

非线性规划在工业产品设计中的应用

康辉, 王勇

(华北电力大学, 保定 071000)

摘要: **目的** 判断非线性规划方法能否在满足用户使用要求的前提下节约生产加工成本。**方法** 以平板折叠桌作为研究对象, 以加工方便作为目标函数, 以桌面和桌腿之间的几何关系作为约束条件, 建立非线性规划模型, 通过 MATLAB 软件求解得到最优加工方案。**结论** 在给定高为 70 cm 和圆形桌面直径为 80 cm 时, 平板折叠桌最优加工方案为平板长度 158 cm, 宽度 79.9 cm, 厚度 3 cm, 木条宽度 4.7 cm, 单侧木条数为 17 条。

关键词: 非线性规划方法; 平板折叠桌; 尺寸加工设计; 最优设计; 产品设计

中图分类号: TB472 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-3563(2017)18-0210-05

Application of Nonlinear Programming in Industrial Product Design

KANG Hui, WANG Yong

(North China Electric Power University, Baoding 071000, China)

ABSTRACT: It aims to conclude that the nonlinear programming method can save the production cost under the premise of meeting the user's requirements. In this work, the rising side table is used as the study objective, and nonlinear programming method is used to facilitate processing of the objective function, the geometric relationship between the desktop and the legs of constraints, to build the nonlinear programming model. Calculated by MATLAB to obtain the optimal processing program, it is concluded that, given height of 70cm and 80cm diameter round table, the optimal processing program is flat length 158cm, width 79.9cm, thickness 3cm, leg width 4.7cm, legs number 17.

KEY WORDS: Nonlinear programming; rising folding table; size processing design; optimal design; product design

产品设计是与人们的生活方式密切相关的设计, 而工业产品设计作为工业时期的产物, 则更加注重标准化、机械化和批量化生产^[1]。在工业产品设计中, 产品的实用性、美观性、创新性、人机性和可持续性设计时应该着重考虑的问题, 而对于企业而言, 如何用料节省且加工方便, 也是他们所关心的。在以往的产品设计和模具制作时, 往往通过模型制作测试, 然后根据主观经验进行判断, 这种方式既增加了生产的成本又拉长了产品生产周期。随着计算机技术的广泛应用以及用户审美水平的提高, 现在对企业的设计方案和设计周期有了更高的要求^[2]。这里以平板折叠桌为研究对象, 利用非线性规划的方法, 综合考虑用户需求标准的基础上, 以及加工过程中的方便, 给出最佳的设计方案。

1 非线性规划方法

数学的规划方法其本质是将目标、约束条件及各种关系用数学式来表达, 再用数学方法来求解。后来并陆续发展出非线性规划、整数规划、目标规划、动态规划等其他数学方法。非线性规划兴起于 20 世纪 50 年代, 之后, 一些专家学者又提出了许多运用非线性规划方法来求解实际问题的有效算法。到 70 年代末, 非线性规划又取得了进一步的发展^[3-4], 在工程、经济、管理、科研、军事等各个领域都有着广泛的应用。到 80 年代, 随着计算机技术的快速发展, 非线性规划方法在信赖域法和稀疏拟牛顿法等领域均取得了丰硕的成果。

收稿日期: 2017-05-11

作者简介: 康辉 (1964—), 男, 河北人, 硕士, 华北电力大学教授, 主要研究方向为工业设计。

通讯作者: 王勇 (1991—), 男, 山东人, 华北电力大学研究生, 主攻工业设计。

2 非线性规划方法与工业产品设计

在实际的工业产品外观设计、产品模型生产制作和设计管理过程中,人们总是希望用最小的投入获得最大的收益。如何在这些复杂的过程中达到上述目的,这就是人们常常提及的优化问题,工业产品设计中的最优问题其实就是非线性规划问题。优化的过程一般有三个方面,即:最优设计、优化过程、优化控制和优化管理。对于工业产品设计来说,工业产品设计中遇到的不确定的因素或问题,往往可以借助非线性规划方法进行解决或定量分析或处理。因此,非线性规划方法是工业产品设计中不可缺少的重要方法和手段^[5]。

非线性规划方法在工程、经济、管理、科研、军事等各个领域都有着广泛的应用,但在工业产品设计领域应用较少,因此工业产品设计领域拓宽了非线性规划方法的应用范围。在工业产品设计中,产品的实用性、美观性、创新性、人机性和可持续性在设计时应该着重考虑的问题,在设计平板折叠桌时往往需要考虑多个目标,这些目标一般都是非线性的。在设计时引入非线性规划,可以将目标条件量化,获得最优的方案^[6-7]。

3 平板折叠桌与最优设计尺寸加工方案

荷兰设计师 Robert van Embricqs 的著名设计平板折叠桌见图 1,它是小户型住户的福音。它的设计原理是在桌子中间加入一些条状结构,在需要的时候可以形成稳定的三角支撑从而变成桌子,不需要的时候又能完全摊平,方便存放。

平板折叠桌在整体造型上采用线元素构成,木条状的线构成了平板折叠桌的骨架,形成平板折叠桌的外部轮廓线,表现出其轻量化的意象。一方面,采用直线的立体构成,给人一种坚硬和严谨的感觉;另一方面,木条重叠和交叉,相同粗细线在方向、角度和距离等不同数列组织中构成律动的空间感觉。平板折

叠桌形态复杂且组成部分的木条数量较多,所以需要加强其秩序感。大小、间距一样的基本木条单元形的重复,产生严整而富有秩序性的统一感,作为基本单元的形态感觉弱化,木条按照一定的方式重复形成了整体形态在视觉上给人的节奏感;木条在重复出现的过程中连续递变,自顶向下由强而弱、由实而虚,避免了简单重复产生的单调感,所以一定方式的渐变运用又形成了整体形态在视觉上给人的韵律感。平板折叠桌在整体造型上和谐统一且有变化,采用立体构成的重复原则使产品形成节奏美感,采用渐变方式使产品形成韵律美感^[8-10]。

设计师将木板切割成数十根木条,但保留正中央桌面,呈现出锯齿状的圆形木板,接着把木条们与桌面全都利用特殊铰链给连接起来,最后再把木条与木条之间加以串连。把两边的木条向里推,然后把折叠桌向上拉,桌子便可立起,而且十分稳定,平板折叠桌展开过程见图 2。而不使用的时候更可以把整张桌子折叠起来,易于存放,这符合人们对居住空间的需求,既保证了设计感,又具有很高的实用性^[11]。

优质的折叠桌应该做到用料最省、方便加工以及具有良好的稳固性,针对用户对折叠桌桌面的直径以



图 1 平板折叠桌
Fig.1 The rising folding table



图 2 平板折叠桌展开过程
Fig.2 The deployment process of the rising folding table

及折叠桌高度的不同需求,研究平板的各项尺寸、折叠桌的钻孔位置和空槽长度等各项参数。这里针对桌面直径 80 cm,桌身高度 70 cm 的要求来确定各项最优的设计加工参数。

4 非线性规划模型的建立

4.1 用料最省的非线性规划模型

对于给定的设计要求,分析可得如下结论:折叠桌的稳固性由四条支撑腿决定,用料由每条支撑腿的宽度决定,而加工方便则由开槽长度的大小决定。对于客户需求的不同圆形桌面直径和折叠桌的高度的要求,把产品方便加工作为目标函数,并将桌面和桌腿间的几何关系作为约束条件,建立非线性规划模型。

假设折叠桌的桌面半径为 R ,桌腿的条数为 m ,桌腿的宽度为 d ,这里我们从最外侧的桌腿向中间依次编号为 $1,2,\dots,\frac{m}{2}$ 那么这 3 者间存在着如下约束

关系：
$$m = \begin{cases} \frac{2R}{d} - 1, & \frac{2R}{d} \text{ 为整数时} \\ \lceil \frac{2R}{d} \rceil, & \frac{2R}{d} \text{ 不为整数时} \end{cases} \quad \text{当}$$

$$s.t. \begin{cases} k = \sqrt{R^2 - (\frac{m}{2}d)^2} \\ m = \begin{cases} \frac{2R}{d} - 1, & \frac{2R}{d} \text{ 为整数时} \\ \lceil \frac{2R}{d} \rceil, & \frac{2R}{d} \text{ 不为整数时} \end{cases} \\ \sqrt{(\frac{a}{2} - k)^2 - (h - c)^2} + k = \frac{m}{2}d \\ b = md \\ d > 0 \\ c = 3 \end{cases}$$

根据以上非线性规划模型,针对客户对折叠桌的桌面直径和桌身高度的不同需求,运用 MATLAB 求解得到平板材料的各项尺寸 a 、 b 、 c 、圆形桌面直径与最外侧桌腿铰链的距离 k 、桌腿的宽度 d 以及桌腿的条数 n 。

4.2 加工方便的非线性规划模型

下面从开槽长度大小的角度来研究方便加工的程度,假设 b_i 为从外侧看对折叠桌桌面的一半桌腿铰链到桌面直径的距离,这里我们从最外侧的桌腿到中间的桌腿依次编号为 $1,2,\dots,\frac{m}{2}$, 可得:

$$b_i = \sqrt{R^2 - [(\frac{m}{2} - i)d]^2}, \text{ 其中 } i = 1, 2, \dots, \lceil \frac{m}{2} \rceil \text{ (} i \text{ 下同)。$$

$\frac{2R}{d}$ 为整数时,折叠后的桌面最外侧的一条桌腿与圆形桌面外切,为了方便桌面展开,去掉一根桌腿,把桌腿在铰链处的桌面下底面各突出的点相连接,

则可以形成一个圆;当 $\frac{2R}{d}$ 不为整数时,对 $\frac{2R}{d}$ 向下

取整 $\lceil \frac{2R}{d} \rceil$, 这时把桌腿在铰链处的桌面下底面各突出的点相连接,同样可以形成一个圆。假设圆形桌面直径与最外侧桌腿铰链的距离为 k , 可以得到

$k = \sqrt{R^2 - (\frac{m}{2}d)^2}$, 下面从折叠桌稳固性的角度来研究桌角的位置,若折叠桌的稳固性良好,则圆桌的 4 条支撑腿所构成的平面应呈正方形, 可得:

$$\sqrt{(\frac{a}{2} - k)^2 - (h - c)^2} + k = \frac{m}{2}d, \text{ 其中 } a \text{ 为木板长度, } c \text{ 为平板厚度, } h \text{ 为桌子高度。以平板体积 } abc \text{ 最小作为目标函数,根据几何关系可得: } b = md, \text{ 其中 } b \text{ 为平板宽度, } d \text{ 为木条宽度,且 } d > 0. \text{ 通过查阅资料可知,现在市面上常见的木板厚度大多为 } 3\text{cm}、5\text{cm}、8\text{cm}, \text{不妨设 } c = 3\text{cm}, \text{ 可得以下非线性规划模型:}$$

$$\min f = abc,$$

设 f_i 为编号为 i 的桌腿长, 可得: $f_i = \frac{m}{2} - b_i$

假设折叠桌平铺时各条桌腿中铰链到钢筋之间的距离为 s_{i1} , 其中 $i1 = 1, 2, \dots, \lceil \frac{m}{2} \rceil$; 而折叠后各条桌腿

中铰链到钢筋之间的距离为 s_{i2} , 其中 $i2 = 1, 2, \dots, \lceil \frac{m}{2} \rceil$,

那么两者距离之差即为空槽长度 $s_i = s_{i2} - s_{i1}$ 。假设钢筋到相应桌腿的距离占整条桌腿长度的比例为 α , 则可得: $s_{i1} = f_i - \alpha \cdot f_i$,

$$s_{i2} = \sqrt{[(1 - \alpha)f_i]^2 + (b_i - k)^2} - 2(b_i - k)(1 - \alpha)f_i \cos \theta_1,$$

其中 θ 角为桌腿与圆形桌面下底面夹角, 且 $\theta_1 = \arcsin(\frac{2(h - c)}{a - 2k})$ 。而空槽长度 $s_i = s_{i2} - s_{i1}$ 应小于桌

腿的端点到空槽起始点的距离 $\alpha \cdot f_i$ ，所以在折叠桌用料最省、稳固性良好的基础上，以空槽长度最小作为目标函数，在满足一定的约束条件时，列出如下非线性规划模型，从而求得开槽长度和钻孔位置的公

$$\begin{aligned} \text{式: } \min f &= \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} (s_{i2} - s_{i1}) \\ \text{s.t. } &\begin{cases} b_i = \sqrt{R^2 - [(\frac{m}{2} - i)d]^2}, \quad i = 1, 2, \dots, [\frac{m}{2}] \\ f_i = \frac{m}{2} - b_i \\ s_{i1} = f_i - \alpha f_i \\ s_{i2} = \sqrt{[(1 - \alpha)f_i]^2 + (b_i - k)^2} - 2(b_i - k)(1 - \alpha)f_i \cos \theta_1 \\ \theta_1 = \frac{\pi}{2} - \arccos(\frac{2(h - c)}{a - 2k}) \\ s_{i2} - s_{i1} < \alpha f_i \end{cases} \end{aligned}$$

5 非线性规划模型的求解

根据以上模型，在保证用料最省、稳固性良好的基础上，针对客户对折叠桌圆形桌面的直径和折叠桌高度的不同需求，可以得到平板材料的各项尺寸 a 、 b 、 c 、圆形桌面直径与最外侧桌腿铰链的距离 k 、桌腿的宽度 d 以及桌腿的条数 n 。当给定折叠桌的桌面直径 80cm 的桌身高度 70cm 时，求得钢筋到相应桌腿的距离占整条桌腿长度的比例 α 为 0.486，空槽的总长度为 827.84 cm，其余参平板折叠桌尺寸汇总表 1，即给定折叠桌桌面直径 80 cm，桌身高度 70 cm 时，相应最优的平板长度为 158.00 cm，宽度为 79.90 cm，厚度为 3cm，木条的宽度为 4.70 cm，单侧木条数为 17 条。

表 1 平板折叠桌尺寸汇总
Tab.1 The size summary of rising folding table

平板长度	平板宽度	平板厚度	桌腿宽度	单侧桌腿条数	最外侧桌腿钢筋位置距铰链距离
158.00cm	79.90cm	3.00cm	4.70cm	17	39.60cm

表 2 平板折叠桌各条桌腿中开槽长度
Tab.2 The slot length of each legs

桌腿编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
s_n (cm)	0	11.86	18.94	24.54	28.98	32.42	34.93	36.58	37.40

6 结语

这里以平板折叠桌的最优的尺寸加工设计方案

为例，通过非线性规划方法，以产品方便加工作为目标函数，并将桌面和桌腿间的几何关系作为约束条件，建立非线性规划模型。这里研究桌面直径 80 cm，桌身高度 70 cm 的要求来确定最优设计加工参数，运用 MATLAB 编程得到相应最优的平板长度为 158.00 cm，宽度为 79.90 cm，厚度为 3 cm，木条的宽度为 4.70 cm，单侧木条数为 17 条。结果表明非线性规划方法是产品设计中一种寻找最优尺寸加工设计方案的有力工具，可以在满足用户使用标准的前提下，节约原材料，缩短产品研发周期，节省模具制作成本。

参考文献:

- [1] 康辉, 赵凯勋. 基于层次分析法的汽车方案评价模型[J]. 包装工程, 2014, 35(22): 53—57.
KANG Hui, ZHAO Kai-xun. Evaluation Model of Automobile Design Scheme Based on Analytic Hierarchy Process[J]. Packaging Engineering, 2014, 35(22): 53—57.
- [2] 杨明朗, 蔡克中. 基于模糊数学综合评判法的缓冲包装设计水平的评价[J]. 包装工程, 2001, 22(5): 26—28.
YANG Ming-lang, CAI Ke-zhong. Evaluation of Design Level of Cushioning Packaging Using Fuzzy Mathematics Comprehensive Judgment[J]. Packaging Engineering, 2001, 22(5): 26—28.
- [3] 邓雪, 李家铭, 曾浩健. 层次分析法权重计算方法分析及其应用研究[J]. 数学的实践与认识, 2012, 42(7): 93—100.
DENG Xue, LI Jia-ming, ZENG Hao-jian. Research on Computation Methods of AHP Wight Vector and Its Applications[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2012, 42(7): 93—100.
- [4] 舒祖菊, 陈满儒, 丁毅. 模糊多目标决策算法在产品包装质量评估中的应用[J]. 包装工程, 2009, 30(2): 109—110.
SHU Zu-ju, CHEN Man-ru, DING Yi. Application for Fuzzy Multi-objective Decision making Algorithms in Packaging Quality Evaluation[J]. Packaging Engineering, 2009, 30(2): 109—110.
- [5] 湛少锋. 包装装潢设计方案综合评价 AHP 模型[J]. 包装工程, 1995, 16(3): 16—18.
ZHAN Shao-feng. AHP Model of Comprehensive Evaluation of Packaging Decoration Scheme[J]. Packaging Engineering, 1995, 16(3): 16—18.
- [6] 王伟伟, 胡宇坤, 金心. 传统文化设计元素提取模型研究与应用[J]. 包装工程, 2014, 35(6): 73—81.
WANG Wei-wei, HU Yu-kun, JIN Xin. Research and Application of Extraction Model of Traditional Culture Design Elements[J]. Packaging Engineering, 2014,

- 35(6): 73—81.
- [7] 刘琳. 浅谈元素提取法在纹样设计教学中的运用[J]. 大众文艺, 2012(1): 233.
LIU Lin. Discussion of the Application of Element Extract Method in Pattern Design Education[J]. Art and Literature for the Masses, 2012(1): 233.
- [8] 陈惠. 家具造型设计的外观美学评价体系研究[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2013.
CHEN Hui. The Appearance of the Furniture Modeling Design Aesthetic Evaluation System Research[D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2013.
- [9] 包竞生. 视觉传达艺术与文化产业的关系研究[J]. 大众文艺, 2014(4): 184—185.
BAO Jing-sheng. The Relationship between Visual Communication Arts and Culture Industries Research[J]. Journal of Popular Literature and Art, 2014(4): 184—185.
- [10] 王一湘. 平面创意设计与文案创作[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.
WANG Yi-xiang. Graphic Design and Copywriting[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2010.
- [11] 康辉, 陈沫. 高层逃生自救设备的研究与创新设计[J]. 机械设计, 2014(12): 78—81.
KANG Hui, CHEN Mo. Research and Innovative Design on High-rise Escape Equipment[J]. Journal of Machine Design, 2014(12): 78—81.
- [12] 叶莉. 视觉传达艺术设计的创新设计理念分析[J]. 大家, 2012(62): 622—632.
YE Li. Visual Communication Art Design Innovation Design Concept Analysis[J]. Everyone, 2012(62): 622—632.
- [13] 董海斌. 网页界面设计中的平面视觉元素[J]. 包装工程, 2010, 31(6): 261—263.
DONG Hai-bin. Web Interface Design of Plane Visual Elements[J]. Packaging Engineering, 2010, 31(6): 261—263.