林玉龙<sup>1,2</sup>, 薛涛<sup>3</sup>, 卜凡华<sup>1,2</sup>, 张睿<sup>1,2</sup>

(1.北京印刷学院,北京 102600; 2.数字化印刷装备北京市重点实验室,北京 100005;3.中国北方车辆研究所,北京 100072)

摘要:目的 准确地反映卷筒纸折页机构的动态特性及砍刀与纸张之间的动态接触激励。方法 基于刚柔 耦合理论,建立卷筒纸刀式折页机构刚柔耦合动力学模型,将砍刀臂与纸张作为柔性体,研究折页机构 刚柔耦合动态特性。结果 建立了刚性折页机构的运动学解析模型,得到连杆与砍刀臂铰接处的位移、 速度及从动件角速度的解析值,与刚柔耦合分析值对比,验证了刚柔耦合模型的合理性;而后,对砍刀 臂的变形与砍刀头的横向位移之间的关系进行分析,确定了折页机构在保证折页精度时的最大转速;进 而分析了砍刀与纸张之间的动态接触激励,确定了砍刀的工作载荷;最后,建立了刚性折页机构动力学 解析模型,与刚柔耦合模型分析值对比,发现当折页机构转速大于 25 000 r/h 时,两者支座反力的偏差 比较显著,不能忽略砍刀臂变形的影响。结论 该研究对卷筒纸折页机构的仿真及试验研究具有一定的 参考价值。

关键词:折页机构;刚柔耦合;运动学;动力学 中图分类号:TS803.6;TP391.9 文献标识码:A 文章编号:1001-3563(2023)09-0297-09 DOI:10.19554/j.cnki.1001-3563.2023.09.036

# **Rigid-flexible Coupling Modeling and Dynamic Characteristic Analysis of Web Paper Folding Mechanism**

LIN Yu-long<sup>1,2</sup>, XUE Tao<sup>3</sup>, BU Fan-hua<sup>1,2</sup>, ZHANG Rui<sup>1,2</sup>

 Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing 102600, China; 2. Beijing Key Laboratory of Digitalized Printing Equipment, Beijing 100005, China; 3. China North Vehicle Research Institute, Beijing 100072, China)

**ABSTRACT:** The work aims to reflect the dynamic characteristics of web paper folding mechanism and the dynamic contact excitation between machete and paper accurately. Based on the rigid-flexible coupling theory, a rigid-flexible coupling dynamic model of the web paper knife-type folding mechanism was established. With the machete arm and the paper as flexible bodies, the rigid-flexible coupling dynamic characteristics of the folding mechanism were studied. The kinematic analytical model of the rigid folding mechanism was established. The displacement, velocity and angular velocity of the followers at the joint of the connecting rod and the machete arm were obtained and compared with the rigid-flexible coupling analysis value to verify the rationality of the rigid-flexible coupling model. Then, the relationship between the deformation of the machete arm and the lateral displacement of the machete head was analyzed to determine the maximum rotation speed of the folding mechanism to ensure the folding accuracy. Furthermore, the dynamic

收稿日期: 2022-07-27

**基金项目:**北京印刷学院基础研究项目(Eb202003);国家重点研发计划(2019YFB1707202);北京印刷学院学科建设和 研究生教育专项(21090122001)

作者简介:林玉龙(1989-),男,博士,讲师,主要研究方向为数字化设计。

contact excitation between the machete and the paper was analyzed, and the working loads of the machete were determined. Finally, the dynamic analytical model of the rigid folding mechanism was established. Compared with the analytical values of the rigid-flexible coupling model, it was found that when the rotation speed of the folding mechanism was greater than 25 000 r/h, the deviation of the two support reaction forces was significant. Therefore, the effect of the machete arm deformation should not be ignored. The study has certain reference value for simulation and experimental research of web paper folding mechanism.

KEY WORDS: folding mechanism; rigid-flexible coupling; kinematics; dynamics

多体系统根据其物体的力学特性不同可分为刚 性多体系统、柔性多体系统和刚柔耦合多体系统<sup>[1]</sup>。 刚性多体系统往往忽略系统中物体的弹性变形而将 其作为刚体来处理,该类系统常处于低速运动状态。 柔性多体系统指系统在运动过程中会出现物体的大 范围运动与物体弹性变形的耦合,从而必须把物体当 作柔性体处理的系统。如果刚性多体系统中有部分物 体可以当作柔性体来处理,该系统就是刚柔耦合多体 系统,这是多体系统中最普遍的模型。

对于卷筒纸刀式折页机构,纸张属于典型的柔性体;砍刀臂为跨度较大的长臂薄壁结构,当折页机构 高速工作时,砍刀臂在自重、负载及惯性力矩的影响 下会发生一定程度的柔性变形。故将卷筒纸折页机构 作为刚柔耦合多体系统来研究是必然的选择。然而, 目前关于卷筒纸刀式折页机构的相关研究,通常将其 简化为刚性系统<sup>[2-3]</sup>,忽略了薄弱部件的变形,并且 砍刀与纸张之间的工作载荷也无法确定。针对以上问 题,本文基于刚柔耦合理论,建立砍刀臂与纸张为柔 性体、其他部件为刚性体的多刚柔耦合动力学模型, 分析折页机构刚柔耦合动态特性及砍刀与柔性纸张 的动态接触激励。

### 1 折页机构刚柔耦合动力学建模

刚柔耦合模型的分析通常取一个或多个刚性体 部件进行柔性化处理,然后同多个刚性体通过不同的 约束构成一个新的稳定系统<sup>[4]</sup>。对于卷筒纸刀式折页 机构,纸张属于典型的柔性体;砍刀臂为跨度较大的 长臂薄壁结构,当折页机构高速工作时,砍刀臂所受 载荷较大,其变形也是不容忽视的。因此,建模时需 将纸张和砍刀臂处理为柔性体,其他部件仍为刚性 体,进而建立刚柔耦合动力学模型。刚柔耦合动力学 模型能更准确地反映折页机构的动态特性及砍刀与 纸张之间的动态接触激励。

# 1.1 折页机构刚体模型的建立

卷筒纸折页机构的结构如图 1 所示,其主要由飞 轮、连杆、砍刀臂、辊子、墙板等部件组成。砍刀臂 在曲柄和连杆的带动下做往复摆动,砍刀装在砍刀臂 上,输纸台传送带把纸张输送到砍刀下方,由砍刀将





 1.变速箱 2.连杆 3.砍刀 4.辊子 5.飞轮 6.砍刀臂 7.刀体座 8.输纸台 9.墙板。
 图 1 卷筒纸折页机构结构示意 Fig.1 Structural diagram of web paper folding mechanism

在三维建模软件 Creo 中建立折页机构各部件的 三维刚性模型。然后将各零部件进行装配得到三维多 刚体模型,如图 2 所示,将其保存成 parasolid 格式 导入到多体动力学分析软件 ADAMS 中。



图 2 卷筒纸折页机构三维刚体模型 Fig.2 3D rigid model of web paper folding mechanism

## 1.2 折页机构柔性部件的建立

目前主要有 3 种方法可以获取本文所需砍刀臂 和纸张的柔性体<sup>[5-6]</sup>:通过离散刚性部件进行柔性连 接的方法来建立柔性体,但是会产生较大的误差;通 过拉伸法或几何外形描述法来实现柔性体的创建,但 仅适用于简单模型;利用有限元软件完成部件的柔性 化处理, 然后生成 mnf 模态中性文件, 该方法适用范 围广且精度较高。考虑到砍刀臂的结构和纸张的材料 比较复杂,因此采用第3种方法,利用 ANSYS 刚性 区域法进行柔性体的建立[7-8],生成模态中性文件导 入 ADAMS 中。

### 1.2.1 建立柔性砍刀臂模型

1)将砍刀臂的三维实体模型导入 ANSYS 软件 中,设置单元类型、材料属性并完成结构化网格的划 分。砍刀臂材料选用 45<sup>#</sup>钢,弹性模量为 209 GPa, 泊松比为 0.269, 材料密度为 7 850 kg/m<sup>3</sup>, 单元类型 设置为 solid186, 划分后网格单元数为 64 666, 节点 数为18199、网格划分效果如图3所示。



图 3 砍刀臂网格划分 Fig.3 Meshing of machete arm

2)分别选择砍刀臂 2个铰接处的中心节点,生 成 2 个微小的质量单元,单元类型选择为 mass21, 单元属性为 mass21p, 为了使其质量不影响砍刀臂的 质量分布,将 mass21 质量单元属性值取极小的值。 然后将中心节点作为主节点与各自周围从节点组成 刚性区域,刚性区域是柔性体在 ADAMS 中与外界连 接的不变形区域; 通过 GUI 命令 Preprocessor> Coupling/Ceqn>Rigid Region, 先选择中心主节点, 再 选择该节点周围节点与之相连,生成的刚性区域如图 4 所示。

3) ANSYS 软件的宏命令 adams.mac 可以生成所 需柔性砍刀臂的模态中性文件,通过 GUI 命令 Solution>ADAMS Connection>Export to ADAMS 生成 \*.mnf 文件, 将刚性区域的主节点创建为接口节点; 在 ADAMS 中, 当需要对砍刀臂关联运动副时, 相应 的约束将添加在接口节点上。

#### 1.2.2 建立柔性纸张模型

1)本文的研究对象为正度16开787号纸张。由 于折页机构砍刀将纸张推入辊子的过程中,纸张处于 弹性变形阶段,又有相关研究表明纸张近似具有正交 各向异性的特点<sup>[9]</sup>,所以纸张的材料类型选择为线弹 性正交各向异性材料,参考文献[10-12]的相关参数, 确定纸张的材料属性如表1所示。



图 4 刚性区域 Fig.4 Rigid areas

纸张属于薄片结构且具有微小的弯曲挺度,采 用 shell181 壳单元进行网格划分,纸张单元边长为 1 mm, 壳厚为 0.1 mm。划分后网格单元数为 2 491, 节点数为2477。

2)同上述砍刀臂的刚性区域生成方法,在 16 开纸张模型的 4 个角的节点处生成 4 个微小的质量 单元,将其作为主节点与各自周围的从节点组成刚 性区域。

3) 通过 Ansys 软件的宏命令 adams.mac 生成柔 性纸张模型的模态中性文件,将纸张刚性区域的主节 点创建为接口节点;在ADAMS中,在4个刚性区域 的主节点上添加力矢,以模拟输纸台皮带对纸张的摩 擦力,刚性区域的主节点如图5所示。

#### 折页机构刚柔耦合模型的建立 1.3

ADAMS/Flex 模块提供了 ANSYS 与 ADAMS 之 间的双向数据交换接口[13-14],通过该接口将模态中 性文件导入 1.1 节折页机构的三维刚体模型中。将柔 性砍刀臂替换刚体模型中的刚性砍刀臂,将柔性纸 张布置在输纸台的正确位置上。然后为各部件添加 约束,为了提高分析效率,将不影响传动的部件进 行隐藏。简化后的折页机构各部件约束关系如表 2 所示。

Tab.1 Properties of paper material										
纸张尺寸/mm	密度/(kg·m <sup>-3</sup> ) -	弹性模量/MPa		泊松比		剪切模量/MPa				
		$E_x$	$E_y$	$E_z$	$\gamma_{xy}$	$\gamma_{yz}$	$\gamma_{xz}$	$G_{xy}$	$G_{yz}$	$G_{zx}$
260×185×0.1	960	2940	1500	15	0.34	0.01	0.01	807	14.85	14.63

纸张材料属性



图 5 纸张刚性区域主节点 Fig.5 Master nodes in rigid areas of paper model

表 2 各部件之间约束关系 Tab.2 Constraint relationships between components

序号	部件	约束	序号	部件	约束
1	飞轮-大地	转动副 Revolute	7	砍刀-纸张	接触 Contact
2	飞轮连杆	转动副 Revolute	8	纸张 输纸台	接触 Contact
3	连杆– 砍刀臂	转动副 Revolute	9	纸张	力矢 Force vector
4	底座– 砍刀臂	转动副 Revolute	10	输纸台- 大地	固定副 Fixed
5	砍刀– 砍刀臂	固定副 Fixed	11	辊子大地	转动副 Revolute
6	底座大地	固定副 Fixed			

最终,生成的折页机构刚柔耦合动力学模型如图 6 所示。



图 6 折页机构刚柔耦合动力学模型 Fig.6 Rigid-flexible coupling dynamic model of folding mechanism

# 2 折页机构动态特性分析

建立折页四杆机构运动学方程,将运动学解析值 与刚柔耦合模型计算值进行对比,以验证折页机构刚 柔耦合模型建模及约束关系的合理性。十六开刀式折 页机构实质上是一曲柄摇杆机构,其运动简图及坐标 系如图7所示。



图 7 折页机构运动简图 Fig.7 Movement diagram of folding mechanism

# 2.1 折页四杆机构运动学分析

通过平面四杆机构的封闭矢量方程,得到该四杆 机构的运动方程为:

ł	$ \int l_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot \cos \theta_2 + l_3 \cdot \cos \theta_3 - l_4 = 0 $	(1)
	$[l_1 \cdot \sin \theta_1 + l_2 \cdot \sin \theta_2 - l_3 \cdot \sin \theta_3 = 0$	
E	由式(1)对时间求导,可得角速度关系式为	]:
	$\int l_1 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin \theta_1 + l_2 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot \sin \theta_2 + l_3 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \sin \theta_3 = 0$	(2)
	$l_1 \cdot \theta_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot \theta_2 \cdot \cos \theta_2 - l_3 \cdot \theta_3 \cdot \cos \theta_3 = 0$	
J	又式(2)对时间求导,可得角加速度关系式	为:
	$\left(l_1 \cdot \theta_1 \cdot \sin \theta_1 + l_1 \cdot \theta_1^{\bullet} \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot \theta_2 \cdot \sin \theta_2 + \right)$	
ļ	$l_2 \cdot \theta_2^2 \cdot \cos \theta_2 + l_3 \cdot \theta_3 \cdot \sin \theta_3 + l_3 \cdot \theta_3^2 \cdot \cos \theta_3 = 0$	(3)
	$l_1 \cdot \theta_1 \cdot \cos \theta_1 - l_1 \cdot \theta_1^2 \cdot \sin \theta_1 + l_2 \cdot \theta_2 \cdot \cos \theta_2 -$	(3)
į	$\left(l_2 \cdot \theta_2^2 \cdot \sin \theta_2 - l_3 \cdot \theta_3 \cdot \cos \theta_3 + l_3 \cdot \theta_3^2 \cdot \sin \theta_3 = 0\right)$	
Ŧ	*中・1, 为曲柄的长度・ <b>A</b> , 为曲柄与相架的来	伯・

式中: $I_1$ 为曲帆的长度; $G_1$ 为曲帆与机架的夹角; $I_3$ 为摇杆的长度; $G_2$ 为连杆与机架的夹角; $I_3$ 为摇杆的长度; $I_4$ 为机架的长度; $G_3$ 为摇杆 3 与机架 4 的夹角。

折页四杆机构的各部件的长度参数如表 3 所示。 曲柄匀速转动,转速 $\omega_1$ 为 36 000 r/h;初始条件为  $\theta_1=70^\circ$ , $\theta_2=0^\circ$ , $\theta_3=29^\circ$ 。将数据代入式(1)—(3) 中得到四杆机构的运动特性解析值。

表 3 四杆机构长度参数 Tab.3 Parameters of four-bar mechanism

曲柄	连杆	摆杆	机架	砍刀
$l_1/mm$	$l_2/\text{mm}$	$l_3/\text{mm}$	$l_4$ /mm	<i>l</i> <sub>5</sub> /mm
63.5	160.5	432	455.5	60

求解折页机构的刚柔耦合模型,在 ADAMS 软件 中测得从动件的运动特性仿真值,并与上述解析值进 行对比。对比结果如图 8 所示,仿真值与解析值的时



图 8 刚柔耦合模型仿真值与解析值对比 Fig.8 Comparison between simulation value of rigid-flexible coupling model and analytical value

间步均为1000步。分析可知,连杆与砍刀臂铰接处 C点的位移、速度,连杆和砍刀臂的角速度等运动 特性曲线解析解与仿真值规律吻合良好,验证了折 页机构刚柔耦合建模与约束关系的合理性。图8d中, 由连杆的角加速度解析值与刚柔耦合模型求解结果 对比可知,两者的平均偏差为9.6 rad/s<sup>2</sup>,平均偏差率 为1.2%;由砍刀臂的角加速度解析值与刚柔耦合模 型求解结果对比可知,两者的平均偏差为0.38 rad/s<sup>2</sup>, 平均偏差率为1.56%;砍刀臂的变形对角加速度有 一定的影响。

### 2.2 砍刀头横向位移偏差与转速关系确定

砍刀臂的变形会引起砍刀头运动轨迹的微小变动,这种变动将直接影响折页精度。砍刀头的纵向位移偏差影响砍刀折页时的深度,不会产生折偏现象,可以通过工作状态下对砍刀进行调试修正。然而,砍刀头的横向位移偏差直接影响折页的精度,并且很难调整。因此,有必要对砍刀臂的变形与砍刀头的横向 位移之间的关系进行分析。

砍刀头 E 点的位置( $x_E$ ,  $y_E$ )和各杆的几何位置关系可表示为:

$$\begin{cases} x_{\rm E} = l_4 - l_3 \cdot \cos \theta_3 + l_5 \cdot \cos(\beta - \theta_3) \\ y_{\rm E} = l_3 \cdot \sin \theta_3 + l_5 \cdot \sin(\beta - \theta_3) \end{cases}$$
(4)

式中: β为砍刀臂与砍刀之间的夹角,其大小为 80.25°。

当曲柄转速 *ω*<sub>1</sub> 为 36 000 r/h 时,刚性体折页机 构与刚柔耦合折页机构的砍刀头横向位移如图 9 所示。

由图 9 可以得到,当曲柄角度为 36°时,砍刀头的横向位移偏差最大,最大偏差值为 0.049 mm;最小偏差为 0 mm;切纸时的(曲柄转角为 0~67.9°和 337.3°~360°)平均偏差为 0.040 mm;当折页机构转速不断提高时,砍刀头横向位移偏差与转速之间的关系如表 4 所示。

折页机构实践经验表明,为保证较高的折页精 度,砍刀头横向变形量必须控制在 0.1 mm 以内<sup>[15]</sup>。 由表 4 可知,当曲柄转速小于等于 41 000 r/h 时,砍 刀头的横向变形量在允许范围内,折页机构能够满足 工作要求;当曲柄转速达到 42 000 r/h 时,砍刀臂的 横向变形最大偏差超过了允许值;当曲柄转速提高到 43 000 r/h 时,砍刀臂横向变形的最大偏差和平均偏 差均超过了允许值,折页精度无法得到保证。考虑可 能的运动副间隙及磨损的影响会一定程度加大砍刀 头的变形量,因此建议 N160 型刀式折页机构的极限 工作转速不超过 41 000 r/h。



图 9 砍刀横向位移 Fig.9 Lateral displacement of machete

表 4 砍刀头横向位移偏差与转速关系 Tab.4 Relationship between lateral displacement deviation and rotational speed of machete

转速/ _(10 <sup>3</sup> r·h <sup>-1</sup> )	最大偏差/mm	最小偏差/mm	平均偏差/mm
36	0.049	0	0.040
37	0.056	0	0.045
38	0.061	0	0.051
39	0.076	0	0.062
40	0.081	0	0.071
41	0.097	0	0.078
42	0.107	0	0.089
43	0.117	0	0.102

### 2.3 折页四杆机构动力学分析

#### 2.3.1 砍刀-纸张动态接触激励计算

由于砍刀与纸张之间的动态接触力较难通过试 验等手段获得,所以在折页机构的动力学分析中忽略 工作载荷是普遍做法。为解决该问题,利用折页机构 刚柔耦合模型来计算砍刀与纸张的动态接触激励,确 定砍刀的工作载荷。

参照 ADAMS 接触力各种材料碰撞参数表<sup>[16]</sup>, 折页机构刚柔耦合模型的砍刀与纸张、输纸台与纸张 之间的接触参数设置如下:接触刚度为 3 800 N/mm, 阻尼为 1.52 N·s/mm,力指数为 2,渗透深度为 0.1 mm, 动摩擦因数为 0.05,静摩擦因数为 0.08。利用 Step 函数在柔性纸张模型 4 个刚性区域的主节点上添加 点向拉力,用于模拟纸张与输纸台传送皮带之间的摩 擦力,其函数公式为 step(time,0,0,0,0,0,-2.15)+ step(time,0.01,0,0.055,0)+step(time,0.055,0,0.072,2.15)。 设置飞轮转速为 36 000 r/h,求解时间为 0.1 s,步数 为 1 000步。计算得到折页机构转动一周过程中砍刀 与纸张动态接触力。

在 0~0.072 s 的时间内, 纸张在点向拉力的作用 下沿着输纸台移动, 在 0.072 s 时, 纸张移动到砍刀 正下方并与砍刀接触;在 0.072~0.092 s 的时间内, 纸张与砍刀发生动态接触,纸张在砍刀的作用下发生 弹性变形,如图 10 所示;在 0.092 s 时砍刀到达最底 部,而后上升与纸张分离,纸张在辊子的碾压作用 下最终完成折纸动作。在后处理器中提取砍刀与纸 张的接触力,如图 11 所示。在曲柄转角为 336.82° (0.072 s)时,砍刀与纸张发生冲击接触, x 向的冲 击力为 120.78 N,而后砍刀与纸张动态接触,作用力 不断变化,在曲柄转角为 67.9°(0.092 s)时,砍刀 与纸张分离,接触力归 0;计算得到砍刀与 16 开柔 性纸张之间 x 向作用力的幅值均值为 39.6 N, y 向作 用力的幅值均值为 3.2 N。该作用力的确定可为折页 机构运动学解析模型提供力学边界数据。



图 10 砍刀-纸张动态接触 Fig.10 Dynamic contact of machete and paper



图 11 砍刀-纸张接触力 Fig.11 Contact force of machete and paper

#### 2.3.2 折页四杆机构动力学方程

对于折页机构,其受力分析简图如图 12 所示。 折页机构各部件结构参数如下:曲柄质量为  $m_1$ ,转 动惯量为  $J_{s1}$ ,质心  $S_1$ 的坐标为 $(x_{s1}, y_{s1})$ ,距 A 点距 离为  $l_{s1}$ ;连杆质量为  $m_2$ ,转动惯量为  $J_{s2}$ ,质心  $S_2$ 的坐标为 $(x_{s2}, y_{s2})$ ,距 B 点距离为  $l_{s2}$ ;砍刀臂质量为  $m_3$ ,转动惯量为  $J_{s3}$ ,质心  $S_3$ 的坐标为 $(x_{s3}, y_{s3})$ ,距 D点距离为  $l_{s3}$ ;  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$ 为铰链 A 处的约束反力在 x、 y 方向的分力;  $F_{Bx}$ 、 $F_{By}$ 为铰链 B 处的约束反力在 x、 *y*方向的分力;  $F_{Dx}$ 、 $F_{Dy}$ 为铰链 D 处的约束反力在 x、y方向的分力;  $F_{Ex}$ 和  $F_{Ey}$ 为砍刀折页时, 纸张对砍刀的 阻力在 x, y方向的分力; M为作用在曲柄上的力矩。



图 12 折页机构受力分析图 Fig.12 Stress analysis diagram of folding mechanism

对曲柄可列如下平衡方程:

$$F_{Ax} + F_{Bx} = m_1 \cdot x_{s1} - m_1 \cdot g$$
  

$$F_{Ay} + F_{By} = m_3 \cdot y_{s1}$$
  

$$F_{Bx} \cdot l_{s1} \cdot \sin \theta_1 + F_{Ay} \cdot (l_1 - l_{s1}) \cdot \cos \theta_1 -$$
(5)

$$F_{Ax} \cdot (l_1 - l_{s1}) \cdot \sin \theta_1 - F_{By} \cdot l_{s1} \cdot \cos \theta_1 - M = J_{s1} \cdot \theta$$
  
对连杆可列如下平衡方程:

$$-F_{Bx}' - F_{Cx}' = m_2 \cdot x_{s2} - m_2 \cdot g$$
  

$$-F_{Cy}' - F_{By}' = m_2 \cdot y_{s2}$$
  

$$F_{Bx}' \cdot (l_2 - l_{s2}) \cdot \sin \theta_2 + F_{Cy}' \cdot l_{s2} \cdot \cos \theta_2 -$$
(6)

$$F_{C_x} \cdot l_{s_2} \cdot \sin \theta_2 - F_{B_y} \cdot (l_2 - l_{s_2}) \cdot \cos \theta_2 = J_{s_2} \cdot \theta_2$$
  
对砍刀臂可列如下平衡方程:

$$\begin{cases} F_{Cx} + F_{Dx} = m_3 \cdot x_{s3} - m_3 \cdot g - F_{Ex} \\ \vdots \\ F_{Cy} + F_{Dy} = m_3 \cdot y_{s3} - F_{Ey} \\ F_{Cx} \cdot (l_3 - l_{s3}) \cdot \sin \theta_3 + F_{Cy} \cdot (l_3 - l_{s3}) \cdot \cos \theta_3 - \\ F_{Dx} \cdot l_{s3} \cdot \sin \theta_3 - F_{Dy} \cdot l_{s3} \cdot \cos \theta_3 = J_{s3} \cdot \theta_3 \end{cases}$$
(7)

折页四杆机构曲柄圆盘、连杆、砍刀臂等主要部

件的结构如图 13 所示,各部件的结构参数分析如下。



Fig.13 Structure diagram of main components of folding mechanism

1)曲柄圆盘的结构参数。曲柄圆盘的结构如图 13a 所示。曲柄长度  $l_1$ =63.5 mm,曲柄圆盘外径  $D_1$ =180 mm, 厚度  $d_1$ =54 mm,材料密度 $\rho$ =7 800 kg/m<sup>3</sup>,则其质量的 计算公式为  $m_1 = \pi \cdot D_1^2 \cdot H_1 \cdot \rho_1 / 4 = 10.72$  mm。通过静 平衡测试得到其质量偏心距离  $l_{s1}=0.05 l_1=3.17$  mm,转动 惯量  $J_{s1} = 1/12 \cdot m_1 \cdot D_1^2 + m_1 \cdot l_{s1}^2 = 2.90 \times 10^4$  kg·mm<sup>2</sup>。曲 柄的加速度、角加速度可由上述运动学求解结果获得。

2)连杆的结构参数。连杆的结构如图 13b 所示。 连杆的结构可视为等截面方杆,连杆长度  $l_2$ =160.5 mm, 宽度为  $b_2$ =40 mm, 厚度为  $d_2$ =20 mm, 材料密度  $\rho$ =7 800 kg/m<sup>3</sup>。则其质量的计算公式为:  $m_2$ =  $\rho \cdot (B_2 \cdot H_2 \cdot l_2 + \pi \cdot B_2^{-2} \cdot H_2/4);$ 其质心位于杆的中心位置, 质心距铰链 B 或 C 的中心距离  $l_{s2} = 0.5 \cdot l_2$ ;转动惯量  $J_{s2}$  计算公式为  $J_{s2} = 1/12 \cdot m_2 \cdot l_2^{-2}$ 。连杆的加速度、角 加速度可由上述运动学求解结果获得。

3) 砍刀臂的结构参数。砍刀臂的结构如图 13c 所示。由于砍刀臂的结构复杂,其质量  $m_3$ 和质心位置均由现场测量获得。测得砍刀臂的质量  $m_3 = 9.61$  kg,质心距 D 点距离  $l_{s3} = 0.41 \cdot l_3$ ,转动惯量  $J_{s3}$ 的计算公式为  $J_{s3} = 0.135 \cdot m_3 \cdot l_3^2 + m_3 \cdot l_{s3}^2$ 。砍刀臂的加速度加速度、角加速度可由上述运动学求解结果获得。

4)其他结构参数。折页时纸张对砍刀的阻力 F<sub>Ex</sub> 和 F<sub>Ey</sub> 可由图 11 得到。计算得到折页四杆机构各部件 结构参数如表 5 所示。

Tab.5 Basic	parameters of main components of
	folding mechanism

		-	
属性	质心位置/mm	质量/kg	转动惯量/(kg·mm <sup>2</sup> )
曲柄	$l_{s1}=3.17$	10.72	$2.90 \times 10^{4}$
连杆	l <sub>s2</sub> =80.25	1.19	2 571
砍刀臂	$l_{s3=}177.12$	9.61	5.43×10 <sup>5</sup>

#### 2.3.3 折页四杆机构动力学解析解与仿真解对比

当曲柄转速为 36 000 r/h 时,求解折页机构的刚 柔耦合模型,在 ADAMS 软件中测得砍刀臂铰接处的 支座反力,并与上述解析值进行对比,对比结果如图 14 和 15 所示。



图 14 C 点支座反力偏差 Fig.14 Error bar of support reaction force of point C



图 15 D 点支座反力偏差 Fig.15 Error bar of support reaction force of point D

对于铰接处 C 点 x 向的支座反力, 刚柔耦合模型求 解结果与解析值对比发现:两者的最大偏差为 37.95 N, 发生在曲柄转角为 36°时,平均偏差为 16.49 N,两者 的最大偏差率为 8.25%,发生在曲柄转角为 116.36° 时,平均偏差率为 3.87%。对于铰接处 C 点 y 向的支 座反力,刚柔耦合模型求解结果与解析值对比发现: 两者的最大偏差为 13.79 N,发生在曲柄转角为 83.63° 时,平均偏差为 10.11 N,两者的最大偏差率为 10.01%,发生在曲柄转角为 109.09°时,平均偏差率 为 3.34%。

对于铰接处 D 点 x 向的支座反力, 刚柔耦合模型求 解结果与解析值对比发现: 两者的最大偏差为 3.38 N, 发生在曲柄转角为 330.91°时, 平均偏差为 1.24 N, 两者的最大偏差率为 6.16%,发生在曲柄转角为 341.82°时,平均偏差率为 0.78%。对于铰接处 D 点 y 向的支座反力, 刚柔耦合模型求解结果与解析值对比 发现: 两者的最大偏差为 4.79 N,发生在曲柄转角为 334.54°时,平均偏差为 1.94 N, 两者的最大偏差率为 6.94%,发生在曲柄转角为 272.73°时,平均偏差率为 0.85%。

由上述分析可知,砍刀臂的变形对角加速度有一 定的影响,对各运动副约束反力的影响较大。进一步 对比分析发现:随着折页机构转速的提升,刚柔耦合 模型求解结果与解析值之间的偏差也越显著。但当折 页机构的转速小于等于 25 000 r/h 时, C 点 x 向和 y 向 支座反力的平均偏差率均小于 1%, D 点 x 向和 y 向支 座反力的平均偏差率均小于 0.2%, 刚柔耦合模型求解 结果与解析值近似相等, 砍刀臂的变形可以忽略。

# 3 结语

针对卷筒纸刀式折页机构,建立砍刀臂与纸张为 柔性体,其他部件为刚性体的多刚柔耦合动力学模型, 研究了折页机构刚柔耦合动态特性,主要结论如下:

1)连杆与砍刀臂铰接处 C 点的位移、速度及从 动件角速度的解析值与仿真值规律吻合良好,验证了 卷筒纸折页机构刚柔耦合建模与约束关系的合理性。

2)研究了柔性砍刀臂变形对折页精度的影响,确定了砍刀横向变形与曲柄转速之间的关系;根据折 页精度要求,分析得到折页机构的理论极限工作转速 为 41 000 r/h。

3)分析了砍刀与纸张之间的动态接触激励,确 定了砍刀的工作载荷;在曲柄转速为36000 r/h时, 砍刀与16开柔性纸张之间 x 向作用力的幅值均值为 39.6 N, y 向作用力的幅值均值为 3.2 N。

4) 当折页机构的转速在 25 000 r/h 以内时, 砍刀

臂的变形对折页机构的运动学和动力学特性的影响 很小,可以把折页机构当作刚性系统进行分析;当折 页机构的转速大于 25 000 r/h 时,砍刀臂的变形对折 页机构的轨迹和速度的影响可以忽略,但对角加速度 有一定影响,对砍刀臂支座反力有显著的影响。

#### 参考文献:

- 赵丽娟, 马永志. 刚柔耦合系统建模与仿真关键技术 研究[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(2): 243-248.
   ZHAO Li-juan, MA Zhi-yong. Research on Key Technologies of Modeling and Simulation of Rigid-flexible Coupling System[J]. Computer Engineering and Application, 2010, 46(2): 243-248.
- [2] 肖军杰,林达理,程光耀,等.基于 SolidWorks 的刀 式折页机运动仿真[J]. 机械工程师,2019(7):11-12.
   XIAO Jun-jie, LIN Da-li, CHENG Guang-yao, et al. Motion Simulation of Knife Folding Machine Based on SolidWorks[J]. Mechanical Engineer, 2019(7):11-12.
- [3] 李壮举,田舜禹,赵伟,等.卷筒纸印刷机折页机构
   运动学方程直接积分解法[J].电子学报,2018,46(12):
   3037-3043.

LI Zhuang-ju, TIAN Shun-yu, ZHAO Wei, et al. Direct-Integrating Approach for Solving State Equation of the Mechanics Model of Web Offset Press's Folding Mechanism with Clearance[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(12): 3037-3043.

- [4] DANIEL E H. Dynamics and control of a rigid and flexible four bar coupler[J]. Journal of Vibration and Control, 2014, 20(1): 131-145.
- [5] TAN N. Calibration for Accuracy Improvement of Serial Manipulators Based on Compressed Sensing[J]. Electronics Letters, 2015, 51(11): 820-822.
- [6] 侯越,熊晓燕,王绚. 基于 ADAMS 和 ANSYS 的联合 动力学仿真及应用[J]. 矿山机械, 2014, 42(1): 111-115.
  HOU Yue, XIONG Xiao-yan, WANG Xun. Dynamic Co-Simulation Based on ANSYS and ADAMS and its Application[J]. Mining Machinery, 2014, 42(1): 111-115.
- [7] MADENCI E, GUVEN I. The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS[M].

Berlin: Springer Press, 2006: 139-175.

- [8] DHONDT G. Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS(R)[M]. Hoboken: Wiley Press, 2013: 15-33.
- [9] SZEWCZYK W, MARYNOWSKI K, TARNAWSKI W. An Analysis of Young's Modulus Distribution in the Paper Plane[J]. Fibres and Textiles in Eastern Europe, 2006, 14(4): 91-94.
- [10] 谢一环. 纸张材料弹性模量与剪切模量的关系[J]. 包装工程, 2012, 33(21): 37-40.
  XIE Yi-huang. Relationship Between Elastic Modulus and Shear Modulus of Paper Materials[J]. Packaging Engineering, 2012, 33(21): 37-40.
- [11] 曾凡林. 一张纸最多能对折几次的力学分析[J]. 力学 与实践, 2019, 41(4): 483-487.
  ZENG Fan-lin. Mechanical Analysis of How Many Times a Piece of Paper Can Be Folded in Half at Most[J]. Mechanics and Practice, 2019, 41(4): 483-487.
- [12] 滑广军,罗定提. 基于屈服准则的瓦楞纸箱强度仿真 分析[J]. 包装学报, 2010, 2(1): 18-21.
  HUA Guang-jun, LUO Ding-ti. Simulation Analysis of Corrugated Box Strength Based on Yield Criterion[J].
  Journal of Packaging, 2010, 2(1): 18-21.
- [13] SHABANA A A. Dynamics of Multibody Systems[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2005: 89-191.
- [14] 邢俊文. MSC.ADAMS/Flex 与 AUTOFlex 培训教材
  [M]. 北京:科学出版社, 2006: 58-66.
  XING Jun-wen. ADAMS/Flex and AUTOFlex Training Materials[M]. Beijing: Science Press, 2006: 58-66.
- [15] 袁英才. 卷筒纸印刷机含间隙折页机构动力学研究及 稳健设计[D]. 中南大学, 2011, 45-61.
  YUAN Ying-cai. Dynamic Research and Robust Design of Web Offset Press's Folding Mechanism with Clearance[D]. Central South University, 2011: 45-61.
- [16] 郭卫东,李守忠. 虚拟样机技术与 ADAMS 应用实例 教程(第2版)[M]. 北京:北京航空航天大学出版社, 2018: 83-88.
  GUO Wei-dong, LI Shou-zhong. Virtual Prototype Technology and Adams Application Example Tutorial (2nd Edition)[M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2018: 83-88.

责任编辑:曾钰婵