费者的情感化追求成为包装设计的重要愿景之一, 因此设置情感化设计准则。情感化不仅体现在消费者所得到的情感安慰, 如个性化、趣味性等, 也体现在设计师、产品与人的动态情感互动和情感共鸣。

2 天津特色食品包装评价整体结构

文中的天津特色食品包装评价问题实质上是一个多准则决策问题 (Multi-Criterion Decision Making, MCDM), 这类问题的解决方案可归结为准则值的求解和评价对象的评价^[12-13]。在天津特色食品包装设计评价准则框架的基础上, 提出了天津特色食品包装评价的整体结构, 见图 2。

在准则值的求解中, 采用基于梯形模糊数的群决策方法, 与使用准确标度值来表达专家评判相比更为合理, 并通过专家评判意见的集结和梯形模糊数的转换, 获取群决策准则值矩阵; 将准则值矩阵作为天津特色食品包装评价的输入量, 逐步确定准则权重和正负理想解, 使用集对分析理论中的连接向量距离来替代经典 TOPSIS 中的欧式距离, 以实现经典 TOPSIS 的改进, 通过改进的 TOPSIS 对各个备选的包装设计方案进行评价和排序, 最终获得最优方案。

3 基于模糊群决策的准则值计算

在评价问题中, 基于专家评判的群决策法是求解准则值的有效方法。所构建的天津特色食品包装评价准则体系中的二级准则均为定性类型, 因此适用专家群决策法来计算准则之。传统的群决策法用准确标度值表示专家对评价对象在某一准则上的评判意见, 由于专家的评判意见具有模糊不确定性, 用模糊标度值来表示评判意见比准确标度值更为合理。模糊理论中常用的两种模糊数是梯形模糊数和三角形模糊数。梯形模糊数^[12-14]的隶属函数较三角模糊数更为复杂, 能更好地模拟专家评估意见的不确定性。因此, 这里采用梯形模糊数来表达专家对评价对象在某一准则上的评判意见。

梯形模糊数 $\tilde{a}=(\alpha, \chi, \delta, \beta)$ 的隶属度函数 $f_{\tilde{a}}(x): R \rightarrow[0,1]$ ^[12-14]定义如下:

$$f_{\tilde{a}}(x)=\left\{\begin{array}{ll}\frac{x-\alpha}{\chi-\alpha}, & \alpha \leq x \leq \chi \\ 1, & \chi \leq x \leq \delta \\ \frac{x-\beta}{\delta-\beta}, & \delta \leq x \leq \beta \\ 0, & x<\alpha \text { or } x>\beta\end{array}\right. \quad (1)$$

式中: $x \in R, \alpha \leq \chi \leq \delta \leq \beta, \alpha$ 和 β 分别为 $\tilde{a}$ 的下限和上限。当 $\chi=\delta$ 时, $\tilde{a}$ 退化为一个三角模糊数; 当 $\alpha=\chi=\delta=\beta$ 时, $\tilde{a}$ 退化为一个实数。函数 $f_{\tilde{a}}(x)$ 的图象如图 3 所示。

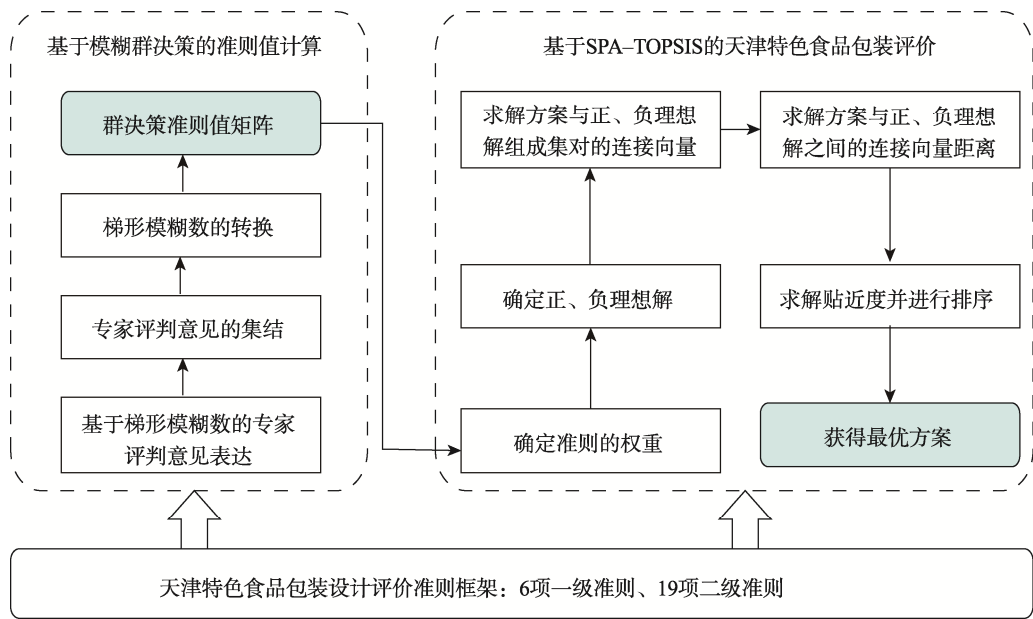


图 2 天津特色食品包装评价的整体结构
Fig.2 Overall structure of Tianjin characteristic food packaging evaluation

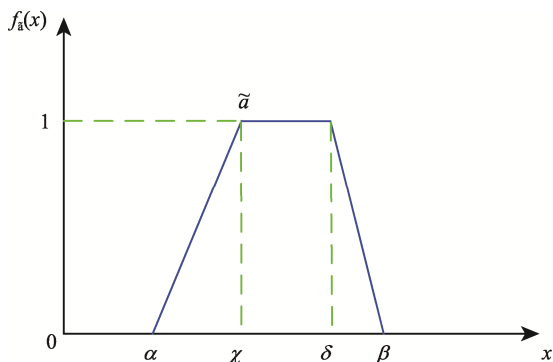


图3 梯形模糊数的隶属度函数
Fig.3 Membership function graph of triangular fuzzy number

梯形模糊数的特征在于不同于实数运算律的特定算术运算规则, 设有两个梯形模糊数 $\tilde{a}_1 = (\alpha_1, \chi_1, \delta_1, \beta_1)$ 和 $\tilde{a}_2 = (\alpha_2, \chi_2, \delta_2, \beta_2)$ ($\alpha_1, \chi_1, \delta_1, \beta_1, \alpha_2, \chi_2, \delta_2, \beta_2 \in R^+$, $\lambda > 0$), 相关算数运算^[12-14]为:

加法: $\tilde{a}_1 \oplus \tilde{a}_2 = (\alpha_1 + \alpha_2, \chi_1 + \chi_2, \delta_1 + \delta_2, \beta_1 + \beta_2)$

乘法: $\tilde{a}_1 \otimes \tilde{a}_2 = (\alpha_1 \cdot \alpha_2, \chi_1 \cdot \chi_2, \delta_1 \cdot \delta_2, \beta_1 \cdot \beta_2)$

与实数相乘: $\lambda \otimes \tilde{a}_1 = (\lambda \cdot \alpha_1, \lambda \cdot \chi_1, \lambda \cdot \delta_1, \lambda \cdot \beta_1)$

倒数: $(\tilde{a}_1)^{-1} = (\beta_1^{-1}, \delta_1^{-1}, \chi_1^{-1}, \alpha_1^{-1})$

除法: $\tilde{a}_1 / \tilde{a}_2 = (\alpha_1 / \beta_2, \chi_1 / \delta_2, \delta_1 / \chi_2, \beta_1 / \alpha_2)$

重心: $\odot \tilde{a}_1 = \frac{(\delta_1^2 + \beta_1^2 - \alpha_1^2 - \chi_1^2) + (\delta_1 \cdot \beta_1 - \alpha_1 \cdot \chi_1)}{3(\delta_1 + \beta_1 - \alpha_1 - \chi_1)}$

根据梯形模糊数的隶属度函数, 实数 a 可转换为梯形模糊数形式 $\tilde{a}$, 如 2 的梯形模糊数形式为 $\tilde{2} = (1, 3/2, 5/2, 3)$ 。自然数 1—9 转换为梯形模糊数形式后的隶属度函数图象见图 4。

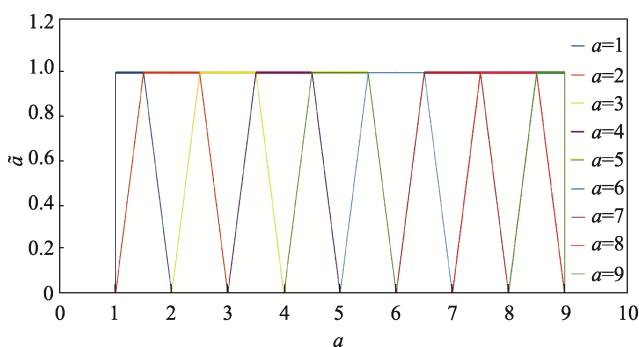


图4 梯形模糊数 $\tilde{a}$ (a 为 1—9) 的隶属度函数
Fig.4 Membership function graph of triangular fuzzy number $\tilde{a}$ ($a=1-9$)

根据梯形模糊数的算法运算规则, 对常用的九级标度评判的准确标度值进行模糊化处理, 得到对应的梯形模糊数, 见表 2。

表2 九级标度法的模糊化处理
Tab.2 Fuzzification of the nine level scaling method

评语	准确标度值	梯形模糊数标度	梯形模糊数标度值
极其好 (ES)	9/1	$\tilde{9} / \tilde{1}$	(4, 17/3, 9, 9)
非常好 (SS)	8/2	$\tilde{8} / \tilde{2}$	(7/3, 3, 17/3, 9)
明显好 (OS)	7/3	$\tilde{7} / \tilde{3}$	(3/2, 13/7, 3, 4)
稍微好 (WS)	6/4	$\tilde{6} / \tilde{4}$	(1, 11/9, 13/7, 7/3)
中等 (E)	5/5	$\tilde{5} / \tilde{5}$	(1, 1, 1, 1)
稍微差 (WI)	4/6	$\tilde{4} / \tilde{6}$	(3/7, 7/13, 9/11, 1)
明显差 (OI)	3/7	$\tilde{3} / \tilde{7}$	(1/4, 1/3, 7/13, 3/2)
非常差 (SI)	2/8	$\tilde{2} / \tilde{8}$	(1/9, 3/17, 1/3, 3/7)
极其差 (EI)	1/9	$\tilde{1} / \tilde{9}$	(1/9, 1/9, 3/17, 1/4)

经初步设计后, 有 p 个备选的天津特色食品包装设计 (简称方案), 假设有 q 位专家对这些方案在各个准则上的准则值进行群决策评判。根据表 2, 专家 r ($1 \leq r \leq q$) 评判方案 s ($1 \leq s \leq p$) 在准则 I_i ($1 \leq i \leq N$, $N=19$) 上的表现, 给出的评判结论为 $\tilde{z}_{s,i} = (\alpha_{s,i}^r, \chi_{s,i}^r, \delta_{s,i}^r, \beta_{s,i}^r)$ 。集聚所有专家的评判结论, 则方案 s 在准则 I_i 上的群决策准则值为:

$$\tilde{z}_{s,i} = (\alpha_{s,i}, \chi_{s,i}, \delta_{s,i}, \beta_{s,i}) \quad (2)$$

$$\text{式中: } \alpha_{s,i} = \frac{\sum_{r=1}^q \alpha_{s,i}^r}{q}, \quad \chi_{s,i} = \frac{\sum_{r=1}^q \chi_{s,i}^r}{q}, \quad \delta_{s,i} = \frac{\sum_{r=1}^q \delta_{s,i}^r}{q},$$

$$\beta_{s,i} = \frac{\sum_{r=1}^q \beta_{s,i}^r}{q}。$$

通过梯形模糊数的重心公式, 可将群决策准则值 $\tilde{z}_{s,i}$ 转换为实数形式 $z_{s,i}$, 同理可求得其他方案在各个准则上的准则值, 最后得到准则值矩阵为:

$$Z = [z_{s,i}]_{p \times N} \quad (3)$$

4 天津特色食品包装评价的 SPA TOPSIS 方法

TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution) 具有原理简单、使用简便、适用于多种场景等特点, 在多准则评价决策中得到了广泛的应用^[15-19]。在经典 TOPSIS 中, 通过评价对象与理想解之间的欧式距离来确定评价对象的

贴近度, 并以此作为评价排序的依据。该方法存在一定的弊端, 即当多于一个对象处于两个理想解的垂直平分线上时, 这些对象的贴近度相等, 无法进行评价排序。因此, 现有研究中通过用其它概念代替欧式距离来对经典 TOPSIS 方法进行改进, 如夹角余弦法^[15]、正交投影法^[17]等。但夹角余弦法只考虑了评价对象之间的夹角贴近度, 忽略了长度差异; 当两个评价对象夹角完全相同而长度不同时, 就会得出错误的评价排序结论。当多个方案在正、负理想解连线上的投影点相同时, 正交投影法则无法区别其优劣关系。

根据 SPA 理论^[20], 文中提出了一种用连接向量距离替代欧式距离的改进 TOPSIS 方法 (即 SPA-TOPSIS 方法), 其原理为: 某个评价对象和正负理想解分别组成两个集对; 将集对分解为多个元素对; 对任一元素对, 分析其同、反、异关系; 得到某集对中所有元素对的同、反、异关系后, 求解该集对所代表的评价对象与理想解之间的连接向量距离; 根据 TOPSIS 的评价原则, 依据评价对象与理想解之间的连接向量距离, 计算评价对象的贴近度, 并以此作为排序的依据。

包装设计具有艺术性特征, 优秀的包装设计方案相较于普通方案一般体现在某些评价准则值上的明显优势, 这些对比可在准则值矩阵中得以呈现。因此, 在采用 SPA-TOPSIS 方法进行包装设计方案评价之前, 可由决策者根据偏好进行筛选, 以获得具有明显优势的包装设计方案; 也可由决策者事先设置评价准则的主观权重, 与客观权重进行集成后再进行 SPA-TOPSIS 评价。主客观权重集成已在多准则评价中得到广泛应用, 因此文中对此不再赘述, 而重点阐述所提出的 SPA-TOPSIS 方法, 其详细过程如下。

1) 确定准则的权重。根据准则值矩阵 $Z = [z_{s,i}]_{p \times N}$, 采用标准差法来确定准则的权重。准则 I_i 的标准差为:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{s=1}^p (x_{s,i} - \frac{1}{p} \sum_{s=1}^p x_{s,i})^2} \quad (4)$$

因此可得准则 I_i 的权重为:

$$\omega_i = \sigma_i / \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (5)$$

2) 确定正、负理想解。

由式 (2)、(5) 得到加权准则值矩阵 $Y = [y_{s,i}]_{p \times N}$,

这里 $y_{s,i} = \omega_i z_{s,i}$, 那么正、负理想解分别为:

$$\begin{aligned} Y^+ &= [y_1^+, y_2^+, \dots, y_i^+, \dots, y_N^+] \\ Y^- &= [y_1^-, y_2^-, \dots, y_i^-, \dots, y_N^-] \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $y_i^+ = \max\{y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{p,i}\}$, $y_i^- = \min\{y_{1,i}, y_{2,i}, \dots, y_{p,i}\}$ 。

3) 分别求解方案 s 与正、负理想解组成集对的

连接向量。

加权准则值矩阵 $Y = [y_{s,i}]_{p \times N}$ 的第 s 行 $Y_s = [y_{s,1}, y_{s,2}, \dots, y_{s,N}]$ 代表方案 s 。根据集对分析理论, Y_s 和 Y^+ 可组成集对 $\langle Y_s, Y^+ \rangle$, Y_s 和 Y^- 可组成集对 $\langle Y_s, Y^- \rangle$ 。集对 $\langle Y_s, Y^+ \rangle$ 中包含 N 个元素对 $\langle y_{s,1}, y_1^+ \rangle, \langle y_{s,2}, y_2^+ \rangle, \dots, \langle y_{s,N}, y_N^+ \rangle$, 通过比较各个元素对中元素的数值, 设有 Q_s^+ 个元素对在数值上差异微小 (“同”关系), 有 C_s^+ 个元素对在数值上差异悬殊 (“反”关系), 剩余的 D_s^+ 个元素对在数值上存在一定差异 (“异”关系), $Q_s^+ + C_s^+ + D_s^+ = N$ 。集对分析中的连接度用来描述 2 个对象之间的不确定数值关系。这里, 集对 $\langle Y_s, Y^+ \rangle$ 的连接度可表示为:

$$\rho_{s,i}^+ = q_{s,i}^+ \Delta' + c_{s,i}^+ \Delta'' + d_{s,i}^+ \Delta''' \quad (7)$$

式中: $\Delta', \Delta'', \Delta'''$ 分别为 “同”、“反”、“异”关系,

因子 $q_{s,i}^+ = \frac{Q_{s,i}^+}{N}$ 表示 Y_s 和 Y^+ 之间的一致度, 因子

$c_{s,i}^+ = \frac{C_{s,i}^+}{N}$ 表示 Y_s 和 Y^+ 之间的对立度, 因子 $d_{s,i}^+ = \frac{D_{s,i}^+}{N}$ 表

示 Y_s 和 Y^+ 之间的差异度。

对于集对 $\langle Y_s, Y^+ \rangle$ 中的元素对 $\langle y_{s,i}, y_i^+ \rangle$, 其连接度可表示为:

$$\rho_{s,i}^+ = q_{s,i}^+ \Delta' + c_{s,i}^+ \Delta'' + d_{s,i}^+ \Delta''' \quad (8)$$

式中: $q_{s,i}^+, c_{s,i}^+, d_{s,i}^+$ 分别为连接度 $\rho_{s,i}^+$ 的一致度

因子、对立度因子和差异度因子。当 $y_{s,i} = y_i^+$ 时,

$q_{s,i}^+ = 1, c_{s,i}^+ = 0, d_{s,i}^+ = 0$; 当 $y_{s,i} = y_i^-$ 时, $q_{s,i}^+ = 0, c_{s,i}^+ = 1,$

$d_{s,i}^+ = 0$; 当 $y_i^- < y_{s,i} < y_i^+$ 时, $q_{s,i}^+ = 0, c_{s,i}^+ = 0,$

$$d_{s,i}^+ = \frac{y_i^+ - y_{s,i}}{y_i^+ - y_i^-}。$$

将式 (7) 代入式 (6) 中, 可得集对 $\langle Y_s, Y^+ \rangle$ 连接度的 3 个因子分别为:

$$\left\{ \begin{aligned} q_{s,i}^+ &= \frac{\sum_{i=1}^N q_{s,i}^+}{N} \\ c_{s,i}^+ &= \frac{\sum_{i=1}^N c_{s,i}^+}{N} \\ d_{s,i}^+ &= \frac{\sum_{i=1}^N d_{s,i}^+}{N} \end{aligned} \right. \quad (9)$$

由式 (8), 得到集对 $\langle Y_s, Y^+ \rangle$ 的连接向量为:

$$\mu_{s,i}^+ = [q_{s,i}^+, c_{s,i}^+, d_{s,i}^+] \quad (10)$$

对于由 Y_s 和 Y^- 组成的集对 $\langle Y_s, Y^- \rangle$, 其中包含

N 个元素对 $\langle y_{s,1}, y_1^- \rangle, \langle y_{s,1}, y_2^- \rangle, \dots, \langle y_{s,N}, y_N^- \rangle$ 。元素对 $\langle y_{s,i}, y_i^- \rangle$ 的连接度可表示为:

$$\rho_{s,i}^- = q_{s,i}^- \Delta' + c_{s,i}^- \Delta'' + d_{s,i}^- \Delta''' \quad (11)$$

式中: $q_{s,i}^-$ 、 $c_{s,i}^-$ 、 $d_{s,i}^-$ 分别为连接度 $\rho_{s,i}^-$ 的一致度因子、对立度因子和差异度因子。当 $y_{s,i} = y_i^+$ 时, $q_{s,i}^- = 0$, $c_{s,i}^- = 1$, $d_{s,i}^- = 0$; 当 $y_{s,i} = y_i^-$ 时, $q_{s,i}^- = 1$, $c_{s,i}^- = 0$, $d_{s,i}^- = 0$; 当 $y_i^- < y_{s,i} < y_i^+$ 时, $q_{s,i}^- = 0$, $c_{s,i}^- = 0$, $d_{s,i}^- = \frac{y_{s,i} - y_i^-}{y_i^+ - y_i^-}$ 。

与式(8)同理,可得集对 $\langle Y_s, Y^- \rangle$ 的连接向量为:

$$\mu_s^- = [q_s^-, c_s^-, d_s^-] \quad (12)$$

4) 分别求解方案 s 与正、负理想解之间的连接向量距离。

Y_s 与其自身可组成集对 $\langle Y_s, Y_s \rangle$, 由于 Y_s 与其自身所包含的元素完全相同, 则其连接度为 $\rho_{s,s}^+ = 1 \cdot \Delta' + 0 \cdot \Delta'' + 0 \cdot \Delta'''$, 进而其连接向量为:

$$\mu_s^+ = [1, 0, 0] \quad (13)$$

由式(10)、(13), 可得 Y_s 与正理想解 Y^+ 之间的连接向量距离为:

$$\tau_{s,+} = \sqrt{(q_{s,+}^+ - 1)^2 + (c_{s,+}^+)^2 + (d_{s,+}^+)^2} \quad (14)$$

由式(12)、(13), 可得 Y_s 与负理想解 Y^- 之间的连接向量距离为:

$$\tau_{s,-} = \sqrt{(q_{s,-}^- - 1)^2 + (c_{s,-}^-)^2 + (d_{s,-}^-)^2} \quad (15)$$

5) 求解贴近度并进行排序, 获得最优方案。由步骤 1—4 可知, 与正理想解的连接向量距离越小的

方案, 则与负理想解的连接向量距离越大, 反之亦然。这与经典 TOPSIS 中欧式距离的性质^[15-17]是一致的, 因此, 将欧式距离替换为连接向量距离, 求得 Y_s 与正理想解 Y^+ 的贴近度为:

$$\lambda_s = \frac{\tau_{s,-}}{\tau_{s,+} + \tau_{s,-}} \quad (16)$$

根据经典 TOPSIS 的排序规则, 若 λ_s 越大, 则该方案越优。因此, 以与正理想解的贴近度为依据, 对 p 个备选的天津特色食品包装设计方案进行评价和排序, 获得最优方案。

5 应用实例

麻花是天津的一道特色传统食品, 深受当地消费者和旅游者的喜爱。美观大方、亲和力强、突出地方特色和文化内涵的包装设计能有效提升食品的文化品位、增加附加价值, 并且对传播地方特色文化、扩大城市影响力具有重要意义。选取 6 种典型的麻花包装设计方案(如图 5 所示), 在这 6 种方案中, 方案 1—5 采用硬纸盒包装, 成本较高, 但能传递大量文化信息, 如方案 2 中包含轻快的色彩设计和具有地方特色的符号图案; 方案 3 中设计了卡通图案, 且呈现了天津的特色建筑; 方案 4、5 通过古朴的色彩搭配和工艺流程展示来突出麻花包装设计的文化内涵。方案 1 增加了提绳式设计, 便于携带。方案 6 采用透明塑纸包装, 成本较低, 但可传递的信息较为有限。采用文中提出的方法对其进行评价, 以选取满足当前社会大众的消费需求和文化传播需求的最佳方案。



图 5 天津特色食品——麻花的 6 种包装设计方案

Fig.5 Six kinds of packaging design schemes of Tianjin local characteristic food-Mahua

首先采用专家群决策法来计算这六种包装设计方案
的准则值, 专家组有 60 人, 其中包括 15 名消费者代
表、15 名麻花厂商代表、15 名包装设计研究人员和 15
名包装专业大学生。收集专家组对上述 6 种方案在图 1
所示的 19 项准则上的模糊评判意见, 其中方案 1 在 19
项准则上的模糊评判意见统计见表 1, 表 1 中数字表示
人数。
由式 (2) 可得方案 1 的梯形模糊数群决策准
则值, 再根据梯形模糊数的重心公式, 将梯形模糊数转
换为实数形式, 见表 2。

表 1 方案 1 在 19 项准则上的模糊评判意见统计
Tab.1 Statistics of fuzzy evaluation opinions of scheme 1 on 19 criterions

序号	极其好	非常好	明显好	稍微好	中等	稍微差	明显差	非常差	极其差
I_1	22	2	4	10	1	5	16	0	0
I_2	16	17	2	1	13	1	1	7	2
I_3	7	13	8	2	5	0	0	20	5
I_4	3	2	6	20	1	11	13	1	3
I_5	24	2	2	9	7	0	7	1	8
I_6	6	2	3	15	3	11	7	9	4
I_7	9	5	6	3	6	2	7	3	19
I_8	3	12	5	1	3	15	0	4	17
I_9	1	10	3	4	4	2	16	0	20
I_{10}	24	0	2	17	2	0	4	2	9
I_{11}	14	5	4	1	14	7	1	8	6
I_{12}	9	1	20	3	15	2	0	7	3
I_{13}	5	7	6	6	5	15	0	2	14
I_{14}	3	3	1	2	18	0	11	21	1
I_{15}	37	7	5	2	2	2	0	4	1
I_{16}	0	12	16	2	6	8	7	6	3
I_{17}	15	17	2	0	2	6	6	5	7
I_{18}	5	29	5	1	3	9	3	2	3
I_{19}	1	5	4	17	7	13	2	7	4

表 2 方案 1 的群决策准则值
Tab.2 Group decision criterion value of scheme 1

序号	群决策准则值 (梯形模糊数形式)	群决策准则值 (实数形式)
I_1	(1.93,2.66,4.23,4.76)	3.39
I_2	(2.04,2.70,4.42,5.44)	3.66
I_3	(1.34,1.75,2.95,3.86)	2.49
I_4	(0.92,1.17,1.86,2.47)	1.62
I_5	(2.04,2.79,4.38,4.72)	3.47
I_6	(0.98,1.29,2.03,2.47)	1.70
I_7	(1.18,1.55,2.48,3.03)	2.06
I_8	(1.00,1.29,2.19,3.02)	1.89
I_9	(0.78,0.98,1.66,2.59)	1.53
I_{10}	(2.00,2.75,4.33,4.58)	3.41
I_{11}	(1.56,2.05,3.20,3.61)	2.60
I_{12}	(1.47,1.87,2.86,3.30)	2.38
I_{13}	(1.08,1.38,2.24,2.84)	1.89
I_{14}	(0.76,0.93,1.36,1.77)	1.22
I_{15}	(2.95,4.10,6.61,7.11)	5.18
I_{16}	(1.10,1.37,2.31,3.41)	2.08
I_{17}	(1.83,2.48,4.17,5.28)	3.45
I_{18}	(1.74,2.26,3.99,5.77)	3.48
I_{19}	(0.88,1.09,1.71,2.28)	1.50

同理可得其他 5 种方案的群决策准则值,最后得到图 6 所示的 6 种方案的准则值矩阵 $Z = [z_{s,i}]_{6 \times 19}$ 见表 3。
根据式 (4) — (5), 可得准则的权重向量为:

$\omega = [0.06, 0.04, 0.05, 0.05, 0.06, 0.06, 0.04, 0.06, 0.04, 0.07, 0.06, 0.06, 0.01, 0.04, 0.10, 0.04, 0.07, 0.04, 0.05]^T$ 。由式 (2)、(5) 得到加权准则值矩阵 $Y = [y_{s,i}]_{6 \times 19}$, 见表 4。

表 3 6 种方案的准则值
Tab.3 Criterion values of six schemes

序号	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 5	方案 6
I_1	3.39	1.57	1.47	1.41	3.44	2.96
I_2	3.66	1.90	2.19	1.87	2.21	2.64
I_3	2.49	2.60	2.34	2.56	1.69	4.07
I_4	1.62	1.92	1.53	1.26	3.30	2.71
I_5	3.47	1.80	1.84	2.01	2.69	0.96
I_6	1.70	1.44	3.12	1.63	3.70	1.55
I_7	2.06	2.51	2.93	2.96	2.16	1.21
I_8	1.89	1.97	2.03	2.69	3.70	1.04
I_9	1.53	2.03	1.78	3.15	2.65	2.43
I_{10}	3.41	0.89	1.69	3.51	2.69	1.96
I_{11}	2.60	1.43	1.06	1.77	2.36	3.60
I_{12}	2.38	1.07	3.72	2.03	3.27	1.89
I_{13}	1.89	1.86	1.66	1.76	1.71	1.38
I_{14}	1.22	2.22	1.47	2.44	2.86	1.82
I_{15}	5.18	1.70	1.40	1.88	1.87	0.80
I_{16}	2.08	2.45	2.86	1.53	0.88	1.81
I_{17}	3.45	2.81	2.55	1.46	3.57	1.02
I_{18}	3.48	1.52	2.67	2.74	2.52	2.19
I_{19}	1.50	2.54	3.10	1.32	2.81	2.54

表 4 6 种方案的加权准则值
Tab.4 Weighted criterion values of six schemes

序号	方案 1	方案 2	方案 3	方案 4	方案 5	方案 6
I_1	0.22	0.10	0.09	0.09	0.22	0.19
I_2	0.16	0.08	0.09	0.08	0.10	0.11
I_3	0.13	0.13	0.12	0.13	0.08	0.20
I_4	0.08	0.10	0.08	0.06	0.17	0.14
I_5	0.19	0.10	0.10	0.11	0.15	0.05
I_6	0.11	0.09	0.19	0.10	0.23	0.10
I_7	0.09	0.11	0.12	0.12	0.09	0.05
I_8	0.11	0.11	0.12	0.15	0.21	0.06
I_9	0.06	0.08	0.07	0.12	0.10	0.09
I_{10}	0.23	0.06	0.11	0.23	0.18	0.13
I_{11}	0.15	0.08	0.06	0.10	0.14	0.21
I_{12}	0.15	0.07	0.23	0.13	0.20	0.12
I_{13}	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
I_{14}	0.05	0.09	0.06	0.10	0.11	0.07
I_{15}	0.51	0.17	0.14	0.19	0.19	0.08
I_{16}	0.09	0.11	0.13	0.07	0.04	0.08
I_{17}	0.23	0.19	0.17	0.10	0.24	0.07
I_{18}	0.14	0.06	0.11	0.11	0.10	0.09
I_{19}	0.07	0.12	0.14	0.06	0.13	0.12

进而可得正、负理想解 Y^+ 和 Y^- 见表 5。

表 5 正、负理想解
Tab.5 Positive and negative ideal solutions

序号	正理想解 Y^+	负理想解 Y^-
I_1	0.22	0.09
I_2	0.16	0.08
I_3	0.20	0.08
I_4	0.17	0.06
I_5	0.19	0.05
I_6	0.23	0.09
I_7	0.12	0.05
I_8	0.21	0.06
I_9	0.12	0.06
I_{10}	0.23	0.06
I_{11}	0.21	0.06
I_{12}	0.23	0.07
I_{13}	0.02	0.02
I_{14}	0.11	0.05
I_{15}	0.51	0.08
I_{16}	0.13	0.04
I_{17}	0.24	0.07
I_{18}	0.14	0.06
I_{19}	0.14	0.06

以方案 6 为例, Y_6 和 Y^+ 组成集对 $\langle Y_6, Y^+ \rangle$, Y_6 和 Y^- 组成集对 $\langle Y_6, Y^- \rangle$ 。集对 $\langle Y_6, Y^+ \rangle$ 包含 19 个元素对 $\langle y_{6,1}, y_1^+ \rangle, \langle y_{6,1}, y_2^+ \rangle, \dots, \langle y_{6,19}, y_{19}^+ \rangle$ 。对于元素对 $\langle y_{6,1}, y_1^+ \rangle$, $y_{6,1}=0.19$, $y_1^+=0.22$, $y_1^-=0.09$, 可见 $y_1^- < y_{6,1} < y_1^+$, 由式 (8) 可得元素对 $\langle y_{6,1}, y_1^+ \rangle$ 的连接度为 $\rho_{6,1}^+ = 0.4\Delta' + 0.4\Delta'' + 0.23\Delta'''$ 。集对 $\langle Y_6, Y^- \rangle$ 中其他元素对的连接度也可同理求得, 由式 (9) 可得

集对 $\langle Y_6, Y^- \rangle$ 的连接度为: $\rho_{6,1}^- = 0.11\Delta' + 0.32\Delta'' + 0.27\Delta'''$, 进而集对 $\langle Y_6, Y^- \rangle$ 的连接向量为 $\mu_{6,1}^- = [0.11, 0.32, 0.27]$ 。同理集对 $\langle Y_6, Y^+ \rangle$ 的连接向量可求得为 $\mu_{6,1}^+ = [0.32, 0.11, 0.31]$ 。构造一个集对为 $\langle Y_6, Y_6 \rangle$, 其连接向量为 $\mu_{6,1}^6 = [1, 0, 0]$, 因此, 由式 (14)、(15), 解得 Y_6 与正理想解 Y^+ 之间的连接向量距离为 $\tau_{s,1}^+ = 0.99$, Y_6 与负理想解 Y^- 之间的连接向量距离为 $\tau_{s,1}^- = 0.76$, 再由式 (16) 可得 Y_6 与正理想解 Y^+ 的贴近度为: $\lambda_s = 0.44$ 。同理可求得其他 5 个方案与正、负理想解之间的连接向量距离以及与正理想解的贴近度, 根据经典 TOPSIS 的排序规则, 得到 6 种方案的排序结果, 方案 5 为最佳方案, 见表 6。

表 6 6 种方案与正、负理想解之间的连接向量距离以及与正理想解的贴近度

Tab.6 Connection vector distance between the six schemes and the positive and negative ideal solutions and the closeness to the positive ideal solutions

方案	连接向量距离		与 Y^+ 的贴近度	排序结果
	与 Y^+ 之间	与 Y^- 之间		
1	0.81	0.98	0.55	2
2	1.08	0.90	0.46	5
3	0.96	1.08	0.53	3
4	0.91	0.89	0.49	4
5	0.77	0.98	0.56	1
6	0.99	0.76	0.44	6

基于表 4 的加权准则值数据, 分别采用经典 TOPSIS、文献[11]提出的夹角余弦改进 TOPSIS、文献[13]提出的正交投影改进 TOPSIS 对该实例中的 6 种方案进行评价, 与文中方法的排序结果对比见表 7。

表 7 4 种方法的评价结果对比
Tab.7 Comparison of evaluation results of four methods

方案	文中方法		经典 TOPSIS		夹角余弦改进 TOPSIS ^[15]		正交投影改进 TOPSIS ^[17]	
	贴近度	排序结果	贴近度	排序结果	贴近度	排序结果	贴近度	排序结果
1	0.55	2	0.58	2	0.50	2	0.55	2
2	0.46	5	0.51	5	0.47	4	0.49	5
3	0.53	3	0.54	3	0.48	3	0.55	2
4	0.49	4	0.53	4	0.44	5	0.52	4
5	0.56	1	0.62	1	0.54	1	0.59	1
6	0.44	6	0.47	6	0.41	6	0.45	6

从表 7 可以看出, 4 种方法的整体排序趋势基本一致, 均认为方案 5 最佳、方案 6 最劣; 文中方法与经典 TOPSIS 的排序结果相同, 说明用集对分析理论中的连接向量距离替代欧式距离来对经典 TOPSIS 进行改进是可行的, 但经典 TOPSIS 已被证明具有局限性; 采用夹角余弦改进 TOPSIS, 方案 2 和方案 4 的排序结果与其他 3 种方法相反; 采用正交投影改进 TOPSIS, 方案 1 与方案 3 的贴近度相等, 无法进行排序。可见, 夹角余弦改进 TOPSIS 和正交投影改进 TOPSIS 无法满足该实例的评价要求, 这也验证了前文中的相关分析, 因此, 文中提出的用连接向量距离替代欧式距离来改进经典 TOPSIS 能一定程度上克服现有研究中改进 TOPSIS 方法的不足。

根据天津麻花包装设计评价的应用实例, 文中提出的基于模糊群决策的地方特色食品包装 SPA-TOPSIS 评价的应用步骤总结如下: 建立层次型的地方特色食品包装评价准则框架; 由专家使用梯形模糊数对备选包装设计方案在各准则上的表现进行评分, 采用群决策来处理所有专家的评判意见, 求解得到备选方案的准则值; 采用 SPA 理论中的连接向量距离来替换经典 TOPSIS 中的欧氏距离, 改进传统 TOPSIS, 应用 SPA-TOPSIS 方法来实现备选方案的评价和排序, 从而获得最优的包装设计方案。

6 结语

包装设计在传达产品视觉感知、宣扬本土特色文化、提升产品文化内涵发挥着重要的作用, 方案评价是包装设计中的关键步骤之一。文中以天津特色食品包装为研究对象, 针对包装设计过程中的设计方案评价问题, 给出了天津特色食品包装评价的整体解决方案, 主要贡献为: 构建了分层次的天津特色食品包装评价准则框架; 采用基于梯形模糊数的群决策方法, 获取群决策准则值矩阵; 采用 SPA-TOPSIS 评价方法对各个备选的天津特色食品包装设计方案进行评价和排序, 最终获得最优方案。文中提出的解决方案可有效辅助设计师开发兼具功能性和文化性的包装设计, 丰富了地方特色产品包装设计的思路。

参考文献:

- [1] 钟云飞, 付芦静, 胡焱坚. 印刷包装企业文化创意的途径及实现形式[J]. 包装学报, 2020, 12(4): 84-88.
ZHONG Yun-fei, FU Lu-jing, HU Yao-jian. The Approach to Cultural Innovation and Realization Pattern for Printing and Packaging Enterprises[J]. Packaging Journal, 2020, 12(4): 84-88.
- [2] 罗奕, 马林, 周蕊. 食品包装设计中地域文化的现代转译路径探究[J]. 包装工程, 2020, 41(12): 241-246.

- LUO Yi, MA Lin, ZHOU Rui. Modern Translation Path of Regional Culture in Food Packaging Design[J]. Packaging Engineering, 2020, 41(12): 241-246.
- [3] 王瑾雯, 刘刚田, 陈晨, 等. 洛阳地域文化在葡萄酒包装设计研究中的应用——以洛阳宝石酒庄包装设计为例[J]. 河南科技大学学报(社会科学版), 2019, 37(6): 61-63.
WANG Jin-wen, LIU Gang-tian, CHEN Chen, et al. Application of Luoyang Regional Culture in Wine Packaging Design Research—Taking the Packaging Design of Luoyang Gem Winery as an Example[J]. Journal of Henan University of Science & Technology (Social Science), 2019, 37(6): 61-63.
- [4] 李志鹏. 传统文化元素在茶叶包装设计中的审美构建[J]. 包装工程, 2020, 41(8): 286-289.
LI Zhi-peng. The Aesthetic Construction of Traditional Cultural Elements in Tea Packaging Design[J]. Packaging Engineering, 2020, 41(8): 286-289.
- [5] 任旭泽. 历史文化尺度下中国传统包装的文化性辨析[J]. 西部皮革, 2020, 42(14): 128.
REN Xu-ze. Cultural Analysis of Chinese Traditional Packaging under the Historical Cultural Scale[J]. West Leather, 2020, 42(14): 128.
- [6] 杨硕, 张超, 朱晓君. 基于眼动技术的侗族文化元素包装设计[J]. 食品与机械, 2020, 36(9): 149-154.
YANG Shuo, ZHANG Chao, ZHU Xiao-jun. Packaging Design of Dong Culture Based on Eye-Tracking Technology[J]. Food & Machinery, 2020, 36(9): 149-154.
- [7] 施洲, 纪锋, 余万庆, 等. 基于集对分析理论的大型沉井基础施工动态风险评估[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2021, 51(3): 419-425.
SHI Zhou, JI Feng, YU Wan-qing, et al. Dynamic Risk Assessment of Huge Caisson Foundation Construction Based on Set Pair Analysis Theory[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2021, 51(3): 419-425.
- [8] 苏飞, 陈媛, 张平宇. 基于集对分析的旅游城市经济系统脆弱性评价——以舟山市为例[J]. 地理科学, 2013, 33(5): 538-544.
SU Fei, CHEN Yuan, ZHANG Ping-yu. Vulnerability Assessment of Tourism City's Economic System Based on the Set Pair Analysis: A Case Study of Zhoushan City[J]. Scientia Geographica Sinica, 2013, 33(5): 538-544.
- [9] 罗颖婷, 许海林, 林春耀, 等. 基于集对分析的变压器故障案例检索方法[J]. 高压电器, 2021, 57(1): 182-188.
LUO Ying-ting, XU Hai-lin, LIN Chun-yao, et al.

- Transformer Fault Case Retrieval Method Based on Set Pair Analysis[J]. High Voltage Apparatus, 2021, 57(1): 182-188.
- [10] 文博, 徐聪, 夏敏. 基于集对分析的城市周边永久基本农田保护红线划定决策研究[J]. 地理与地理信息科学, 2021, 37(2): 93-99.
- WEN Bo, XU Cong, XIA Min. A Study on Decision-Making of Permanent Basic Farmland Protection Red Line in Peri-Urban Areas Based on Set Pair Analysis[J]. Geography and Geo-Information Science, 2021, 37(2): 93-99.
- [11] 冯青, 张承嫒. 基于需求层次理论的传统特色食品包装设计[J]. 包装工程, 2019, 40(24): 56-64.
- FENG Qing, ZHANG Cheng-yuan. Food Packaging Design with Traditional Cultural Characteristics Based on Hierarchy of Needs[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(24): 56-64.
- [12] MENG F, CHEN X. Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Multi-criteria Group Decision Making Based on Cross Entropy and 2-Additive Measures[J]. Soft Computing, 2015, 19(7): 2071-2082.
- [13] PAMUCAR D, PETROVIC I, CIROVIC G. Modification of the Best-Worst and MABAC Methods: A Novel Approach Based on Interval-Valued Fuzzy-Rough Numbers[J]. Expert Systems with Application, 2018, 91(1): 89-106.
- [14] 黄衍, 王应明, 林健. 基于广义梯形模糊数相似度的交叉效率集结[J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(1): 240-250.
- HUANG Yan, WANG Ying-ming, LIN Jian. The Aggregation of Cross Efficiency Matrix by Generalized Trapezoid Fuzzy Similarity Theory[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2020, 40(1): 240-250.
- [15] 刘树林, 邱菀华. 多属性决策的 TOPSIS 夹角度量评价法[J]. 系统工程理论与实践, 1996, 16(7): 12-16.
- LIU Shu-lin, QIU Wan-hua. The TOPSIS Angle Measure Evaluation Method for MADM[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 1996, 16(7): 12-16.
- [16] 王应明, 阙翠平, 蓝以信. 基于前景理论的犹豫模糊 TOPSIS 多属性决策方法[J]. 控制与决策, 2017, 32(5): 864-870.
- WANG Ying-ming, QUE Cui-ping, LAN Yi-xin. Hesitant Fuzzy TOPSIS Multi-Attribute Decision Method Based on Prospect Theory[J]. Control and Decision, 2017, 32(5): 864-870.
- [17] 华小义, 谭景信. 基于“垂面”距离的 TOPSIS 法——正交投影法[J]. 系统工程理论与实践, 2004, 24(1): 114-119.
- HUA Xiao-yi, TAN Jing-xin. Revised TOPSIS Method Based on Vertical Projection Distance -Vertical Projection Method[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2004, 24(1): 114-119.
- [18] 吕欣, 刘玉云. 基于 AHP-TOPSIS 方法的儿童安全座椅设计方案评价研究[J]. 包装工程, 2019, 40(14): 150-155.
- LYU Xin, LIU Yu-yun. Evaluation of Design Alternatives for Child Safety Seat Based on AHP-TOPSIS[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(14): 150-155.
- [19] 刘羽歆, 王玫, 李佳. 基于 ANP 和 TOPSIS 优化方法的专业性购物网站评价研究[J]. 包装工程, 2019, 40(2): 208-214.
- LIU Yu-xin, WANG Mei, LI Jia. Evaluation of Professional Shopping Website Based on ANP and Optimized TOPSIS Method[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(2): 208-214.
- UMAR K. An Advanced Study on the Similarity Measures of Intuitionistic Fuzzy Sets Based on the Set Pair Analysis Theory and Their Application in Decision Making[J]. Soft Computing, 2018, 22(15): 4959-4970.

责任编辑: 曾钰婵