

缓冲与隔振

多层UV形瓦楞纸板的准静态轴向压溃模型研究

梁友珍¹, 王军^{1,2}, 范慧丽³

(1.江南大学, 江苏 无锡 214122; 2.江苏省先进食品装备制造技术重点实验室, 江苏 无锡 214122;
3.耐帆包装工程(无锡)有限公司, 江苏 无锡 214028)

摘要: **目的** 对多层UV形瓦楞纸板轴向压溃后的变形机理和抗压性能进行探究, 以助于多层瓦楞纸箱和缓冲包装的设计。**方法** 采用理论分析和试验研究相结合的方式, 对UV形多层瓦楞纸板轴向压溃后的平台应力进行理论建模和准静态试验研究。**结果** 在UV形瓦楞生产工艺的基础上, 假设楞纸与相邻层之间的相互作用为面黏合; 提出了一种新的折叠元件以及波纹芯的3种变形模式; 此外, 分别提出了五层瓦楞纸板和七层瓦楞纸板平台应力理论模型; 多层瓦楞纸板平台应力的理论预测结果与试验结果吻合良好。**结论** 所提出的多层UV形瓦楞纸板理论模型是有效的, 这将有助于波纹结构刚度设计和参数选择, 以满足不同的强度要求。

关键词: UV形多层瓦楞纸板; 面黏合; 轴向压溃; 平台应力; 能量吸收

中图分类号: TB484.1; O241.5 文献标识码: A 文章编号: 1001-3563(2022)19-0180-10

DOI: 10.19554/j.cnki.1001-3563.2022.19.021

Modelling for Multi-layer UV-shaped Corrugated board under Quasi-static Axial Crushing

LIANG You-zhen¹, WANG Jun^{1,2}, FAN Hui-li³

(1. Jiangnan University, Jiangsu Wuxi 214122, China; 2. Jiangsu Key Laboratory of Advanced Food Manufacturing Equipment and Technology, Jiangsu Wuxi 214122, China; 3. Nefab Packaging Engineering (Wuxi) Co., Ltd., Jiangsu Wuxi 214028, China)

ABSTRACT: The work aims to study the deformation mechanism and compression resistance of multi-layer UV-shaped corrugated board under axial crushing to promote the design of multi-layer corrugated case and cushion packaging. The theoretical analysis was combined with experimental study. The theoretical modeling and quasi-static experimental study of the platform stress after axial crushing of multilayer UV-shaped corrugated board were carried out. Based on the production process of UV-shaped corrugated board, a physical surface bonding was assumed to represent the interaction between the core liner and the outside liner; then, a new folding element and three folding modes of the corrugated core were proposed based on experimental phenomena. Moreover, a platform stress model of five-layer and seven-layer corrugated boards was proposed. It was found that the platform stress predicted by the developed model compared well with the experimental results. It can be concluded that the proposed model is effective and helpful for stiffness design and parameters selection of corrugated structures to meet different strength requirements.

KEY WORDS: multi-layer UV-shaped corrugated board; surface bonding; axial crushing; plateau stress; energy absorption

收稿日期: 2022-01-17

基金项目: 国家自然科学基金(51205167); 国家一流学科建设轻工技术与工程(LITE 2018-29); 江苏省自然科学基金(BK20151128)

作者简介: 梁友珍(1997—), 女, 硕士生, 主攻运输包装。

通信作者: 王军(1982—), 男, 博士, 教授, 博导, 主要研究方向为运输包装。

多层瓦楞纸板以其特殊的楞纸结构, 具有优异的缓冲吸能特性与抗压特性, 被广泛应用于产品的运输包装。瓦楞纸板受到的载荷方向可分为纵向 (Machine Direction, MD)、横向 (Cross Direction, CD)、厚度方向 (Thickness Direction, TD)。在目前的研究中, 对瓦楞结构的研究多集中于 TD 方向的研究, 也就是在平面抗压力学性能以及缓冲吸能方面的研究^[1-4]。

轴向压缩 (外力作用于 CD 方向) 也是运输过程中常见的加载条件。瓦楞纸板在轴向压缩下的应力-应变图中存在一个较长的平台阶段, 这表明轴向压缩下的瓦楞纸板具有出色的能量吸收行为, 因此, 揭示轴向压溃作用下瓦楞纸板的能量吸收行为机制, 将对瓦楞纸板结构刚度设计具有重要意义。过去的研究主要仅基于实验或者仿真结果^[5-9], 基于原纸性能的轴向压溃作用下瓦楞纸板的理论分析研究相对较少。借鉴 Wierzbicki 提出的超折叠单元 (Super Folding Element, SFE) 理论^[10]和简化超折叠单元 (Simplified Super Folding Element, SSFE) 理论^[11], Wang 的团队^[12-13]建立了瓦楞纸板准静态轴向载荷作用下的平台应力模型, 然后扩展了多层瓦楞纸板准静态轴向破碎的高原应力模型。最近, 他们进一步提出了基于角单元理论^[14]的瓦楞纸板典型折叠单元和平台应力模型^[15], 结果发现该模型更准确。

对于已发表的研究, 轴向压溃作用下瓦楞纸板的楞纸结构大多被简化为 V 形。实际上, 瓦楞的形状按瓦楞圆弧的大小分为 V 形、U 形和 UV 形 3 种, 由于 UV 形瓦楞纸板兼具 U 形和 V 形的大部分优点, 因此目前我国使用的瓦楞纸板基本上采用 UV 形瓦楞的形式。本文采用实验和理论分析的研究方法, 对 UV 形多层瓦楞纸板开展轴向静态压溃实验和平台应力模型的表征研究, 研究准静态载荷作用下薄壁瓦楞板的变形模式以及能量吸收。首先提出了一种新的折叠单元, 提出了波纹芯的 3 种变形模式。然后, 分别推导了五层和七层 UV 型瓦楞板在轴向载荷作用下的平台应力理论模型, 并进行了实验验证。研究结果可用于揭示 UV 型瓦楞纸板的变形机理, 准确预测其压缩性能, 有助于瓦楞纸板结构刚度的设计。

1 理论模型

1.1 折叠元素的选择

如图 1 所示为瓦楞纸板受到的载荷方向, 纸板承受的 CD 方向的轴向载荷是文中的研究内容。瓦楞纸板在轴向压缩下的应力-应变图见图 2, 这表明轴向压缩下的瓦楞纸板具有出色的能量吸收行为。

多层瓦楞纸板可分为五层瓦楞纸板和七层瓦楞纸板 2 类, 见图 3。五层瓦楞纸板自上而下可分为面纸 (用下标 A 表示)、楞纸 1 (用下标 B 表示)、中纸 (用下标 C 表示)、楞纸 2 (用下标 D 表示) 和里纸 (用下标 G 表示); 七层瓦楞纸板分为面纸 (用下标 A 表示)、

楞纸 1 (用下标 B 表示)、中纸 1 (用下标 C 表示)、楞纸 2 (用下标 D 表示)、中纸 2 (用下标 E 表示)、楞纸 3 (用下标 F 表示) 和里纸 (用下标 G 表示)。

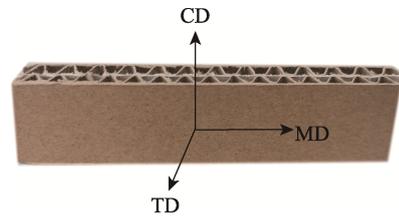


图 1 瓦楞纸板结构
Fig.1 Structure of corrugated board

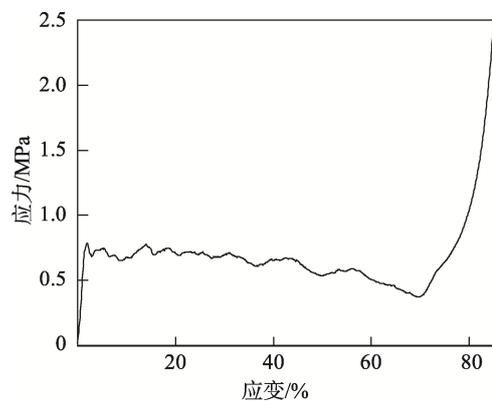


图 2 瓦楞纸板受轴向载荷应力-应变曲线
Fig.2 Stress-strain curve of the corrugated board under axial compression

多层瓦楞纸板可分为五层瓦楞纸板和七层瓦楞纸板 2 类, 见图 3。五层瓦楞纸板自上而下可分为面纸 (用下标 A 表示)、楞纸 1 (用下标 B 表示)、中纸 (用下标 C 表示)、楞纸 2 (用下标 D 表示) 和里纸 (用下标 G 表示); 七层瓦楞纸板分为面纸 (用下标 A 表示)、楞纸 1 (用下标 B 表示)、中纸 1 (用下标 C 表示)、楞纸 2 (用下标 D 表示)、中纸 2 (用下标 E 表示)、楞纸 3 (用下标 F 表示) 和里纸 (用下标 G 表示)。

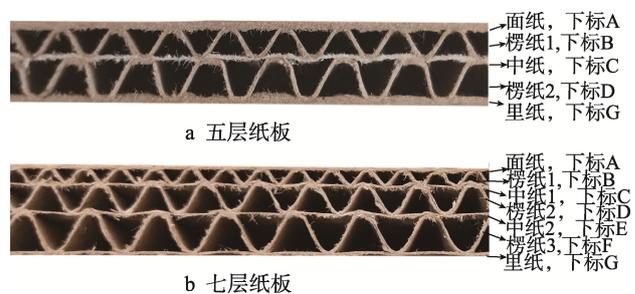


图 3 瓦楞纸板轴向截面示意图
Fig.3 Diagram of axial section of corrugated board

多层瓦楞纸板的简化模型关键在于波纹楞纸的简化, 目前的简化形式包括: 正弦曲线、余弦曲线、梯形、三角形或切线圆弧等。在实际生产的 UV 形瓦

楞纸板,会在黏合过程中,胶辊和压辊的相互作用会使原始瓦楞曲线变平,因此,假设面黏合代表楞纸和相邻层的相互作用(图4)。基于这个假设,波纹形状接近梯形,但波纹顶部的塌陷部分与倾斜直线之间的连接是平滑的。Zhang等^[14]研究认为,圆弧在接头处的影响小到可以忽略不计,因此好研究提出以下观点:对于UV型波纹芯结构,采用梯形芯的简化模型,既可以保证模型的准确性,又可以最大限度地简化计算。

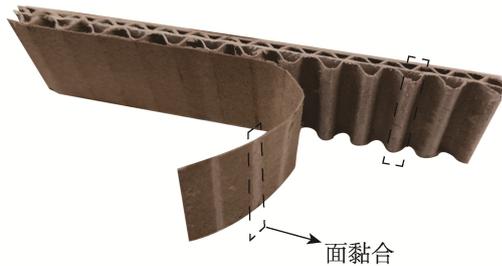


图4 瓦楞纸板面黏合示意图
Fig.4 Diagram for surface bonding of corrugated board

多层瓦楞纸板的选择要满足2个因素^[15]:一是所选择的折叠单元是最小重复单元,二是所选择的折叠单元不能在楞纸拐角处截断。因此,多层瓦楞纸板的典型折叠元素的选择展示在图5的方框部分。由于典型折叠单元的楞纸部分为呈中心对称的梯形组成,在后面的研究中将先研究一个典型折叠单元中的梯形元素(图6),然后对其扩展即可。

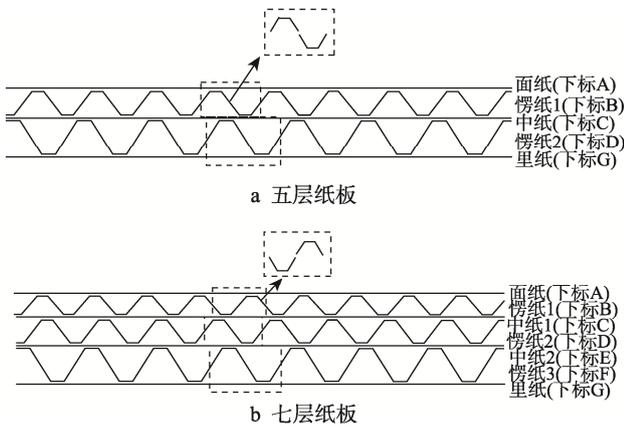


图5 典型折叠单元的选择
Fig.5 Selection of typical folding unit

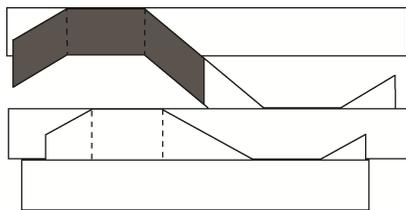


图6 典型折叠单元中的梯形元素
Fig.6 Trapezoid element of typical folding unit

图7所示为典型折叠单元尺寸标注图,定义典型折叠单元楞宽为 t ,黏合部分的长度用 L 来表示。胞壁长为 l ,楞纸与面纸的夹角为 θ ,楞高为 h ,瓦楞板总楞高为 h^* 。

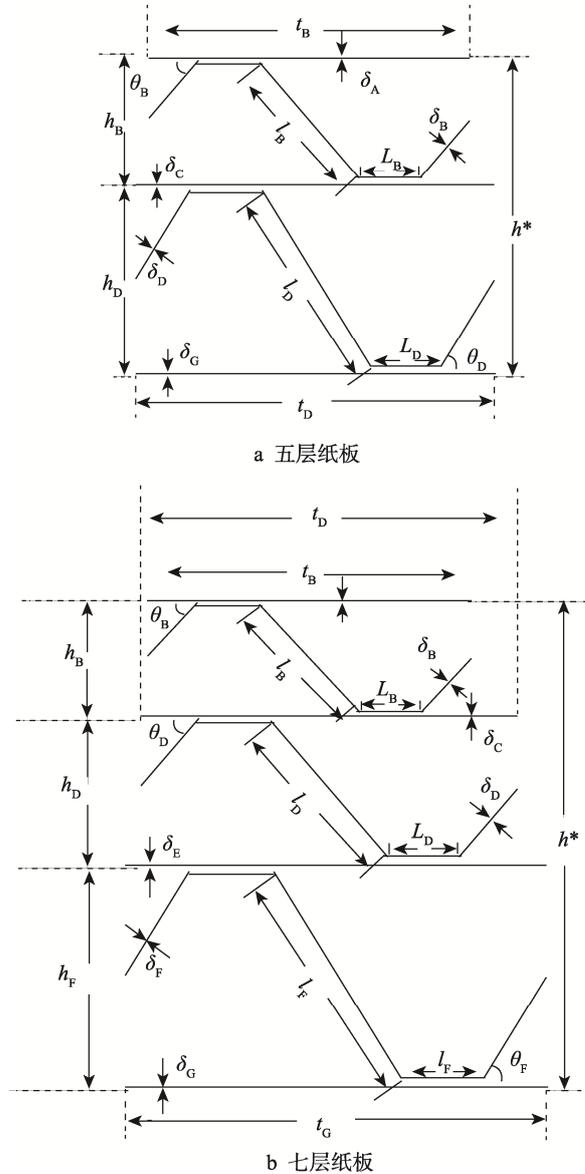


图7 瓦楞纸板典型折叠单元尺寸图
Fig.7 Dimensions of typical folding unit of corrugated board

1.2 变形模式

对五层瓦楞纸板进行了准静态轴向压溃预实验,结果发现面纸、中纸和里纸会发生逐层渐进折叠(图8)。也就是说,根据面纸与里纸的变形模式,可以得到面纸与里纸的能量只通过弯曲能量耗散,而没有膜能。中纸的折叠方式,是在相邻2个楞纸的共同诱导作用下发生逐层渐进折叠。楞纸在逐层渐进折叠的基础上,角单元还会发生不同的变形,也就是说,楞纸既通过弯曲能量耗散,又通过膜能耗散能量。而对于楞纸的折叠变形,从图9可以看到,有3种变形模式。

图 10 显示了对应于这 3 种变形模式的折叠元素。图 10a 显示了对应于非对称模式的折叠元素。图 10b 和 c 分别显示了外折叠模式和内折叠模式的折叠元素。Fan^[16]和 Wang^[17]证明了不同的变形模式伴随着不同的拉压区域, 从而导致不同的平台应力。



图 8 面纸的逐层渐进折叠图
Fig.8 Progressive folding of corrugated board



图 9 楞纸变形模式图
Fig.9 Deformation mode of corrugated board



a 非对称模式



b 对称外折模式



c 对称内折模式

图 10 3 种折叠元素模式
Fig.10 Folding elements of three kinds of folding

如图 11a 所示, 非对称模式下膜变形的滚动面积可表示为:

$$\Delta S_1 = H^2 \cot \frac{\theta}{2} \quad (1)$$

如图 11b 所示, 外折叠模式下膜变形的滚动面积可表示为

$$\Delta S_2 = H^2 \tan \frac{\theta}{2} \quad (2)$$

如图 11c 所示, 内折叠模式下膜变形的滚动面积可表示为:

$$\Delta S_3 = 3H^2 \cot \frac{\theta}{2} \quad (3)$$

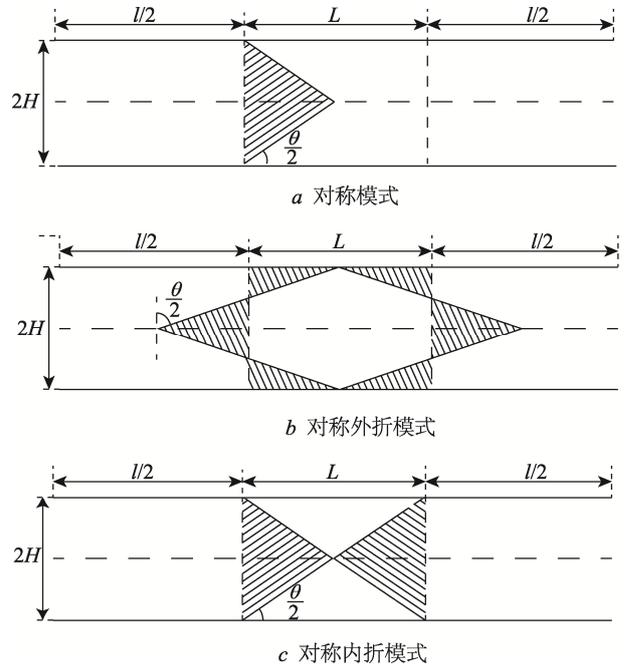


图 11 折叠元素平面展开
Fig.11 Unfolded diagram of folding elements

1.3 理论模型

1.3.1 五层瓦楞纸板理论模型

根据能量守恒定律, 在一个折叠波长 $2H$ 内平均压溃力所做的功等于内部能量耗散。即

$$P_m \times 2H \cdot k = W \quad (4)$$

其中, P_m 表示典型折叠单元折叠时的平均压溃力; $2H$ 为折叠波长; k 为有效破碎压溃系数, W 代表内能耗散。五层瓦楞纸板的内部能量耗散为:

$$W = W_A + W_B + W_C + W_D + W_G \quad (5)$$

其中, W_A 表示面纸的能量耗散; W_B 表示楞纸 1 的能量耗散; W_C 表示中间中纸的能量耗散; W_D 表示楞纸 2 的能量耗散; W_G 表示里纸的能量耗散。

在轴向压溃的过程中, 楞纸发生逐层渐进折叠, 诱导面层与里层发生逐层渐进折叠, 且折叠变形模式仅有弯曲能量耗散而无膜能量耗散。一个面板的弯曲

能量耗散为 $W = \sum_{i=1}^3 M \theta_i L^*$, 其中 $M = \frac{1}{4} \sigma_0 \delta^2$ 。 M 代

表每单元长度的完全塑性弯矩; θ_i 为弯曲角度; L^* 是铰链线的长度。另外, σ_0 和 δ 分别为材料的流动应力和厚度, 流动应力值等于极限应力 σ_u 的 0.92 倍^[18]。

由此, 面纸和里纸发生弯曲所耗散的能量为:

$$W_A = 4\pi M_A t_B \quad (6)$$

$$W_G = 4\pi M_G t_D \quad (7)$$

中纸的能量耗散与面层和里层不完全一致,如图
所示,中纸两侧分别与楞纸1和楞纸2黏合,因此,
中纸的轴向压溃会受到楞纸1和楞纸2的共同诱导效
应。即:

$$W_C = 4\pi M_C t_B + 4\pi M_C t_D \quad (8)$$

式中: M_A 、 M_C 、 M_E 分别为面层、中纸、里层单
位长度的塑性弯矩。

如图6阴影部分所示,每个楞纸的典型折叠单元
由两个梯形单元组成,呈中心对称。对于一个梯形单
元的能量耗散,它会通过弯曲和滚动的塑性变形来耗
散,因此,楞纸1的能量耗散为:

$$W_B = 2(W_{Bb} + W_{Br}) = 8\pi M_B (l_B + L_B) + \frac{4M_B \Delta S_B}{r'_B} \quad (9)$$

滚动半径 r'_B 的确定来源于 Zhang 等^[14]的研究中,

该学者给出的计算式为 $r'_B = a_1 l^{a_2} \delta_0^{1-a_2} \left(\tan \frac{\theta}{2} + \frac{a_3}{\tan \frac{\theta}{2}} \right)$,

其中 a_1 、 a_2 和 a_3 是恒定系数。 $a_1=0.082$ 、 $a_2=0.6$ 、
 $a_3=0.06$; l 为角单元板壁长度。由于该学者给出的模
型为角单元膜变形的滚动半径,在文中,梯形角单元
是在综合考虑两个角单元的变形,结合文中典型折叠
单元的选择,滚动半径为:

$$r'_B = 0.082 \left(\frac{l_B + L_B}{4} \right)^{0.6} \delta_B^{0.4} \left(\tan \frac{\theta_B}{2} + \frac{0.06}{\tan \frac{\theta_B}{2}} \right) \quad (10)$$

同理,楞纸2的能量耗散为:

$$W_D = 2(W_{Db} + W_{Dr}) = 8\pi M_D (l_D + L_D) + \frac{4M_D \Delta S_D}{r'_D} \quad (11)$$

其中:

$$r'_D = 0.082 \left(\frac{l_D + L_D}{4} \right)^{0.6} \delta_D^{0.4} \left(\tan \frac{\theta_D}{2} + \frac{0.06}{\tan \frac{\theta_D}{2}} \right) \quad (12)$$

式中: W_{Bb} 代表楞纸1弯曲塑性变形的能量耗散;
 W_{Br} 代表楞纸1在压缩过程中塑性变形的耗散能量;
 W_{Db} 代表楞纸2弯曲塑性变形能量耗散; W_{Dr} 代表楞
纸2压溃过程中塑性变形的能量耗散; r'_B 为楞纸1
中折叠元素的滚动半径; r'_D 为楞纸2中折叠元素的滚
动半径。

因为每种变形模式的比例很难确定,所以 ΔS 的
确定非常困难。每个变形模式都引入了一个比例因
子。基于此考虑,假设膜变形的滚动面积具有以下表
达式:

$$\Delta S = H^2 \cdot \psi(\theta) \quad (13)$$

其中:

$$\psi(\theta) = x \cdot \cot \frac{\theta}{2} + y \cdot \tan \frac{\theta}{2} + 2z \cdot \cot \frac{\theta}{2} \quad (14)$$

式中: ΔS 为变形过程楞纸的滚动半径所经过的
面积; x 、 y 和 z 分别为楞纸典型折叠单元分别发生不
对称变形模式、外折模式、内折模式的比例系数;
 $\psi(\theta)$ 为综合滚动面积相关的参数。

将方程(13)和(14)代入方程(9),可以得到
能量 W_B :

$$W_B = 8\pi M_B (l_B + L_B) + \frac{4M_B H^2 \cdot \psi_B(\theta)}{r'_B} \quad (15)$$

其中:

$$\psi_B(\theta) = x_B \cot \frac{\theta_B}{2} + y_B \tan \frac{\theta_B}{2} + 2z_B \cot \frac{\theta_B}{2} \quad (16)$$

将方程(13)和(14)代入方程(11),可以得
到能量 W_D :

$$W_D = 8\pi M_D (l_D + L_D) + \frac{4M_D H^2 \cdot \psi_D(\theta)}{r'_D} \quad (17)$$

其中:

$$\psi_D(\theta) = x_D \cot \frac{\theta_D}{2} + y_D \tan \frac{\theta_D}{2} + 2z_D \cot \frac{\theta_D}{2} \quad (18)$$

将方程式(6)、(7)、(8)、(15)和(17)代入
方程(5),得到:

$$W = 4\pi(M_A + M_C)t_B + 4\pi(M_C + M_E)t_D + 8\pi M_B (l_B + L_B) + \frac{4M_B H^2 \cdot \psi_B(\theta)}{r'_B} + 8\pi M_D (l_D + L_D) + \frac{4M_D H^2 \cdot \psi_D(\theta)}{r'_D} \quad (19)$$

假设 $\frac{M_A}{M_B} = a$, $\frac{M_C}{M_B} = b$, $\frac{M_C}{M_D} = c$, $\frac{M_E}{M_D} = d$, 等式

(19)可以简化为:

$$W = 4\pi M_B (a + b)t_B + 4\pi M_B (c + d)t_D + 8\pi M_B (l_B + L_B) + \frac{4M_B H^2 \cdot \psi_B(\theta)}{r'_B} + \frac{4}{c} \frac{b}{M_B} M_B H^2 \cdot \psi_D(\theta) \quad (20)$$

$$8\pi \frac{b}{c} M_B (l_D + L_D) + \frac{4}{c} \frac{b}{M_B} M_B H^2 \cdot \psi_D(\theta)$$

将方程(20)代入方程(4),得出:

$$\frac{P_m \times k}{M_B} = \frac{2\pi(2l_B + 2L_B + at_B + bt_D)}{H} + \frac{2H\psi_B(\theta)}{r'_B} + \frac{2\pi\left(2\frac{b}{c}l_D + 2\frac{b}{c}L_D + ct_D + dt_D\right)}{H} + \frac{2H\psi_D(\theta)}{r'_D} \quad (21)$$

折叠半波长 H 可由平均压溃力的平衡条件确定:

$$\frac{\partial P_m}{\partial H} = 0 \quad (22)$$

因此,

$$H = \sqrt{\frac{\pi \cdot r'_B r'_D \left[(2l_B + 2L_B) + (a+b)t_B + (2l_D + 2L_D) \frac{b}{c} + (c+d) \frac{b}{c} t_D \right]}{\psi_B(\theta) r'_D + \frac{b}{c} \psi_D(\theta) r'_B}} \quad (23)$$

将方程 (23) 代入方程 (4), 典型折叠单元的平均压溃力为:

$$P_m = \frac{4M_B}{k} \cdot \left[2l_B + 2L_B + (a+b)t_B + (2l_D + 2L_D) \frac{b}{c} + (c+d) \frac{b}{c} t_D \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\pi \left(\psi_B(\theta) r'_D + \frac{b}{c} \psi_D(\theta) r'_B \right)}{r'_B r'_D}} \quad (24)$$

平台应力 σ 等于 P_m 除以典型折叠单元截面的面积, 即:

$$\sigma = \frac{P_m}{S} = \frac{\sigma_B \delta_B^2}{k(t_B h_B + t_D h_D)} \sqrt{\frac{\pi \left[\psi_B(\theta) r'_D + \frac{b}{c} \psi_D(\theta) r'_B \right]}{r'_B r'_D}} \cdot \left[2l_B + 2L_B + (a+b)t_B + (2l_D + 2L_D) \frac{b}{c} + (c+d) \frac{b}{c} t_D \right]^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

1.3.2 七层瓦楞纸板理论模型

七层瓦楞纸板的内部能量耗散为:

$$W = W_A + W_B + W_C + W_D + W_E + W_F + W_G \quad (26)$$

式中: W_A 为面纸的能量耗散; W_B 为楞纸 1 的能量耗散; W_C 为中纸 1 的能量耗散; W_D 为楞纸 2 的能量耗散; W_E 为中纸 2 的能量耗散; W_F 为楞纸 3 的能量耗散; W_G 为里纸的能量耗散。

与五层瓦楞纸板的分析过程类似, 可得到各层所耗散的能量为:

$$W_A = 4\pi M_A t_B \quad (27)$$

$$W_G = 4\pi M_G t_F \quad (28)$$

$$W_C = 4\pi M_C t_B + 4\pi M_C t_D \quad (29)$$

$$W_E = 4\pi M_E t_D + 4\pi M_E t_F \quad (30)$$

$$W_B = 8\pi M_B (l_B + L_B) + \frac{4M_B H^2 \cdot \psi_B(\theta)}{r'_B} \quad (31)$$

其中:

$$W = 4\pi M_B (a+b)t_B + 4\pi M_B \left(b + \frac{bd}{c} \right) t_D + 4\pi M_B \left(\frac{bd}{c} + \frac{bdg}{cf} \right) t_F + 8\pi M_B (l_B + L_B) + \frac{4M_B H^2 \cdot \psi_B(\theta)}{r'_B} + 8\pi \frac{b}{c} M_B (l_D + L_D) + \frac{4}{c} \frac{M_B H^2 \cdot \psi_D(\theta)}{r'_D} + 8\pi \frac{bd}{cf} M_B (l_F + L_F) + \frac{4}{cf} \frac{M_B H^2 \cdot \psi_F(\theta)}{r'_F} \quad (37)$$

将方程 (37) 代入方程 (4) 可得典型折叠单元的平均压溃力为:

$$P_m = \frac{4M_B}{k} \cdot \left[2l_B + 2L_B + (a+b)t_B + 2 \frac{b}{c} l_D + 2 \frac{b}{c} L_D + \left(b + \frac{bd}{c} \right) t_D + 2 \frac{bd}{cf} l_F + 2 \frac{bd}{cf} L_F + \left(\frac{bd}{c} + \frac{bdg}{cf} \right) t_F \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\pi r'_D r'_F \psi_B(\theta) + \frac{b}{c} r'_B r'_F \psi_D(\theta) + \frac{bd}{cf} r'_B r'_D \psi_F(\theta)}{r'_B r'_D r'_F}} \quad (38)$$

平台应力 σ 为:

$$\sigma = \frac{P_m}{S} = \frac{\sigma_B \delta_B^2}{k(t_B h_B + t_D h_D + t_F h_F)} \cdot \sqrt{\frac{\pi \left(r'_D r'_F \psi_B(\theta) + \frac{b}{c} r'_B r'_F \psi_D(\theta) + \frac{bd}{cf} r'_B r'_D \psi_F(\theta) \right)}{r'_B r'_D r'_F}} \cdot \left[2l_B + 2L_B + (a+b)t_B + 2 \frac{b}{c} l_D + 2 \frac{b}{c} L_D + \left(b + \frac{bd}{c} \right) t_D + 2 \frac{bd}{cf} l_F + 2 \frac{bd}{cf} L_F + \left(\frac{bd}{c} + \frac{bdg}{cf} \right) t_F \right]^{\frac{1}{2}} \quad (39)$$

$$\psi_B(\theta) = x_B \cot \frac{\theta_B}{2} + y_B \tan \frac{\theta_B}{2} + 2z_B \cot \frac{\theta_B}{2} \quad (32)$$

$$W_D = 8\pi M_D (l_D + L_D) + \frac{4M_D H^2 \cdot \psi_D(\theta)}{r'_D} \quad (33)$$

其中:

$$\psi_D(\theta) = x_D \cot \frac{\theta_D}{2} + y_D \tan \frac{\theta_D}{2} + 2z_D \cot \frac{\theta_D}{2} \quad (34)$$

$$W_F = 8\pi M_F (l_F + L_F) + \frac{4M_F H^2 \cdot \psi_F(\theta)}{r'_F} \quad (35)$$

$$\psi_F(\theta) = x_F \cot \frac{\theta_F}{2} + y_F \tan \frac{\theta_F}{2} + 2z_F \cot \frac{\theta_F}{2} \quad (36)$$

将等式 (27) — (31)、(33)、(35) 代入方程 (26),

并假设 $\frac{M_A}{M_B} = a$, $\frac{M_C}{M_B} = b$, $\frac{M_C}{M_D} = c$, $\frac{M_E}{M_D} = d$,

$\frac{M_E}{M_F} = f$, $\frac{M_G}{M_F} = g$, 可以得到:

2 试验

2.1 材料与仪器

试验所用材料由达成包装制品(苏州)有限公司提供,本文选用的是五层 AB 型瓦楞纸板和七层 ABE 型瓦楞纸板。五层 AB 型瓦楞纸板的定量分别为 160、120、55、120、120 g/m²,瓦楞纸板的总楞高为 6.228 mm,五层瓦楞纸板各层厚度见表 1,五层瓦楞纸板梯形元素尺寸见表 3。七层 ABE 型瓦楞纸板的原纸定量分别为 160、85、55、100、55、130、130 g/m²,瓦楞纸板的总楞高为 7.830 mm,七层瓦楞纸板各层厚度见表 2,七层瓦楞纸板梯形元素尺寸见表 4。

仪器: E43.104 微机控制电子万能试验机,美特斯 MTS 工业系统(中国)有限公司; RQH-350 型人工气候箱,上海右一仪器有限公司。

2.2 试验过程

使用边压取样仪将瓦楞纸板裁切成长度为 100 mm,厚度为 25 mm 的样品,使用裁切刀将瓦楞原纸裁切为 12.7 mm × 152 mm 的样条。将所有样品在温度为 (23±1)°C 和相对湿度为 (50±2)% 下预处理超过 48 h,实验环境也处于相同的温度和湿度条件下^[19]。

原纸拉伸试验用于确定极限应力。实验在 E43.104 微机控制电子万能试验机上进行(图 12a)。设定夹具之间的距离为 60 mm,加载速度为 (1±0.2) mm/min,进行十次重复测试^[20]。

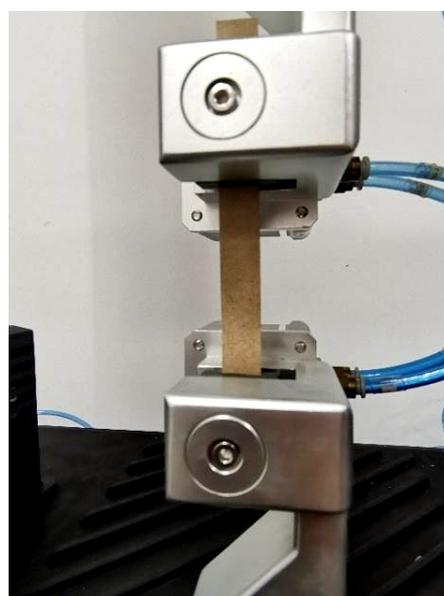
瓦楞纸板的准静态轴向压溃试验用于确定平台应力。E43.104 微机控制电子万能试验机上进行(图 12b)。设定加载速度为 (12.5±2.5) mm/min,终点应变设定为 85%,进行 5 次重复试验^[21]。

3 结果与讨论

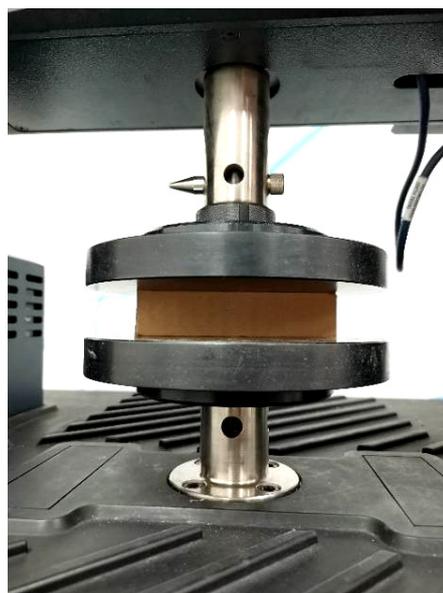
五层和七层纸板对应的瓦楞原纸的拉伸试验结果见图 13,根据试验结果得到纸板对应各层原纸的极限应力(表 1 和表 2)。五层和七层瓦楞纸板各 5 个样品,在准静态轴向压缩下的应力-应变曲线见图 14。最终得到的平台应力试验结果见表 5—6。实验结果表明,多层瓦楞纸板各楞纸的主变形模式各不相同。对于五层纸板,B 层主要发生内折叠模式,D 层主要发生不对称变形模式;对于七层纸板,B 层主要发生内折叠模式,D 层主要发生不对称变形模式,F 层主要发生外折叠模式。

假设各楞纸的主变形模式的比率系数占据折叠模式的全部比例,即:当楞纸主要发生不对称变形模式时,则 x 、 y 和 z 的值分别设置为 1、0 和 0;当楞纸主要发生外折叠模式时,则 x 、 y 和 z 的值分别设置为 0、1 和 0;当楞纸主要发生内折叠模式时,则 x 、 y 和 z 的值分别设置为 0、0 和 1。

到目前为止,方程(25)和方程(39)中的所有参数可以得到,除了有效压溃距离系数 k 。一些研究人员研究结果表明 k 为 0.70~0.75^[11,22]范围内的任意值,因此假定对于所有中心角 k 值都恒定为 0.70。将相应参数代入式(25)及式(39),得到准静态轴向压溃下 UV 形瓦楞板平台应力的理论预测结果。理论与实验获得的值进行了比较,见表 5—6。从多层瓦楞纸板的理论预测值和实验值结果可以看出,相对误差范围为 0.671%~6.879%,平均误差小于 6.00%。总体上来说理论预测结果与实验值一致,证明了所提出的多层纸板在准静态轴向压溃下理论模型的准确性。也就是说,面黏合是瓦楞纸板简化模型分析过程中不可忽视的一个重要因素。



a 原纸拉伸试验



b 纸板轴向压溃试验

图 12 试验过程
Fig.12 Test flow

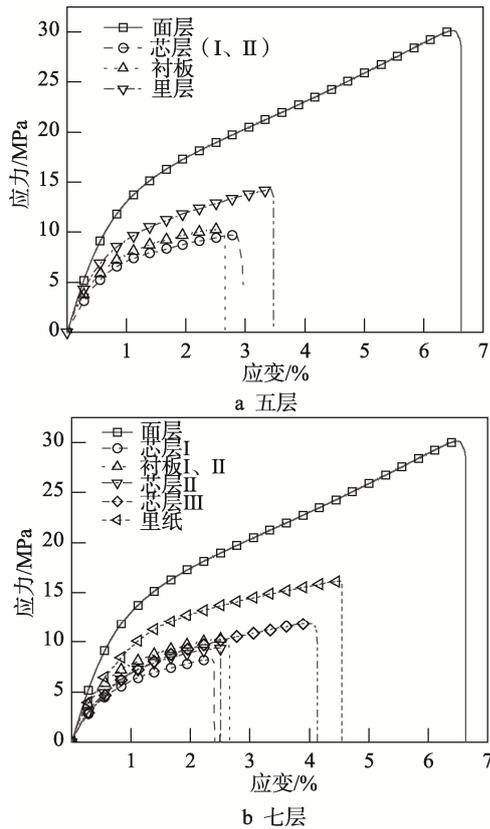


图 13 原纸拉伸试验结果
Fig.13 Tensile stress-strain curve of raw paper

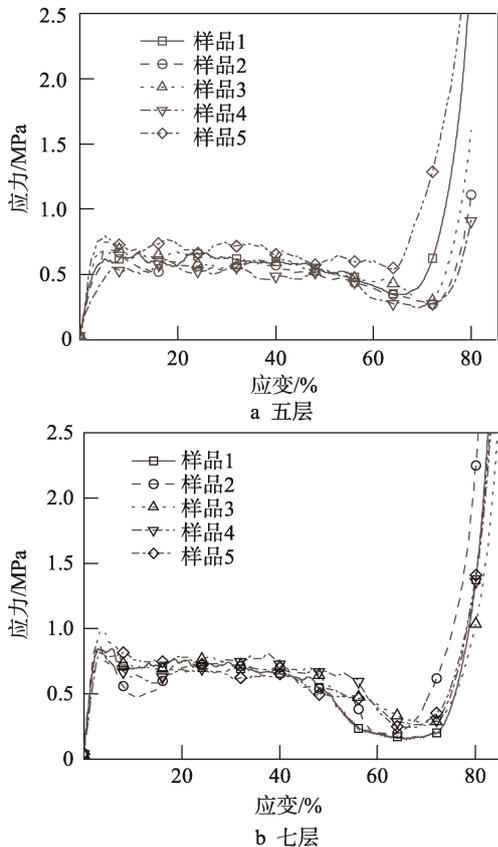


图 14 多层瓦楞纸板准静态轴向压溃应力-应变曲线图
Fig.14 Stress-strain curves of corrugated cardboard

表 1 五层瓦楞纸板各层参数
Tab.1 Parameters of each layer five-layer corrugated board

层级	定量/(g·m ⁻²)	厚度/mm	极限应力/MPa
A	160	0.222	29.46
B	120	0.181	9.86
C	55	0.103	9.26
D	120	0.181	9.86
G	120	0.18	14.02

表 2 七层瓦楞纸板各层参数
Tab.2 Parameters of each layer of seven-layer corrugated board

层级	定量/(g·m ⁻²)	厚度/mm	极限应力/MPa
A	160	0.222	29.46
B	85	0.109	8.4
C	55	0.103	9.26
D	100	0.132	10.1
E	55	0.103	9.26
F	130	0.231	12
G	130	0.204	16.27

表 3 五层瓦楞纸板梯形元素尺寸
Tab.3 Parameters of trapezoid element of five-layer corrugated board

层级	L/mm	l/mm	t/mm	θ/(°)	δ/mm	h*/mm
B	2.15	2.2	7	52°	2.092	6.228
D	2.62	4	8.5	66°	4.136	

表 4 七层瓦楞纸板梯形单元尺寸
Tab.4 Parameters of trapezoid unit of seven-layer corrugated board

层级	L/mm	l/mm	t/mm	θ/(°)	δ/mm	h*/mm
B	0.500	1.80	4.00	34	1.391	
D	1.00	2.80	6.00	48	2.358	7.830
F	2.00	4.00	8.00	60	4.002	

表 5 五层瓦楞纸板实验数据与理论值差异
Tab.5 Difference between experimental data and theoretical value of the five-layer corrugated board

样品	理论值/MPa	实验值/MPa	相对误差/%
1		0.600	0.671
2		0.637	6.879
3	0.596	0.610	2.349
4		0.628	5.369
5		0.629	5.537
平均值		0.621	4.161

表6 七层瓦楞纸板实验数据与理论值差异
Tab.6 Difference between experimental data and theoretical value of the seven-layer corrugated board

样品	理论值/MPa	实验值/MPa	相对误差/%
1		0.671	4.115
2		0.621	3.757
3	0.645	0.671	4.082
4		0.672	4.132
5		0.630	2.369
平均值		0.653	3.691

4 结语

文中以瓦楞纸板为研究对象,采用准静态轴向压溃实验与理论分析相结合的方式,研究了多层瓦楞纸板的轴向压溃模型,经分析得到结论如下。

1) 瓦楞纸板的简化模型中,面黏合被假设为代表瓦楞纸板楞纸和相邻层之间的相互作用,经分析,面黏合是瓦楞纸板简化模型理论分析过程中不可忽视的一个重要因素。

2) 在角单元理论基础上,提出了多层纸板的典型折叠单元模型,并获得了压溃力与平台应力,结果表明,压溃力与平台应力与楞纸的不同折叠模式有关。

文中所提出的理论模型和实验结果之间的比较呈现出高度一致性,研究结果将有助于波纹结构刚度设计和参数选择,以满足不同的强度要求。

参考文献:

- [1] 吉美娟, 郭彦峰, 付云岗, 等. 纸瓦楞-蜂窝复合夹层结构的跌落冲击缓冲性能研究[J]. 工程力学, 2020, 37(10): 247-256.
JI Mei-juan, GUO Yan-feng, FU Yun-gang, et al. Study on Drop Impact Cushioning Performance of Paper corrugated-Honeycomb Composite Sandwich Structure[J]. Engineering Mechanics, 2020, 37(10): 247-256.
- [2] ZHANG Z, LEI H, XU M, et al. Out-of-plane Compressive Performance and Energy Absorption of Multi-layer Graded Sinusoidal Corrugated Sandwich Panels[J]. Materials & Design, 2019, 178: 107858.
- [3] GARBOWSKI T, GAJEWSKI T, GRABSKI J K. Torsional and Transversal Stiffness of Orthotropic Sandwich Panels[J]. Materials (Basel, Switzerland), 2020, 13(21): 5016.
- [4] GARBOWSKI T, GAJEWSKI T, GRABSKI J K. Estimation of the Compressive Strength of Corrugated Cardboard Boxes with Various Perforations[J]. Energies, 2021, 14(4): 1095.
- [5] 宋卫生, 薛阳, 边文慧, 等. 瓦楞纸板楞形参数对力学性能的影响[J]. 包装工程, 2020, 41 (17): 147-151.
SONG Wei-sheng, XUE Yang, BIAN Wen-hui, et al. Influence of Corrugated Parameters of Corrugated Board on Mechanical Properties[J]. Packaging Engineering, 2020, 41(17): 147-151.
- [6] 李雪佳, 钱静, 张敏, 等. X-PLY 型瓦楞纸板与原纸强度关系的研究[J]. 包装工程, 2019, 40(13): 38-45.
LI Xue-jia, QIAN Jing, ZHANG Min, et al. Strength Relationship between X-PLY Corrugated Board and Base Paper[J]. Packaging Engineering, 2019, 40(13): 38-45.
- [7] GONG Gui-fen, LIU Yu-shan, FAN Bo, et al. Deformation and Compressive Strength of Corrugated Cartons under Different Indentation Shapes: Experimental and Simulation Study[J]. Packaging Technology and Science, 2020, 33(6): 215-226.
- [8] TOMASZ G, TOMASZ G, NATALIA S, et al. Crushing of Double-Walled Corrugated Board and Its Influence on the Load Capacity of Various Boxes[J]. Energies, 2021, 14(14): 4321.
- [9] JAMSARI M A, KUEH C, GRAY-STUART E M, et al. Modelling the Impact of Crushing on the Strength Performance of Corrugated Fibreboard[J]. Packaging Technology and Science, 2020, 33(4/5): 159-170.
- [10] TOMASZ W. Crushing Analysis of Metal Honeycombs[J]. International Journal of Impact Engineering, 1983, 1(2): 157-174.
- [11] CHEN Wei-gang, WIERZBICKI T. Relative Merits of Single-Cell, Multi-Cell and Foam-Filled Thin-Walled Structures in Energy Absorption[J]. Thin-Walled Structures, 2001, 39(4): 287-306.
- [12] LI Xue, WANG Jun, HUANG Chong-xing, et al. Mathematical Models for Predicting the Quasi-Static Stress Characteristics of Corrugated board with Sinusoidal Core along the Longitudinal Compression[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2018, 149: 136-149.
- [13] LI Xue, WANG Jun, GAO De, et al. A Theoretical and Experimental Study on Corrugated board Crushing under Quasi-Static Loadings[J]. Packaging Technology and Science, 2018, 31(10): 641-651.
- [14] ZHANG Xiong, ZHANG Hui. Theoretical and Numerical Investigation on the Crush Resistance of Rhombic and Kagome Honeycombs[J]. Composite Structures, 2013, 96: 143-152.
- [15] BAI Jing, WANG Jun, PAN Liao, et al. Quasi-Static

- Axial Crushing of Single Wall Corrugated board[J]. Composite Structures, 2019, 226: 111237.
- [16] FAN Z, LU G, YU T X, et al. Axial Crushing of Triangular Tubes[J]. International Journal of Applied Mechanics, 2013, 5(1): 1350008.
- [17] WANG Z, LIU J, YAO S. On Folding Mechanics of Multi-Cell Thin-Walled Square Tubes[J]. Composites Part B: Engineering, 2018, 132: 17-27.
- [18] ABRAMOWITZ W, WIERZBICKI T. Axial Crushing of Multi Corner Sheet Metal Columns[J]. Journal of Applied Mechanics, 1989, 56: 113-120.
- [19] GB/T 4857.2—2005, 包装 运输包装件基本试验第 2 部分: 温湿度调节处理[S].
GB/T 4857.2-2005, Packaging-Basic Tests for Transport Packages- Part 2:Temperature and Humidity Conditioning[S].
- [20] GB/T 12914—2018, 纸和纸板 抗张强度的测定 恒速拉伸法(20 mm/min)[S].
GB/T 12914-2018, Paper and board—Determination of Tensile Properties—Constant Rate of Elongation Method (20 mm/min) [S].
- [21] GB/T 6546—2021, 瓦楞纸板 边压强度的测定[S].
GB/T 6546-2021, Corrugated Fibreboard-Determination of Edgewise Crush Resistance[S].
- [22] KIM H S. New Extruded Multi-Cell Aluminum Profile for Maximum Crash Energy Absorption and Weight Efficiency[J]. Thin-Walled Structures, 2002, 40(4): 311-327.

责任编辑: 曾钰婵