

## 浮放运输货物在冲击载荷下倾覆风险研究

王永旭, 朱大鹏\*, 周燕  
(兰州交通大学, 兰州 730070)

**摘要:** **目的** 对浮放运输货物在车辆冲击载荷下摇摆特性进行分析和其倾覆风险评价。**方法** 将浮放运输的货物或包装件简化为刚性质量块, 载运车辆建模为具有一定水平加速度载荷的刚性支座, 推导出刚性质量块在加速度载荷下的摇摆运动控制方程, 通过试验设计测取车辆减速制动工况下冲击载荷波形, 建立冲击载荷波数学表达式, 采用理论分析方法在近似线性化范围内分析冲击载荷下刚性质量块的动态摇摆特性与倾覆风险。**结果** 刚性质量块在正向加速度载荷下进入摇摆, 响应初始摇摆角度小于0并且倾覆是发生在自由振动状态下; 绘制了刚性质量块在半正弦波冲击载荷下最小倾覆加速度频谱, 存在一条边界线将频谱划分为安全区和倾覆区; 刚性质量块的宽高比和稳定性呈正相关。**结论** 通过转变为刚性质量块摇摆响应系统问题线性近似研究了浮放运输货物的摇摆特性和倾覆风险。

**关键词:** 刚性质量块; 冲击载荷; 摇摆特性; 倾覆风险; 加速度频谱

**中图分类号:** TB485.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3563(2024)07-0281-08

**DOI:** 10.19554/j.cnki.1001-3563.2024.07.035

## Capsizing Risk of Floating Cargo under Impact Load

WANG Yongxu, ZHU Dapeng\*, ZHOU Yan

(Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**ABSTRACT:** The work aims to analyze the rocking characteristics of floating transport cargoes under vehicle impact load and evaluate their capsizing risks. The floating cargo or package was simplified into a rigid mass block, and the carrying vehicle was modeled as a rigid support with a certain horizontal acceleration load. The governing equation of the rocking motion of the rigid mass block under the acceleration load was derived. The impact load waveform of the vehicle under the deceleration braking condition was measured through the test design, and the mathematical expression of the impact load wave was established. The dynamic rocking characteristics and capsizing risks of rigid mass blocks under impact loads were analyzed by the theoretical analysis method in the approximate linearization range. When the rigid mass entered the rocking response under the forward acceleration load, the initial rocking angle was less than 0 and it was capsized in the free vibration state. The minimum capsizing acceleration spectrum of the rigid mass block under the impact load of half sine wave was plotted. There was a boundary line to divide the spectrum into the safe zone and the capsizing zone. The aspect ratio of the rigid mass block was positively correlated with its stability. The rocking characteristics and capsizing risk of floating cargoes are studied by linear approximation of the rocking response system problem transformed into a rigid mass block.

**KEY WORDS:** rigid mass block; impact load; rocking characteristic; capsizing risk; acceleration spectrum

收稿日期: 2023-12-29

基金项目: 甘肃省教育厅青年博士支持项目(2023QB-037); 天津大学-兰州交通大学自主创新基金合作项目(2022063)

\*通信作者

随着运输业的不断发展,运输产品的种类具有多样性,在现实运输业中存在着很多对大型货物或包装件的运输需求,如卷钢<sup>[1]</sup>、大型机电产品、预制建筑构件等,还有厢式货车的货物运输等。这类运输的产品或包装件具有质量重、体积大的特点,故在运输此类货物时放置到车辆或集装箱内。由于装卸条件、人工作业条件、运输成本条件等多方面因素的限制,经常只能浮放运输,很难进行固定或加固。车辆在运输过程中常常会因为特殊路况或者突发情况会进行减速制动,在减速制动工况下产生的冲击载荷波可能会对浮放运输货物造成多种响应状态,如滑移、摇摆、滑移-摇摆等动态响应,假设浮放运输货物或包装件底部与载运工具接触面之间的摩擦力足够大,不会发生滑移。所以在冲击载荷下,浮放运输货物的主要动态响应是摇摆。

在文中,参考国内外学者的研究方法,将浮放运输的货物或包装件简化为刚性质量块,将载运工具建模为具有水平加速度载荷的刚性支座<sup>[2-6]</sup>,如图1所示。

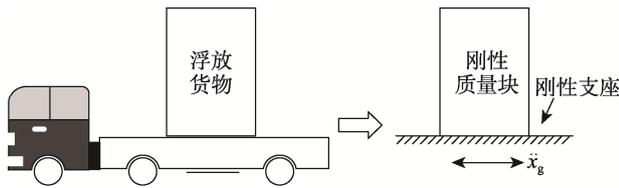


图1 运输过程中浮放货物简化模型  
Fig.1 Simplified model diagram of floating cargo during transportation

Housner<sup>[2]</sup>首次提出摇摆结构的概念,在刚性基础上建立了刚性质量块摇摆运动方程。在地震安全分析、古迹文物保护领域中,李建广<sup>[3]</sup>将家具和电气设备简化为刚体块,通过 Rosenbrock 积分算法对刚体块结构在近断层脉冲型地震作用下摇摆运动进行了数值模拟,分析了地震动速度脉冲和刚体块结构对摇摆动力的响应。Sarhosis 等<sup>[7]</sup>采用离散单元法分析古建筑中石块在简谐振动激励下的摇摆响应,分析影响它们稳定性的主要因素。Makris<sup>[8]</sup>把古石柱定义为刚性质量块摇摆机构,将地震波简化为 Ricker 波和反对称 Ricker 波分析质量块的摇摆响应,并给出了2种冲击载荷波对应下刚性质量块的最小倾覆加速度频谱。Pellecchia 等<sup>[9]</sup>研究了橡胶隔震支座地震保护艺术品的振动特性,证明了橡胶隔震支座的优点。在土木工程领域中,考虑地基的黏弹性和阻尼特性,学者们提出建立 winkler 模型和双弹簧模型上的刚性质量块摇摆响应系统进行分析<sup>[10-13]</sup>。基于刚性质量块摇摆机构模型,研究者们提出抗倾覆措施并有效提高了桥梁、石墩等的抗倾覆倒塌能力<sup>[14-15]</sup>。在交通运输领域中对这类问题的研究还很少,故本文将对浮放运输的货物或包装件在运输过程中特殊工况下货物的摇摆特性

和倾覆风险进行研究,对分析和评价浮放货物在运输过程中的安全性、优化浮放货物的包装安全措施具有重要的理论指导价值。

## 1 刚性质量块的摇摆运动方程推导

将浮放运输的货物简化为刚性质量块结构模型的几何参数如图2所示,刚性质量块的高度为  $H=2h$ ,宽度为  $B=2b$ ,质量块的质心为  $C$ ,质量为  $m$ ,旋转中心枢轴点为  $O$  和  $O'$ ,质心到旋转中心的径向距离  $R = \sqrt{b^2 + h^2}$ ,刚性质量块的宽高比为  $b/h$ ,对角线与垂直方向的夹角  $\alpha = \arctan(b/h)$ ,假定刚性质量块绕  $O$  点摇摆运动时,摇摆角度  $\theta$  为正,相反,刚性质量块绕  $O'$  点摇摆运动时,摇摆角度  $\theta$  为负。

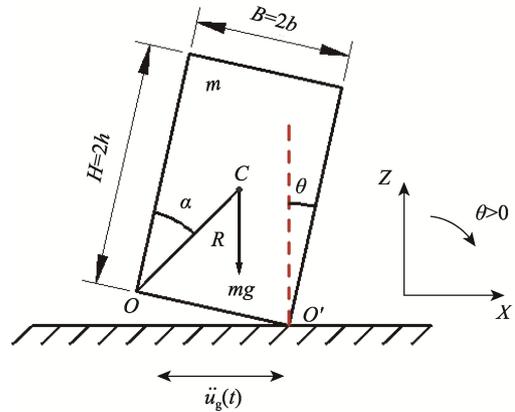


图2 刚性质量块模型参数图  
Fig.2 Diagram for model parameter of rigid mass block

在水平加速度  $\ddot{u}_g(t)$  的作用下,刚性质量块的摇摆运动方程是通过考虑旋转中心的力矩平衡而导出的,刚性质量块的角度  $\tan \alpha = (b/h)$ ,根据水平加速度  $\ddot{u}_g(t)$  和摩擦因素  $\mu$  的值,刚性质量块进入摇摆运动的必要条件是:

$$\mu > \frac{b}{h} \tag{1}$$

通过对  $O$  和  $O'$  点的旋转力矩平衡求得刚性质量块在摇摆角度  $\theta(t)$  小于 0 和大于 0 的摇摆运动控制方程<sup>[2]</sup>,如下:

$$I_0 \ddot{\theta} + m \ddot{u}_g R \cos(\alpha + \theta) - mgR \sin(\alpha + \theta) = 0 \quad \theta(t) < 0 \tag{2}$$

$$I_0 \ddot{\theta} + m \ddot{u}_g R \cos(\alpha - \theta) + mgR \sin(\alpha - \theta) = 0 \quad \theta(t) > 0 \tag{3}$$

将上边的公式进一步简化可以得到刚性质量块摇摆运动的分段非线性微分方程:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} - p^2 \left[ \frac{\ddot{u}_g}{g} \cos(\alpha + \theta) - \sin(\alpha + \theta) \right] = 0 & \theta(t) < 0 \\ \ddot{\theta} - p^2 \left[ \frac{\ddot{u}_g}{g} \cos(\alpha - \theta) + \sin(\alpha - \theta) \right] = 0 & \theta(t) > 0 \end{cases} \tag{4}$$

其中,  $p$  是刚性质量块的动态特性度量,

$$p = \sqrt{\frac{mgR}{I_0}} = \sqrt{\frac{3g}{4R}}$$

## 2 车辆减速制动工况下冲击载荷波类型

为了测取车辆减速制动工况下冲击载荷的波形类型, 购买了单轴振动加速度传感器、便携式测振仪及测振软件等试验仪器。设计试验在一段平坦的道路上车辆从起步到固定速度平稳行驶之后进行突然减速制动, 多次试验, 采集车辆减速制动工况下冲击载荷的波形, 如图 3 所示。



图 3 车辆减速制动工况下冲击载荷波采集试验

Fig.3 Shock load wave acquisition test under deceleration braking condition of vehicle

选取最理想的一组波形数据, 将最大峰值处波形进行放大提取出来, 如图 4 所示。可以发现最大峰值处波形可以简化为一个半正弦加速度波形, 表征峰值处波形的关键参数, 故本文将采用简单的半正弦波冲击载荷分析浮放货物在该载荷作用下的摇摆特性。

## 3 半正弦波冲击载荷下刚性质量块的动态响应分析

### 3.1 半正弦波下刚性质量块摇摆运动方程线性化

如图 5 所示是一个半正弦波的加速度、速度和位移表达形式。

半正弦波的数学表达式如下:

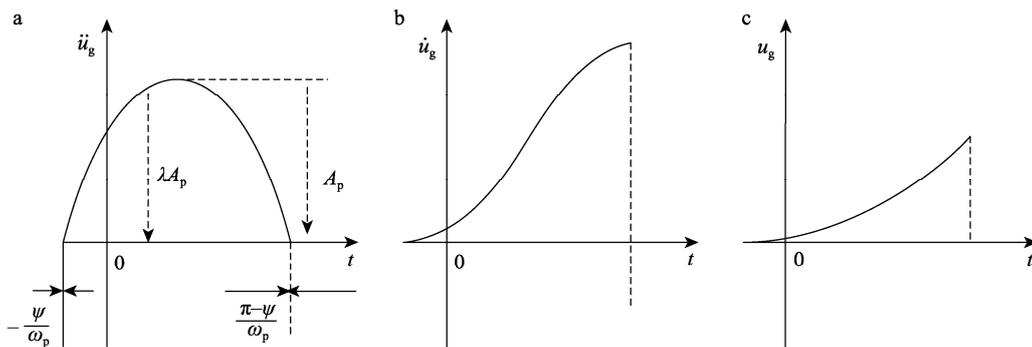


图 5 半正弦波加速度 (a)、速度 (b)、位移 (c) 形式

Fig.5 Half sine wave acceleration (a), velocity (b), displacement (c) form

$$\ddot{u}_g(t) = \begin{cases} A_p \sin(\omega_p t + \psi), & -\psi / \omega_p \leq t \leq (\pi - \psi) / \omega_p \\ 0 & \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $A_p$  为加速度的最大幅值;  $\omega_p$  为角频率;  $t$  为时间;  $\psi = \sin^{-1}(g\alpha / A_p)$  为摇摆阶段开始时的相位, 而不是加速度开始激励时的初始相位。

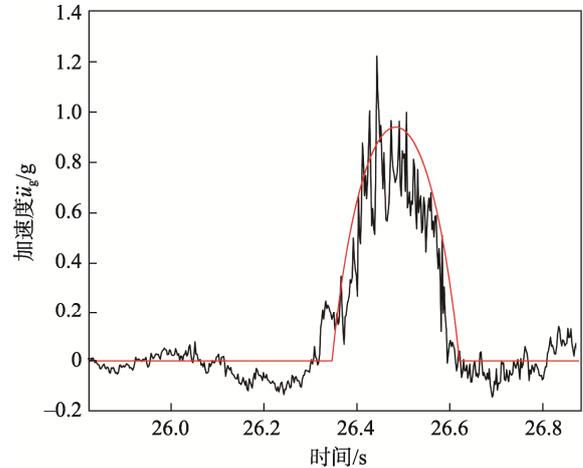


图 4 车辆减速制动工况下冲击载荷波形

Fig.4 Wave diagram of impact load under deceleration braking condition of vehicle

由前文得, 刚性质量块进入纯摇摆响应的条件为:

$$\tan \alpha = \frac{b}{h} < \mu \quad (6)$$

对于细长的刚性质量块, 角度  $\alpha = \arctan(b/h)$  相对较小<sup>[16-17]</sup>, 在半正弦加速度下, 可以将非线性摇摆运动微分方程线性化, 如下所示:

$$\ddot{\theta} - p^2 \theta = p^2 \alpha - p^2 \frac{A_p}{g} \sin(\omega_p t + \psi) \quad \theta(t) < 0 \quad (7)$$

$$\ddot{\theta} - p^2 \theta = -p^2 \alpha - p^2 \frac{A_p}{g} \sin(\omega_p t + \psi) \quad \theta(t) > 0 \quad (8)$$

对式 (7) 和式 (8) 进行积分可以得到刚性质量块摇摆响应过程中的摇摆角位移  $\theta(t)$ :

$$\theta = A_1 \sinh pt + A_2 \cosh pt + \frac{1}{1 + \omega_p^2 / p^2} \frac{A_p}{g} \sin(\omega_p t + \psi) - \alpha \quad \theta(t) < 0 \quad (9)$$

$$\theta = A_3 \sinh pt + A_4 \cosh pt + \frac{1}{1 + \omega_p^2 / p^2} \frac{A_p}{g} \sin(\omega_p t + \psi) + \alpha \quad \theta(t) > 0 \quad (10)$$

根据初始条件  $\theta(0)=\theta_0$  和  $\dot{\theta}(0)=\dot{\theta}_0$ ，可以得到式(9)和式(10)中的  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$ ，见式(11)和式(12)。

$$A_1 = A_3 = \frac{\dot{\theta}_0}{p} - \alpha \frac{\omega_p / p}{1 + \omega_p^2 / p^2} \cot \psi \quad (11)$$

$$A_2 = \theta_0 + \alpha - \frac{\alpha}{1 + \omega_p^2 / p^2}, \quad (12)$$

$$A_4 = \theta_0 - \alpha - \frac{\alpha}{1 + \omega_p^2 / p^2}$$

对式(9)和式(10)进行求导得到摇摆角速度  $\dot{\theta}(t)$ ：

$$\frac{\dot{\theta}}{p} = A_1 \cosh pt + A_2 \sinh pt + \alpha \frac{\omega_p / p}{1 + \omega_p^2 / p^2} \frac{\cos(\omega_p t + \psi)}{\sin \psi} \quad \theta(t) < 0 \quad (13)$$

$$\frac{\dot{\theta}}{p} = A_3 \cosh pt + A_4 \sinh pt + \alpha \frac{\omega_p / p}{1 + \omega_p^2 / p^2} \frac{\cos(\omega_p t + \psi)}{\sin \psi} \quad \theta(t) > 0 \quad (14)$$

由式(9)、式(10)、式(13)、式(14)给出的解析解可用于计算任意有限持续时间半正弦加速度

激励下刚性质量块的线性摇摆响应和倾覆刚性质量块所需的最小加速度幅值。

根据得到的解析解绘制了尺寸为  $b=0.2\text{ m}$ 、 $h=0.6\text{ m}$  的刚性质量块在持续时间  $t=0.5\text{ s}$ ，激励频率  $\omega_p=2\pi$ ，加速度振幅  $A_p=0.55g$  和  $A_p=0.56g$  条件下的半正弦波冲击载荷下的动态摇摆响应。其中，质量块的参数半径为  $R = \sqrt{b^2 + h^2} = 0.63$ ，长细比  $\alpha = \arctan(b/h) = 0.3217$ ，动态特性度量  $p = \sqrt{3g/4R} = 3.411\text{ rad/s}$ ，刚性质量块动态摇摆响应过程中的摇摆角位移时程和角速度如图6所示。

Housner<sup>[2]</sup>假设刚性质量倾覆条件是摇摆角速度  $\dot{\theta}$  等于外部载荷作用结束时质量块的角度  $\alpha$ ，然后推导出表达式，该表达式提供了推翻刚性块所需的最小加速度幅值。但是在实际情况中，在最小加速度幅值下，刚性质量块是在自由振动状态下发生倾覆的。如图6a所示，刚性质量块在幅值  $A_p=0.55g$  半正弦波的载荷下，先经历了摇摆响应，最后回到了初始平衡位置，未发生倾覆。图6b中刚性质量块在幅值  $A_p=0.56g$  半正弦波的载荷下，先进入摇摆响应，最后发生了倾覆，且从图6b中可以看到，刚性质量块倾覆是发生在自由振动状态下的，而不是像Housner假设的那样在载荷失效的瞬间倾覆。因此，正确的结论是刚性质量块在经历冲击载荷后倾覆失稳是发生在自由振动状态下的。

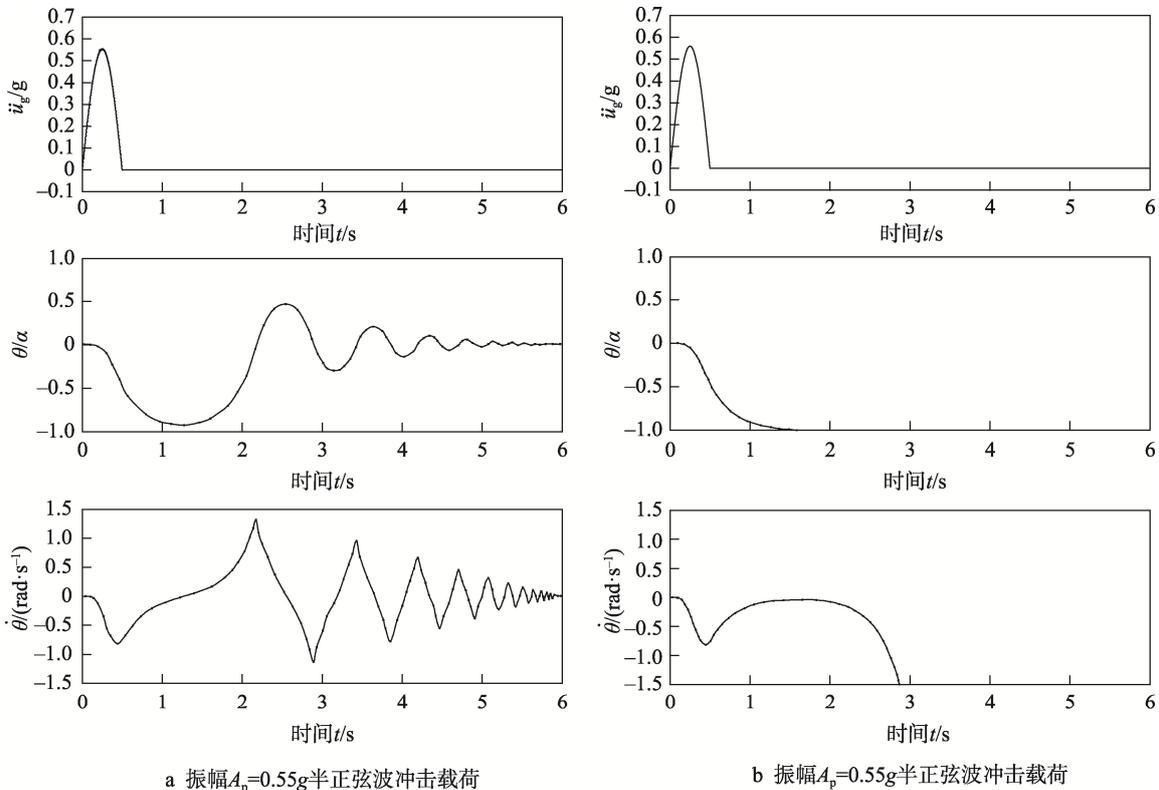


图6 半正弦波冲击载荷下刚性质量块摇摆角位移和角速度时程  
Fig.6 Time history of angular displacement and angular velocity of rigid mass under half sine wave impact load

### 3.2 刚性质量块在自由振动区的摇摆响应方程

刚性质量块在进入自由振动区后, 外力加速度就变为零 ( $A_p=0$ ), 建立刚性质量块在自由振动区的响应方程式, 由式 (7) 和 (8) 可得:

$$\ddot{\theta} - p^2\theta = p^2\alpha \quad \theta(t) < 0 \quad (15)$$

$$\ddot{\theta} - p^2\theta = -p^2\alpha \quad \theta(t) > 0 \quad (16)$$

对式 (15) 和式 (16) 积分可以得到角位移时程的方程:

$$\theta = \bar{A}_1 \sinh p(t-t_0) + \bar{A}_2 \cosh p(t-t_0) - \alpha \quad \theta(t) < 0 \quad (17)$$

$$\theta = \bar{A}_3 \sinh p(t-t_0) + \bar{A}_4 \cosh p(t-t_0) + \alpha \quad \theta(t) > 0 \quad (18)$$

其中  $t=t_0$  是半正弦加速度激励结束的时刻。

对应的角速度可以通过求导得:

$$\frac{\dot{\theta}(t_0)}{p} = \bar{A}_1 \cosh p(t-t_0) + \bar{A}_2 \sinh p(t-t_0) \quad \theta(t) < 0 \quad (19)$$

$$\frac{\dot{\theta}(t_0)}{p} = \bar{A}_3 \cosh p(t-t_0) + \bar{A}_4 \sinh p(t-t_0) \quad \theta(t) > 0 \quad (20)$$

其中:

$$\bar{A}_1 = \dot{\theta}(t_0)/p, \bar{A}_2 = \theta(t_0) + \alpha, \bar{A}_3 = \dot{\theta}(t_0)/p \quad (21)$$

$$\bar{A}_4 = \theta(t_0) - \alpha$$

式中:  $\theta(t_0)$  为激励结束时刻刚性质量块的摇摆角度;  $\dot{\theta}(t_0)$  为激励结束时刻刚性质量块的摇摆角速度。

### 3.3 刚性质量块倾覆失稳边界条件

接下来将重点关注导致刚性质量块倾覆失稳的最小振幅加速度。无论冲击载荷的类型如何, 刚性质量块从进入摇摆到倾覆这种临界状态都会在某个时间点  $t=t^*$  仅通过不稳定的平衡位置  $\theta(t^*)=\alpha$  发生。需要求得导致刚性质量块倾覆的最小振幅加速度, 可以将倾覆失稳的边界条件定义为:

$$\theta(t^*) = \pm\alpha, \dot{\theta}(t^*) = 0, \ddot{\theta}(t^*) = 0 \quad (22)$$

刚性质量块倾覆失稳在时间点  $t=t^*$  处发生, 此时刚性质量块围绕  $\theta(t^*)=-\alpha$  和  $\theta(t^*)=\alpha$  以非常小的振幅振动, 角速度和加速度消失。因此, 对于  $t \leq t^*$ , 刚性质量块都会受到自由振动的影响。

### 3.4 半正弦波冲击载荷下刚性质量块最小倾覆加速度频谱

在建立了刚性质量块倾覆不稳定边界条件之后, 接下来分析刚性质量块在半正弦波冲击载荷下的动态摇摆响应, 求解近似线性化范围内导致刚性质量块倾覆失稳的最小加速度幅值, 建立半正弦波冲击载荷下质量块倾覆的最小振幅加速度频谱。首先考虑在半正弦波冲击载荷下刚性质量块进入摇摆响应且摇摆角度大于零和小于零 2 种情况及其在时间  $t \geq 0 = (\pi - \psi)/\omega_p$  处进入自由振动区相应的自由振动方程, 其中  $T_{ex} = (\pi - \psi)/\omega_p$  是半正弦波载荷结束的时间。

刚性质量块摇摆角度  $\theta(t) < 0$  时的情形与进入自由振动区的方程 (17) 和方程 (19) 相关联, 再依据刚性质量块的倾覆失稳边界条件式 (22) 可以得到:

$$\theta(t) = -\alpha = \bar{A}_1 \sinh p(t-T_{ex}) + \bar{A}_2 \cosh p(t-T_{ex}) - \alpha \quad (23)$$

$$\dot{\theta}(t)/p = 0 = \bar{A}_1 \cosh p(t-T_{ex}) + \bar{A}_2 \sinh p(t-T_{ex}) \quad (24)$$

依据式 (21) 可以得到:

$$\bar{A}_1 = \dot{\theta}(T_{ex})/p, \bar{A}_2 = \theta(T_{ex}) + \alpha \quad (25)$$

式 (23) 和式 (24) 有非平凡解为:

$$\bar{A}_1 = -\bar{A}_2 \quad (26)$$

如果  $\tanh p(t-T_{ex})=1$ , 这会在很长时间内发生, 则由式 (26) 引起的式 (25) 可以得到:

$$\frac{\dot{\theta}(T_{ex})}{p} + \theta(T_{ex}) + \alpha = 0 \quad (27)$$

其中, 式中的  $\dot{\theta}(T_{ex})$  和  $\theta(T_{ex})$  可以将  $t = T_{ex} = (\pi - \psi)/\omega_p$  代入式 (13) 和式 (9) 中得到:

$$\theta(T_{ex}) = A_1 \sinh pT_{ex} + A_2 \cosh pT_{ex} - \alpha \quad (28)$$

$$\frac{\dot{\theta}(T_{ex})}{p} = A_1 \cosh pT_{ex} + A_2 \sinh pT_{ex} - \alpha \frac{\omega_p/p}{1 + \omega_p^2/p^2} \frac{1}{\sin \psi} \quad (29)$$

其中, 式中的  $A_1$  和  $A_2$  在假设初始条件  $\theta(0) = \theta_0 = 0$  和  $\dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 = 0$  之后可以从式 (11) 和式 (12) 中得到:

$$A_1 = -\alpha \frac{\omega_p/p}{1 + \omega_p^2/p^2} \cot \psi, A_2 = \frac{\alpha \omega_p^2/p^2}{1 + \omega_p^2/p^2} \quad (30)$$

将式 (28) 和式 (29) 代入到式 (27) 中, 然后再由式 (30) 中的  $A_1$  和  $A_2$  可以得到:

$$\frac{\omega_p}{p} \sin \psi - \cos \psi = e^{-\frac{(\pi-\psi)}{\omega_p/p}} \quad (31)$$

式 (31) 得到了刚性质量块的倾覆条件, 这个超越方程的解给出了  $\psi$  的值, 其中  $A_p = g\alpha/\sin \psi$  是对应于刚性质量块摇摆角度  $\theta(t) < 0$  的情况下推翻质量块所需的最小振幅加速度。

对于刚性质量块摇摆角度  $\theta(t) < 0$  时的情形与进入自由振动区相应的振动方程 (18) 和方程 (20) 相关联, 再依据刚性质量块的倾覆失稳边界条件式 (22) 可以得到:

$$\theta(t) = \alpha = \bar{A}_3 \sinh p(t-T_{ex}) + \bar{A}_4 \cosh p(t-T_{ex}) + \alpha \quad (32)$$

$$\frac{\dot{\theta}(t)}{p} = 0 = \bar{A}_3 \cosh p(t-T_{ex}) + \bar{A}_4 \sinh p(t-T_{ex}) \quad (33)$$

由式 (21) 可以得到:

$$\bar{A}_3 = \dot{\theta}(T_{ex})/p, \bar{A}_4 = \theta(T_{ex}) - \alpha \quad (34)$$

式 (32) 和式 (33) 有非零解:

$$\bar{A}_3 = -\bar{A}_4 \tag{35}$$

如果  $\tanh p(t - T_{ex}) = 1$ ，则将式 (34) 带入式 (35) 可以得到：

$$\frac{\dot{\theta}(T_{ex})}{p} + \theta(T_{ex}) - \alpha = 0 \tag{36}$$

其中  $\theta(T_{ex})$  和  $\dot{\theta}(T_{ex})$  可以从式 (10) 和式 (14) 中得到：

$$\theta(T_{ex}) = A_3 \sinh pT_{ex} + A_4 \cosh pT_{ex} + \alpha \tag{37}$$

$$\frac{\dot{\theta}(T_{ex})}{p} = A_3 \cosh pT_{ex} + A_4 \sinh pT_{ex} + \frac{\alpha \omega_p / p}{1 + \omega_p^2 / p^2} \frac{1}{\sin \psi} \tag{38}$$

式 (37) 和式 (38) 中的  $A_3$  和  $A_4$  可以假设初始条件  $\theta(0) = \dot{\theta}(0) = 0$ ，然后由式 (11) 和式 (12) 得到：

$$A_3 = -\alpha \frac{\omega_p / p}{1 + \omega_p^2 / p^2} \cot \psi \tag{39}$$

$$A_4 = -\frac{\alpha(2 + \omega_p^2 / p^2)}{1 + \omega_p^2 / p^2}$$

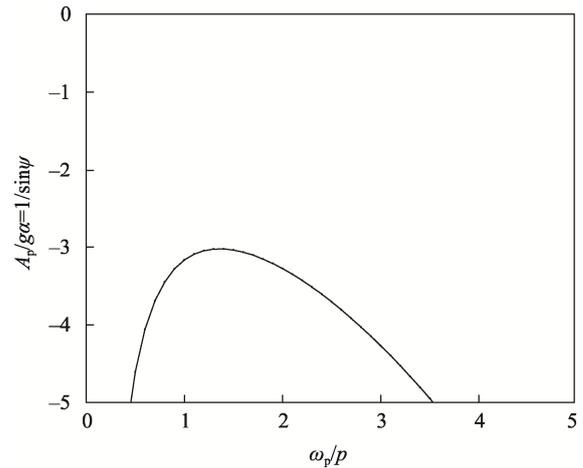
将式 (37) 和式 (38) 代入到式 (36) 中，然后再由式 (39) 中的  $A_3$  和  $A_4$  可以得到：

$$-\sin \psi \left( \frac{2p}{\omega_p} + \frac{\omega_p}{p} \right) - \cos \psi = e^{-\frac{(\pi - \psi)}{\omega_p / p}} \tag{40}$$

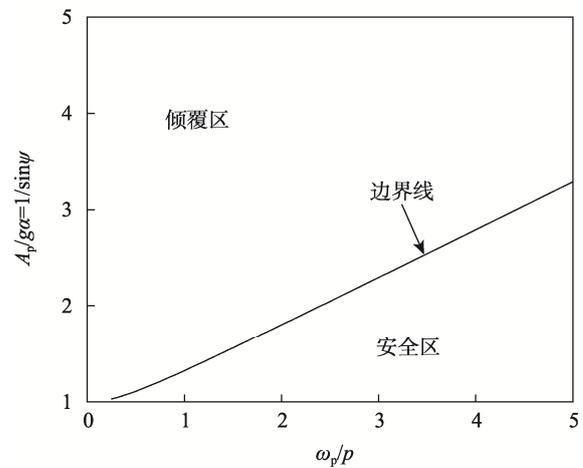
式 (40) 为刚性质量块进入摇摆响应后摇摆角度  $\theta(t) > 0$  的倾覆条件，超越方程的解  $\psi$  值可以给出对应于摇摆角度  $\theta(t) > 0$  时倾覆失稳的最小振幅加速度  $A_p = g\alpha / \sin \psi$ 。但是，这样的解决方案在物理上是不可接受的，接下来会以绘制最小倾覆加速度频谱的形式来表示。

根据刚性质量块的倾覆条件，求解超越方程 (31) 和方程 (40) 的  $\psi$  值，绘制了式 (31) 和式 (40) 的解随  $\omega_p / p$  变化的最小倾覆加速度幅值  $A_p = g\alpha / \sin \psi$  的频谱图。如图 7a 所示，这样的结果在物理上是不可成立的，因此在一正向的半正弦加速度下，刚性质量块的初始摇摆响应角度是小于 0 的。图 7b 表达了在半正弦波冲击载荷下导致刚性质量块倾覆的最小振幅加速度频谱，在加速度频谱中存在一条最小倾覆加速度边界线，对于一个半正弦波加速度，幅值在该边界值之上会导致刚性质量块摇摆倾覆，在边界值之下刚性质量块是安全的，质量块有可能会发生动态摇摆响应，但是不会倾覆。

图 8 绘制了在半正弦波冲击载荷下不同角度  $\alpha$  ( $\alpha = \arctan(b/h)$ ) 刚性质量块最小倾覆加速度频谱。由图 8 频谱中可以得到，随着刚性质量块  $\alpha$  角增大，导致刚性质量块倾覆失稳所需的最小振幅加速度也在增大，可得在冲击载荷下刚性质量块的宽高比 ( $b/h$ ) 与稳定性呈正相关。



a 式 (40) 对应解



b 式 (31) 对应解

图 7 半正弦波冲击载荷下刚性质量块最小倾覆加速度频谱

Fig.7 Minimum capsizing acceleration spectrum of rigid mass block under half sine wave impact load

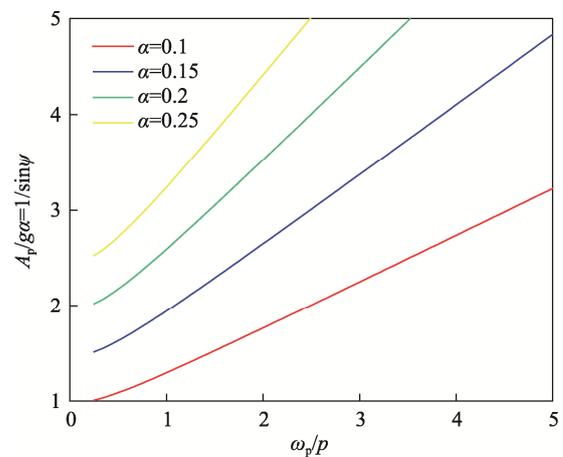


图 8 半正弦波冲击载荷下不同角度  $\alpha$  刚性质量块最小倾覆加速度频谱

Fig.8 Minimum capsizing acceleration spectrum of rigid mass block with different angle  $\alpha$  under half sine wave impact load

## 4 结语

本文将运输过程中的浮放货物等效为刚性质量块, 载运工具建模为具有一定水平加速度的刚性支座, 建立了刚性质量块在加速度作用下的摇摆运动方程。试验设计采集到车辆在减速制动工况下冲击载荷波的类型, 可以将此冲击载荷波简化为简单的半正弦波来表征载荷波形的关键参数, 在近似线性范围内, 分析了刚性质量块的摇摆动态特性, 得到以下结论:

1) 参考文献中研究者把地震波简化为简单波形分析刚性质量块的倾覆风险时, 质量块的倾覆模式是多样的, 而在本文研究中, 刚性质量块在车辆减速制动工况冲击载荷波下, 质量块是直接倾覆, 且倾覆是发生在自由振动状态下的。

2) 在一正向半正弦波冲击载荷下, 刚性质量块进入摇摆动态响应后, 初始的摇摆角度  $\theta$  是小于 0 的。

3) 通过建立刚性质量块倾覆失稳边界条件, 与刚性质量块的摇摆运动方程联立, 推导出质量块在冲击载荷波下的倾覆条件表达式。求解表达式并绘制了半正弦波冲击载荷下刚性质量块最小倾覆加速度频谱, 在加速度频谱中存在一条最小倾覆加速度边界线, 边界线之上是倾覆区。对于一半正弦波冲击载荷, 如果半正弦波加速度幅值超过边界值就会导致刚性质量块进入摇摆运动然后发生倾覆; 如果半正弦波加速度幅值在边界值之下, 刚性质量块是安全的, 质量块在加速度载荷下可能会进入摇摆运动, 但是不会倾覆。

4) 通过绘制不同宽高比刚性质量块最小倾覆加速度频谱, 从理论上分析得出, 刚性质量块的宽高比与稳定性呈正相关。

在未来的研究中可以对角度  $\alpha$  较大的刚性质量块在外部载荷激励下的非线性摇摆动态响应进行分析, 研究在非线性下刚性质量块的摇摆特性和倾覆风险; 考虑刚性质量块的三维结构, 从三维角度出发研究质量块的摇摆响应<sup>[18]</sup>。

### 参考文献:

[1] 王晨, 朱大鹏, 余珍. 20ft 敞顶箱卷钢通用运输座架设计及强度检验[J]. 包装工程, 2023, 44(5): 272-281.  
WANG C, ZHU D P, YU Z. Design and Strength Test of 20 Ft Open Top Coil Steel General Transport Frame[J]. Packaging Engineering, 2023, 44(5): 272-281.

[2] HOUSNER G W. The Behavior of Inverted Pendulum Structures during Earthquakes[J]. The Bulletin of the Seismological Society of America, 1963, 53(2): 403-417.

[3] 李建广. 近断层脉冲型地震动作用下刚体块结构摇摆

动力响应数值模拟和试验研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2019: 23-59.

LI J G. Numerical Simulation and Experimental Study of Dynamic Response of Rigid Block Structure to Near-fault Pulsed Ground Motion[D]. Chongqing: Chongqing University, 2019.

- [4] 贾传果, 潘家富, 李建广, 等. 考虑侧壁影响的偏心单刚体地震响应分析[J]. 振动与冲击, 2022, 41(8): 116-123.  
JIA C G, PAN J F, LI J G, et al. Seismic Analysis of Eccentric Single-Rigid-Body Considering the Influence of Colliding-to-Wall[J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(8): 116-123.
- [5] 张俊勇, 唐家祥, 江宜城. 浮放物的地震响应及防倾覆措施研究[J]. 振动工程学报, 1997, 10(4): 501-505.  
ZHANG J Y, TANG J X, JIANG Y C. Study on Seismic Response and Protection of Free Standing Objects[J]. Journal of Vibration Engineering, 1997, 10(4): 501-505.
- [6] 杨维国, 胡卫中, 齐涛, 等. 地震作用下浮放物体运动状态研究[J]. 振动与冲击, 2021, 40(23): 247-253.  
YANG W G, HU W Z, QI T, et al. Motion State of Floating Object under Earthquake[J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(23): 247-253.
- [7] SARHOSIS V, BARALDI D, LEMOS J V, et al. Dynamic Behaviour of Ancient Freestanding Multi-drum and Monolithic Columns Subjected to Horizontal and Vertical Excitations[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, 120: 39-57.
- [8] MAKRIS N. A Half-century of Rocking Isolation[J]. Earthquakes and Structures, 2014, 7(6): 1187-1221.
- [9] PELLECCIA D, LO FEUDO S, VAIANA N, et al. A Procedure to Model and Design Elastomeric-Based Isolation Systems for the Seismic Protection of Rocking Art Objects[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2022, 37(10): 1298-1315.
- [10] DI MATTEO A, PIRROTTA A, GEBAL E, et al. Analysis of Block Random Rocking on Nonlinear Flexible Foundation[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2020, 59: 103017.
- [11] VLACHAKIS G, GIOUVANIDIS A I, MEHROTRA A, et al. Numerical Block-based Simulation of Rocking Structures Using a Novel Universal Viscous Damping model[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2021, 147(11): 04021089.
- [12] 刘梅. 摇摆结构体系的抗震性能分析[D]. 大连: 大连

- 理工大学, 2015: 11-31.
- LIU M. Seismic Performance Analysis of Rocking Structure System[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2015: 11-31.
- [13] PSYCHARIS I N, JENNINGS P C. Rocking of Slender Rigid Bodies Allowed to Uplift[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1983, 11(1): 57-76.
- [14] 胡慧瑛, 陈林聪, 钱佳敏. 含有摇摆装置的双层桥墩结构随机振动分析[J]. *振动工程学报*, 2023, 36(3): 645-651.
- HU H Y, CHEN L C, QIAN J M. Random Vibration Analysis for Double-Deck Pier Structure with Rocking Device[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2023, 36(3): 645-651.
- [15] DI EGIDIO A, ALAGGIO R, ALOISIO A, et al. Analytical and Experimental Investigation into the Effectiveness of a Pendulum Dynamic Absorber to Protect Rigid blocks from Overturning[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2019, 115: 1-10.
- [16] VOYAGAKI E, PSYCHARIS I N, MYLONAKIS G. Rocking Response and Overturning Criteria for Free Standing Rigid Blocks To Single—Lobe Pulses[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, 46: 85-95.
- [17] 蒋金凯, 杜正东. 细长刚体块系统中的混沌现象及其 Lyapunov 指数谱计算[J]. *四川大学学报(自然科学版)*, 2022, 59(4): 17-22.
- JIANG J K, DU Z D. Calculation of Lyapunov Exponential Spectrum of Chaotic Phenomena in a Slender Rigid Block System[J]. *Journal of Sichuan University (Natural Science Edition)*, 2022, 59(4): 17-22.
- [18] VÁRKONYI P L, KOCSIS M, THER T. Rigid Impacts of Three-Dimensional Rocking Structures[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 107(3): 1839-1858.